
STATE UNIVERSITY OF IOWA.
LIBRARY.


UNIVERSITY OF IOWA
3 1858 045 884 768

BIBLIOTHECA MATHEMATICA

ZEITSCHRIFT FÜR GESCHICHTE DER MATHEMATIK | JOURNAL D'HISTOIRE DES MATHÉMATIQUES

HERAUSGEGEBEN VON | PUBLIÉ PAR

GUSTAF ENESTRÖM.

1896. STOCKHOLM. No 1.

NEUE FOLGE. 10. | Preis des Jahrgangs 4 M. Prix par an 5 fr. | NOUVELLE SÉRIE. 10.

BERLIN. MAYER & MÜLLER. Markgrafenstrasse 51. | PARIS. A. HERMANN. Rue de la Sorbonne 8.

Zur Geschichte der Übersetzungen der Elementa im Mittelalter.

Von MAXIMILIAN CURTZE in Thorn.

In der Abhandlung: *Beiträge zur Geschichte der Mathematik im Mittelalter* (Zeitschr. für Mathem. **35**, 1890; Hist. Abtheilung S. 86—98) hat HEIBERG aus Handschriften in München und Bamberg und unter Zuhilfenahme der LACHMANN'schen Ausgabe der *Gromatici veteres* das zusammengestellt, was von einer alten, aus dem griechischen geflossenen Übersetzung des EUKLID sich noch hat auffinden lassen. Dieses Fragment umfasst Stücke aus dem 1. bis zum 4. Buche. Dass es noch aus dem 5. Buche ähnliche Fragmente, die 18 Definitionen umfassend, giebt, habe ich das Vergnügen aus drei Handschriften, von denen zwei der Münchener Hof- und Staatsbibliothek angehören, die dritte in der Kaiserlichen Hofbibliothek zu Wien sich befindet, hierdurch bekannt zu geben.

Die Handschrift, aus welcher ich den Abdruck bewirke, hat die Bezeichnung Cod. lat. Monac. 13084². Sie enthält als zweiten Bestandtheil eine eigenthümliche in 34 Capitel gegliederte Zusammenstellung von gromatischen Dingen. In anderer Anordnung und unvollständig findet sich dieselbe Compilation im Cod. lat. Monac. 14836.[1] Der Cod. lat. Monac. 13084² ist in der charakteristischen Schrift des X. Jahrhunderts geschrieben.[2] Das uns hier interessirende Capitel XVII (Blatt 54 und 54')

hat nun folgenden Wortlaut. Der Text ist fortlaufend geschrieben, die Ordnungszahlen habe ich eingefügt, wie sie dem griechischen Texte in der Ausgabe HEIBERGS entsprechen.

[1] Über diese Handschrift sehe man meinen Aufsatz *Die Handschrift No. 14836 der königl. Hof- und Staatsbibliothek zu München* in den Abhandlungen zur Geschichte der Mathematik 7, 1895, S. 75—142.

[2] Der erste Bestandtheil des fraglichen Mscpts ist die Rhetorik des ALCUIN, im IX. Jahrhundert geschrieben, ein dritter Bestandtheil des HYGINUS *Poeticon astronomicon* aus dem X. Jahrhundert.

De proportione et proportionalitate. Cap. XVII.

1. Magnitudo minor[1] maioris magnitudinis <pars est>,[2] quando minor[3] maiorem magnitudinem permetitur.

2. Maior vero magnitudo minoris magnitudinis mutiplex est, quotiens a minore maior integra dimensione subpletur.

3. Proportio est[4] duarum magnitudinum cognatarum ad se invicem comparatione veniens habitudo.

4. Proportionem vero ad se invicem magnitudines habere dicuntur, quae possunt sese[5] invicem multiplicatae transcendere.

5. Eandem[6] vero proportionem prima magnitudo ad secundam magnitudinem tertiaque ad quartam tenere perhibentur, quando primae ac terciae magnitudinum aeque multiplices eas, quae sunt secundae atque quartae aeque multiplices, vel pariter transcendunt, vel ab his pariter[7] transcenduntur, vel his pariter exsaequantur,(!) cum scilicet in alterna comparatione sumantur.[8]

6. Quae vero eandem retinent proportionem, proportionaliter esse dicuntur.[9]

7. Quanto vero earum, quae sunt aeque multiplices, primae quidem magnitudinis <multiplex secundae> multiplicem superat, tertiae vero magnitudinis multiplex quartae magnitudinis multiplicem[10] minime transcendit, tunc prima magnitudo ad secundam magnitudinem maiorem proportionem quam tertia ad quartam tenere perhibetur.[11]

8. Proportionalitas vero in tribus ad minimum terminis invenitur.

11. Cumproportionales idem eiusdem magnitudines proportionis esse dicuntur praecedentes praecedentibus et consequentibus consequentes.

11. Quando autem tres magnitudines proportionaliter fuerint constitutae, tunc prima ad tertiam duplicem proportionem[12] quam ad secundam dicitur possidere.

10. Quando autem quatuor magnitudines proportionaliter fuerint constitutae, tunc prima ad quartam triplicem proportionem quam ad secundam dicitur obtinere.

13. Conversim sumere est: sic se habere consequens ad praecedens, sicuti est consequens ad praecedens.

12. Alternatim sumere est: ut se habet praecedens < ad praecedens >,[13] sic se habeat consequens ad consequens.

14. Componentem sumere est: ut sese habet praecedens cum consequente velut unum ad id ipsum, quod sequitur.

15. Dividentem vero sumere est: ut sese habet eminentia, qua eminet < praecedens > ab eo, quod consequitur, < ad ipsum, quod sequitur >.[14]

16. Retrorsum vero sumere est: ut se habet praecedens ad eminentiam qua praecedens eminet ab eo, quod est consequens, ita se habere praecedens ad eminentiam, qua[15] praecedens eminet ab eo, quod est consequens.

18. Confusa proportionalitas appellatur, quando fuerit: ut praecedens ad consequens, sic consequens ad praecedens, et ut consequens ad aliud, sic aliud ad praecedens.

17. Ex aequo est sumptio extremorum mediis intermissis.

[1]) minor] miror, *darüber steht von späterer Schrift* vel minor. — [2]) pars est *ist ausradiert.* — [3]) minor] miror. — [4]) Proportio est] Proportionem, *doch ist das* n *unterpunctirt.* — [5]) sese] esse. — [6]) Eandem] Eadem. — [7]) vel ab his pariter *steht auf Rasur.* — [8]) sumantur] sumatur. — [9]) dicuntur] dicantur. — [10]) *Das Mscpt liest durch Dittographie folgendermassen;* Quando vero earum quae sunt aequae multiplices primae quidem magnitudinis multiplicem superat. Tertiae vero magnitudinis multiplex. Secundae (*auf Rasur*) vero magnitudine multiplicem superat. Tertiae vero magnitudinis multiplex. Quartae magnitudinis multiplicem minime transcendit. — [11]) *Zuerst stand* prohibetur, *doch ist der Strich, welches* ro *bedeutet, wegradiert.* — [12]) proportionem] portionem. — [13]) ad praecedens *ist ausgelassen.* — [14]) *In der Handschrift steht:* Dividentem vero sumere est ut sese habet eminentis qua eminet ab eo quod consequitur. — [15]) ad eminentiam qua] ab eminentia quae.

Über Johann von Gemunden.

Von MAXIMILIAN CURTZE in Thorn.

Die Fragen über den Geschlechtsnamen und die Heimat JOHANNES VON GEMUNDEN sind bis jetzt nicht erledigt. Vielleicht dürfte die nachfolgende Betrachtung einen Beitrag zu ihrer Lösung geben.

Die K. K. Hofbibliothek zu Wien besitzt folgende Manuscripte:

1. N° 5412[3], Bltt 155′—160′: JOHANNES SCHINDEL DE GAMUNDIA, *Tabulae stellarum fixarum partim verificatae per* GEORGIUM *praepositum Neoburgensem;*
2. N° 5415[2], Bltt 133′—160: JOHANNES SCHINDEL DE GAMUNDIA, *Canones pro ecclipsibus solis et lunae;*
3. N° 5418[4], Bltt 128—145: JOHANNES SCHINDEL DE GAMUNDIA, *Tractatus de quadrante horario;*
4. N° 5418[5], Bltt 146—164′: JOHANNES SCHINDEL DE GAMUNDIA, *Tractatus de composicione cylindri;*
5. N° 5501[1], Bltt 1—19: JOHANNES SCHINDEL DE GAMUNDIA, *Calendarium.*

Von diesen gehören N° 1, 3, 4 und 5 sicher dem gewöhnlich nur als JOHANNES DE GAMUNDIA bezeichneten Verfasser an. N° 1, 3 und 4 sind unter diesem Namen z. B. in der Handschrift Cod. lat. Monac. 10662 enthalten. Es dürfte daher wohl nicht zu gewagt erscheinen, als Vatersnamen des JOHANN VON GEMUNDEN den Namen SCHINDEL zu bezeichnen, der dann von JOHANNES SCHINDEL aus Königgrätz wohl zu unterscheiden wäre. Die *Tabulae Codicum manu scriptorum in Bibliotheca Palatina Vindobonensi asservatorum,* vol. IV, verweisen daher auch in »Index auctorum« unter dem Stichwort SCHINDEL, JOHANNES auf JOHANNES DE GAMUNDIA, unter welchem Namen alles zusammengefasst ist, was in diesem Bande an Schriften mit beiderlei Namensbezeichnung aufgeführt ist.

Der Cod. Amplon. Q. 278[1] enthält eine Schrift mit dem Titel:

Scholae et sophismata a magistro JOHANNE DE GEMUNDEN *Suevo de suppositionibus Marsilii de Ingen instituta* vom Jahre 1412, geschrieben *per* HERMANNUM DE STEYNA.

Hiernach erhielte die Annahme, dass Schwäbisch-Gmünd die Heimat des JOHANNES VON GEMUNDEN gewesen, wesentliche Stütze, obwohl dann wieder der 1404 zu Ulm studierende JOHANNES WISSBIER DE GAMUNDIA aus dem Spiele bleiben müsste.

Sur les découvertes mathématiques de Wronski.

Par S. Dickstein à Warszawa.

9. Intégration des équations différentielles et des équations aux différences.

Dans la *Critique de la théorie des fonctions génératrices de Laplace* et dans un manuscrit inédit: *Intégration générale des équations de tous les ordres,* Wronski s'occupe des méthodes générales d'intégration des équations. Les méthodes fondées sur la théorie des fonctions génératrices de Laplace et la définition même de ces fonctions que l'illustre géomètre déduit du développement suivant les puissances entières et positives d'une variable,[52] lui paraissent insuffisantes. Pour pouvoir supposer négative la variable x dans y_x, la théorie des fonctions génératrices, dit-il, est forcée d'imaginer dans sa série fondamentale

$$y_0 + y_1 t + \ldots + y_x t^x + \ldots$$

un prolongement indéfini du côté des puissances négatives de t; de plus, pour pouvoir supposer fractionnaire, irrationnelle ou même idéale (imaginaire) la même variable x, la théorie dont il s'agit est forcée de concevoir une infinité de termes intercalés entre ceux de la série fondamentale ou même une infinité de termes entièrement indépendants; ce sont différentes suppositions qui exigent selon Wronski des principes tout à fait étrangers à ceux du développement d'une fonction.

Les propriétés des fonctions *aleph* (voir la Bibliotheca Mathematica 1892, p. 85) conduisent Wronski à la construction des solutions des équations aux différences. Dans le manuscrit cité, il réduit l'intégration de l'équation aux différences:

$$F(x) = f_0(x) Y(x) + f_1(x) Y(x + a) + \ldots + f_m(x) Y(x + ma),$$

a étant un accroissement quelconque de la variable x, $F(x)$, $f_0(x)$, $\ldots$, $f_m(x)$ des fonctions données de cette variable, $Y(x)$ la fonction inconnue — à l'intégration de l'équation réduite

$$0 = f_0(x) Z(x) + f_1(x) Z(x + a) + \ldots + f_m(x) Z(x + ma),$$

$Z(x)$ étant la fonction cherchée. Il trouve pour cette fonction une expression de la forme

$$Z(x) = C_1 \aleph_1 (n_1 + n_2 + \ldots)^{\frac{x + ak_1}{a}}$$
$$+ C_2 \aleph_2 (n_1 + n_2 + \ldots)^{\frac{x + ak_2}{a}}$$
$$\cdots\cdots\cdots$$
$$+ C_m \aleph_m (n_1 + n_2 + \ldots)^{\frac{x + ak_m}{a}},$$

$C_1, C_2, \ldots, C_m$ étant des constantes arbitraires; $k_1, k_2, \ldots, k_m$ des constantes déterminées; $n_1 = \frac{1}{z_1}$, $n_2 = \frac{1}{z_2}$, ..., où $z_1, z_2, \ldots$ sont les racines d'une équation du degré m, dont les coefficients s'expriment en fonctions des coefficients de l'équation réduite.

Dans la *Critique de la théorie des fonctions génératrices* Wronski énonce le problème général suivant:

Si l'on désigne par $\Gamma\varphi(x)$ la quantité

$$A_0 \varphi(x) + A_1 \varphi(x + \omega) + \ldots + A_\mu \varphi(x + \mu\omega),$$

ω étant l'accroissement de la variable x, $\varphi(x)$ une fonction de cette variable; $A_0, A_1, \ldots, A_\mu$ des constantes; $\Gamma^2\varphi(x)$ ce que devient $\Gamma\varphi(x)$, lorsqu'on y remplace $\varphi(x)$ par $\Gamma\varphi(x)$, $\Gamma^3\varphi(x)$ ce que devient $\Gamma^2\varphi(x)$, lorsqu'on y remplace $\varphi(x)$ par $\Gamma\varphi(x)$ et ainsi de suite, on aura l'expression de $\Gamma^\varpi\varphi(x)$ en fonction des différences $\Gamma^{\varpi-1}\varphi(x)$, $\Gamma^{\varpi-1}\varphi(x + \omega)$ etc. Pour le problème inverse, c'est à dire pour la détermination de la fonction génératrice $\Gamma^{\varpi-1}\varphi(x)$, quand la fonction engendrée $\Gamma^\varpi\varphi(x)$ est connue, on a le théorème:

Soient $n_1, n_2, \ldots, n_\mu$ les racines de l'équation

$$0 = A_0 + A_1 n + \ldots + A_\mu n^\mu;$$

formons les fonctions *schin* (voir la Bibliotheca Mathematica 1892 p. 49)

$$N = ש(n_1^{\nu_1} n_2^{\nu_2} \ldots n_{\mu-2}^{\nu_{\mu-2}} n_{\mu-1}^{\nu_{\mu-1}} n_\mu^{\nu_\mu}),$$
$$N_1 = ש(n_2^{\nu_1} n_3^{\nu_2} \ldots n_{\mu-1}^{\nu_{\mu-2}} n_\mu^{\nu_{\mu-1}}),$$
$$\cdots\cdots\cdots$$
$$N_\mu = ש(n_1^{\nu_1} n_2^{\nu_2} \ldots n_{\mu-2}^{\nu_{\mu-2}} n_{\mu-1}^{\nu_{\mu-1}},);$$
$$(\nu_1 = 1,\ \nu_2 = 2,\ \ldots,\ \nu_\mu = \mu)$$

on trouve

$$\Gamma^{\omega-1}\varphi(x)=\frac{(-1)^{\mu-1}}{NA_\mu}\left\{N_1 n_1^{\frac{x}{\omega}}\Sigma\left[\Gamma^\omega\varphi(x)\left(\frac{1}{n_1}\right)^{\frac{x}{\omega}}\right]\right.$$

$$-N_2 n_1^{\frac{x}{\omega}}\Sigma\left[\Gamma^\omega\varphi(x)\left(\frac{1}{n_2}\right)^{\frac{x}{\omega}}\right]$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

$$\left.+(-1)^{\mu-1}N_\mu n_\mu^{\frac{x}{\omega}}\Sigma\left[\Gamma^\omega\varphi(x)\left(\frac{1}{n_\mu}\right)^{\frac{x}{\omega}}\right]\right\},$$

en prenant ici l'intégrale indéfinie Σ par rapport à l'accroissement de la variable x.[53]

Cette théorie s'applique immédiatement à l'intégration des équations aux différences de la forme

$$f(x)=B_0\varphi(x)+B_1\Delta\varphi(x)+\ldots+B_\mu\Delta^\mu\varphi(x),$$

et en y considérant ω comme une quantité infiniment petite, on parvient à l'intégration de l'équation différentielle linéaire aux coefficients constants.

Wronski étend ces considérations aux fonctions de plusieurs variables indépendantes, c'est à dire aux équations aux différences et différences partielles.

Dans la *Réforme des mathématiques* (T. I p. XCIV et suiv.), Wronski expose une nouvelle méthode générale d'intégration des équations. Voilà en quoi consiste le principe de cette méthode.[54]

Soit p. ex. une équation linéaire aux différences ou aux différentielles sous la forme

$$\psi(x)=H_0\Omega+H_1\frac{d\Omega}{dx}+H_2\frac{d^2\Omega}{dx^2}+\ldots+H_\mu\frac{d^\mu\Omega}{dx^\mu},$$

Ω étant la fonction inconnue de x, $\psi(x)$ une fonction quelconque de la même variable, les coefficients H_0, H_1, ..., H_μ des fonctions de x qui peuvent contenir l'inconnue Ω et ses différences ou différentielles. Soit k une valeur moyenne de la variable x entre les limites dont on veut se servir et $[H_0]$, $[H_1]$, ..., $[H_\mu]$ les valeurs correspondantes des fonctions H_0, H_1, ..., H_μ. En introduisant dans l'équation un paramètre ar-

bitraire a et la fonction se^{rx}, s et r étant des nombres arbitraires, formons une équation plus générale

$$\psi(x) + (1-a)se^{rx}$$

(1) $$= [H_0]\left(\frac{H_0}{[H_0]}\right)^a \Omega + [H_1]\left(\frac{H_1}{[H_1]}\right)^a \frac{d\Omega}{dx} + \ldots + [H_\mu]\left(\frac{H_\mu}{[H_\mu]}\right)^a \frac{d^\mu \Omega}{dx^\mu},$$

qui pour la valeur $a=1$ donne l'équation proposée et pour $a=0$ l'équation »réduite»

(2) $$\psi(x) + se^{rx} = [H_0]\Omega + [H_1]\frac{d\Omega}{dx} + \ldots + [H_\mu]\frac{d_\mu \Omega}{dx_\mu},$$

c'est à dire une équation aux coefficients constants, dont l'intégration peut être effectuée par des procédés connus. En regardant l'intégrale de l'équation (1) comme une fonction du paramètre a, on arrive de l'intégrale de l'équation (2) à celle de l'équation (1) par une des méthodes du développement données par Wronski, p. ex. par le »problème universel» ou par la »méthode suprême» (voir la Bibliotheca Mathematica 1894, p. 51, 85). Pour $a=1$ on en déduit l'intégrale de l'équation proposée.

L'introduction d'un paramètre arbitraire, soit en exposant soit en coefficient, soit enfin par les deux modes à la fois, peut fournir en effet un moyen pour avoir l'équation réduite relativement simple, mais l'application des développements infinis renfermant le paramètre arbitraire et le passage de l'intégrale de l'équation (2) à la solution de l'équation donnée présente la partie la plus difficile du problème. L'introduction de la fonction se^{rx} avec des constantes arbitraires s et r, a pour but d'assurer la convergence aux développements, mais on sait que les approximations même convergentes ne convergent pas nécessairement vers les solutions cherchées. Les questions délicates de ce genre appartiennent à la science moderne; Wronski s'efforçait de les résoudre par sa »génération neutre». Ce n'est qu'au dernier temps que M. Poincaré a énoncé un théorème général sur les intégrales des équations différentielles contenant un paramètre arbitraire.[55]

10. Résolution "systématique" des équations algébriques.

Dans l'opuscule: *Résolution générale des équations de tous les degrés* (1812) Wronski a donné pour les racines x_1, x_2, ..., x_m de l'équation de degré m:

$$0 = A_0 + A_1 x + A_2 x^2 + A_{m-1} x^{m-1} + x^m,$$

les expressions suivantes

$$x_i=\rho_i\sqrt[m]{\xi_1}+\rho_i^2\sqrt[m]{\xi_2}+\ldots+\rho_i^{m-1}\sqrt[m]{\xi_{m-1}}\,, \qquad (i=1,2,\ldots,m)$$

ρ_i étant les racines de l'équation $z^m-1=0$, et les quantités $\xi_1, \xi_2, \ldots, \xi_{m-1}$ les $m-1$ racines de l'équation »réduite» de degré $m-1$:

$$0=y_1+y_2\xi+\ldots+y_{m-2}\xi^{m-2}+y_{m-1}\xi^{m-1}\,,$$

dont les coefficients s'expriment algébriquement par les coefficients de l'équation donnée. La théorie de Wronski était évidemment fausse, ce qu'ont reconnu Ruffini[56] et Torriani;[57] on sait que c'est Ruffini qui, plus de dix ans avant l'apparition de l'opuscule de Wronski, a démontré l'impossibilité de la résolution par des radicaux algébriques des équations générales dont le degré est supérieur à 4.[58]

Dans la *Réforme des mathématiques* Wronski revient au même sujet; il y reproduit ses formules antérieures, mais il les envisage sous un autre point de vue. Il les fait dériver de son »problème universel», c'est à dire de la loi du développement de la quantité x déterminée par l'équation

$$0=f(x)+x_1f_1(x)+x_2f_2(x)+\ldots,$$

dans laquelle il pose

$$f(x)=A_0+x^m\,,\ f_1(x)=x^2\,,\ f_2(x)=x^3\,,\ \ldots$$

Dans ce développement, les quantités

$$\Xi_1^m=\xi_1\,,\ \Xi_2^m=\xi_2\,,\ \ldots,\ \Xi_{m-1}^m=\xi_{m-1}$$

s'exprimeront par des séries infinies, et les coefficients de l'équation réduite ne seront plus en général des fonctions algébriques des coefficients de l'équation donnée. On voit que la méthode de Wronski devient ainsi une méthode transcendentale de la résolution des équations algébriques, et comme telle elle est assujettie à toutes les précautions qu'il faut prendre pour que les développements soient non seulement convergents, mais qu'ils convergent aussi vers les racines chercées.

11. Changement des variables. Dérivées des ordres supérieurs.

Dans la *Philosophie de la technie* (1815, 1816—1817) on trouve plusieurs formules du calcul différentiel fort remarquables. Nous citerons celles qui se rapportent au changement de variables et aux dérivées des ordres supérieurs.

Si $F(z)$ est une fonction de y et y une fonction $\varphi(x)$ de la variable x, l'expression de la dérivée d'ordre m de la fonction F par rapport à la variable x sera d'après WRONSKI

$$\frac{d^n F}{dx^n} = \frac{\mathfrak{W}\left[\frac{d\varphi}{dy}, \left(\frac{d\varphi}{dy}\right)^2, \ldots, \left(\frac{d\varphi}{dy}\right)^{n-1} \frac{dF}{dy}\right]}{1^{1/1} \cdot 1^{2/1} \ldots 1^{n/1} \left(\frac{d\varphi}{dy}\right)^{\frac{n(n+1)}{2}}}.$$

Cette formule est très utile pour l'étude des développements des fonctions en séries.[59]

On trouve dans le même ouvrage les formules

$$\frac{d^n F}{dx^n} = \frac{d^n F(z)}{dz^n}\theta^{-\mu} + \frac{\mu - 1}{1}\frac{d^{n-1}F(z)}{dz^{n-1}}\left(\frac{d\theta^{-\mu}}{dz}\right) + \ldots;$$

$$\frac{d^n F}{dx^n} = \left| \frac{d^{n-1}\left(\theta^{-\mu}\frac{dF(x+z)}{dz}\right)}{dz^{n-1}} \right|_{z=0},$$

$$\theta = \frac{\varphi(x+z) - \varphi(x)}{z},$$

données postérieurement par HOPPE, SCHLÖMILCH et par autres savants.[60]

On y trouve aussi[61] la formule la plus générale exprimant la dérivée

$$\frac{d^m F(x_1, x_2, \ldots, x_m)}{dy_1^{m_1} dy_2^{m_2} \ldots dy_n^{m_n}}. \qquad (m_1 + m_2 + \ldots + m_n = m)$$

12. Calcul des grades et des gradules.

Dans la *Philosophie des mathématiques* (1811), WRONSKI propose une nouvelle espèce de calcul infinitésimal par les définitions suivantes.

Soit $y = \varphi(x)$ une fonction de x; concevons que l'exposant de x reçoive un accroissement $\gamma(x)$, l'exposant de y recevra alors un accroissement que nous désignons par $\gamma(y)$. Nous aurons

$$y^{1+\gamma(y)} = \varphi(x^{1+\gamma(x)}), \; y^{\gamma(y)} = \frac{\varphi(x^{1+\gamma(x)})}{\varphi(x)}.$$

Faisons $x^{1+\gamma(x)} = x + \xi$, il viendra

$$y^{\gamma(y)} = e^{\Delta \log \varphi(x+\xi)}.$$

Lorsque ξ est une quantité infiniment petite, le «grade» $\gamma(\varphi(x))$ devient un »gradule» $g(\varphi(x))$ et nous aurons

$$g(\varphi(x))=\frac{d\log\varphi(x)}{\log\varphi(x)}\,.$$

Ce sont le grade et le gradule du premier ordre; on définit le grade et le gradule du seconde ordre par les expressions

$$y^{\gamma(y)+\gamma_2(y)}=e^{\Delta\log\varphi(x+\xi)^{1+\gamma(\varphi(x+\xi))}}\,,$$

$$\gamma_2(\varphi(x))=\frac{\Delta^2\log\varphi(x+2\xi)}{\log\varphi(x)}\,,$$

$$g_2(\varphi(x))=\frac{d^2\log\varphi(x)}{\log\varphi(x)}\,.$$

Pour les grades et les gradules des ordres supérieurs on aura analoguement

$$\gamma_\mu(\varphi(x))=\frac{\Delta^\mu\log\varphi(x+\mu\xi)}{\log\varphi(x)}\,,$$

$$g_\mu(\varphi(x))=\frac{d^\mu\log\varphi(x)}{\log\varphi(x)}\,.$$

D'après ces définitions on établit les lois du nouveau calcul, en particulier les formules pour

$$g_\mu(F(x)+f(x))\,,\ g_\mu(F(x)\,.\,f(x))\,,\ g_\mu(F(x)^{f(x)})\,,$$

et les lois qui lient cette nouvelle branche avec le calcul différentiel;[52] le calcul inverse des gradules répond au calcul intégral. Wronski regarde le nouveau calcul comme indépendant du calcul infinitésimal ancien. Pour ce qui concerne son utilité, l'algorithme des grades et des gradules est resté sans applications, malgré une application tentée par l'inventeur à la détermination de la nature des racines des équations algébriques et une autre inachevée, que j'ai trouvée dans un manuscrit inédit, à la théorie des nombres.

[52] Laplace, *Théorie analytique des probabilités* (*Oeuvres*, t. VII.), Livre I, Première Partie, chap. I: »Des fonctions génératrices à une variable.»

[53] E. West, *Exposé des méthodes générales en mathématiques* p. 287.

[54] E. West, l. c. p. 61 et suiv.

[55] H. Poincaré, *Les méthodes nouvelles de la mécanique céleste* (Paris, 1892), Chapitre II: Intégration par les séries, p. 52 et suiv. — E. Picard, *Sur les équations linéaires du second*

ordre renfermant un paramètre arbitraire. Comptes rendus de l'académie des sciences de Paris, 19 février 1894. *Sur les équations différentielles renfermant un paramètre arbitraire.* Ibid. 9 Avril 1894. — E. LINDELÖF, *Sur l'application des méthodes d'approximations successives à l'étude des intégrales réelles des équations différentielles.* Journal de mathématiques **10**$_4$, 1894, p. 125 et suiv.

[56] P. RUFFINI, *Intorno al metodo generale proposto dal sig. Hoene Wronski onde risolvere le equazioni di tutti i gradi.* Memoria ricevuta li 20 Marzo 1816. Memorie della Società Italiana **18**, 1820.

[57] TORRIANI, *Memoria premiada na Sessão publica de 24 de Janho de 1818 sobre o programma proposto para a mesmo anno: »Dar a demonstração das formulas propostas por Wronski para a resolução geral das equações«.* Memorias da Academia Real das Sciencias de Lisboa **6**, 1819, p. 33—56.

[58] RUFFINI, *Teoria generale delle equazioni in cui si dimostra impossibile la soluzione algebrica delle equazioni generali di grado superiore al quarto* (Bologna 1799).

[59] H. LAURENT, *Traité d'analyse.* T. V (1890) p. 36—38. — S. DICKSTEIN, *O »prawie najwyzszém« Hoene-Wrônskiego w matematyce* [Sur la loi suprême de WRONSKI]. Prace matematyczno-fizyczne **2**, 1890, p. 162. — H. ZORAWSKI, *O szeregach odwracajacych* [Sur l'inversion des fonctions par les séries]. Prace matematyczno-fizyczne **5**, 1894, p. 147.

[60] R. HOPPE, *Theorie der independenten Darstellung der höheren Differentialquotienten.* (Leipzig 1845). — O. SCHLÖMILCH, *Compendium der höheren Analysis* **2** (1866), p. 3 et suiv. — R. MOST, *Über die höheren Differentialquotienten,* Mathem. Annalen **4**, 1872, p. 499—504. — L. KÖNIGSBERGER, *Über das Bildungsgesetz der höheren Differentiale einer Function von Functionen.* Mathem. Annalen **27**, 1886, p. 473 et suiv.

[61] CH. LAGRANGE, *Développement des fonctions d'un nombre quelconque de variables indépendantes à l'aide d'autres fonctions de ces mêmes variables. Dérivées des fonctions de fonctions.* Mémoires de l'Académie de Belgique **48**, 1885.

[62] A. S. DE MONTFERRIER, *Encyclopédie mathématique* **3**, p. 96—103. — W. KRAUZE, *Róznice i rózniczki wykladnicze* [Différences et différentielles exponentielles]. Prace matematyczno-fizyczne **5**, 1894, p. 160—168. — S. DICKSTEIN, *Z Wronskiego teoryi stopni skonczonych i nieskonczenie malych* [Sur la théorie des grades et des gradules de WRONSKI]. Prace matematyczno-fizyczne **5**, 1894, 169—174.

Nochmals der Jakobsstab.

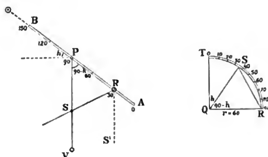
Von H. SUTER in Zürich.

In der Bibliotheca Mathematica 1895 (S. 13—18) veröffentlichte ich einen Artikel, betitelt *Zur Geschichte des Jakobsstabes*, in welchem ich als wahrscheinlich hinstellte, dass das Linear-Astrolabium oder der Stab des Tûsî mit dem Jakobsstab identisch sei und zugleich den Wunsch aussprach, es möchte Herr Baron CARRA DE VAUX in Paris die Güte haben, die Stellen des Ms. arab. N:o 1148, die über dieses Instrument handeln und die L. A. SÉDILLOT in seinem *Mémoire sur les instruments astronomiques des Arabes* weggelassen hatte, zu veröffentlichen. Herr Baron CARRA DE VAUX ist nun diesem Wunsche in höchst anerkennenswerther Weise nachgekommen und ich benutze diesen Ort, um ihm von meiner Seite aus den wärmsten Dank für seine Bemühungen auszusprechen.

Im Journal asiatique 1895 (N:o de Mai—Juin) hat der genannte Gelehrte die betreffende Stelle aus dem Ms. arab. N:o 1148 (jetzt N:o 2508), welches den 3. und 4. Bd. eines astronomischen Werkes von ABÛ'L-HASSAN 'ALI BEN 'OMAR EL-MERRAKESCHÎ, betitelt »die Gesammtheit der Anfänge und der Enden» enthält, im arabischen Text und mit französischer Übersetzung veröffentlicht. Die Übersetzung bot wegen des specifisch technischen Inhaltes der Abhandlung keine geringen Schwierigkeiten dar, die aber von Herrn CARRA DE VAUX in ausgezeichneter Weise überwunden worden sind, wie wir es auch von dem Herausgeber und Übersetzer der Mechanik des HERON nicht anders erwartet haben. Da aber der Text des Ms. gar keine Figur enthält, so wäre es trotz der beinahe wörtlichen Übersetzung äusserst schwierig, eine *genaue* Darstellung des in Frage stehenden Instrumentes zu geben, aus der jeder Leser die Construction und Anwendung desselben klar ersehen könnte; ich wenigstens muss in dieser Richtung mein Unvermögen bekennen. Eines aber steht fest, nämlich die Thatsache, dass der Stab des Tûsî *nicht identisch* mit dem Jakobsstab ist, dass also meine in dem oben genannten Artikel ausgesprochene Vermuthung eine irrige war. So bleibt also immer noch bis auf weitere Entdeckungen der von S. GÜNTHER und M. STEINSCHNEIDER als Erfinder oder wenigstens erster Beschreiber des Jakobsstabes genannte LEVI BEN GERSON als solcher in Kraft bestehen.

Der Stab des Tûsî ist ein vereinfachtes Astrolabium, bei welchem die auf den ebenen Astrolabien (Planisphärien) durch Kreis- oder elliptische Bögen dargestellten verschiedenen Himmelskreise (wie Äquator und seine Parallelkreise, die Ekliptik, die Mukantarate etc.) einfach durch die Durchschnittspunkte dieser Kreise mit der Linie, in welcher sich Meridiankreis und Projectionsebene schneiden (d. h. mit der Südrichtung) ersetzt waren, oder kürzer: Statt des Planisphaeriums nahm man einfach seine Südlinie (den Stab), mit den Durchschnittspunkten sämmtlicher Kreise des Planisphaeriums versehen. Das Instrument war, wie in der veröffentlichten Abhandlung auch an mehreren Stellen ausgesprochen wird, für die meisten Beobachtungen unpraktisch und ungenauer als das Planisphaerium, für die Auffindung der Azimute von Fixsternen sogar unbrauchbar.

Die erste in der Abhandlung beschriebene Anwendung dieses Instrumentes, diejenige zur Bestimmung der Sonnenhöhe, ist die einfachste und deshalb leicht verständlich; ich gebe sie im Folgenden wieder.



Der ganze Stab AB ist in 150 gleiche Teile geteilt (der Verfasser bemerkt, dass 180 die bequemere Teilung gewesen wäre); beim 30. Teilpunkt (R), dem *Mamsak* (= Rétenteur = Halter, Angriffspunkt), ist ein kleines Loch durch den Stab gebohrt, durch welches ein Faden geführt werden kann, beim 90. Teilpunkt (P), dem *Kutb* (= Pol), ist ein etwas grösseres Loch gebohrt, durch welches das Senkblei PV herabgelassen werden kann. Die 60 Teile PR repräsentiren den Radius des Wendekreises des Steinbocks, dessen Ebene bei den Planisphärien als Projectionsebene angenommen wird. Um nun die Sonnenhöhe *h* zu bestimmen, richtet man den Stab mit dem Polende genau nach der Sonne, lässt das Senkblei im Punkte

P hinunter, verschiebt an demselben eine Hülse (Marke) S soweit, dass PS = PR wird, spannt den in R herunterhängenden Faden RS′ in die Richtung RS und bringt die Länge RS als Sehne an den Quadranten, dessen Radius ebenfalls = 60 Teilen des Stabes, also = PR sein muss, so gibt der Bogen ST die Sonnenhöhe *h* an.

Für die meisten Messungen sind ausser dem Stab und dem Quadranten auch noch Tafeln nothwendig, man sieht aber aus diesem einzigen Beispiele, dass die Messungs-Resultate mit diesem Stab des Tûsî keinen Anspruch auf Genauigkeit machen konnten. In der Abhandlung sind ausser dieser Höhenbestimmung der Sonne noch folgende Messungen beschrieben: Höhenmessung von Fixsternen, Bestimmung des *Fadl ed-Dâir,* d. h. des Stundenwinkels, ferner des Tagesbogens der Sonne, des Stundenwinkels eines auf dem Stab markirten Sternes, der verflossenen Zeit der Nacht, der Ascendenten zu irgend einer Tageszeit, der Aufgangszeit der auf dem Stabe markirten Sterne, der Co-Ascendenten der Häuser des Thierkreises, der Tageszeit und andere.

Geometrie mit constanter Zirkelöffnung im Altertum.

Von M. Kutta in München.

Aus einer Stelle des Pappus[1] ist von Herrn Cantor[2] geschlossen worden, dass schon die Griechen die Geometrie mit fester Zirkelöffnung kannten. Dort werden unter den als »werkzeugsmässig gelöst» (*ὀργανικά*), und als »der geometrischen Berechtigung entbehrend» (*τῆς ἐξουσίας γεωμετρικῆς ἀφαιρούμενα*) charakterisirten Problemen solche erwähnt, die »*ἑνὶ διαστήματι*» gezeichnet werden. Dem Zusammenhange nach aber erscheint es gewagt, diese als »mit fester Zirkelöffnung beschriebene» zu deuten, da bei den letzteren die Beweise äusserst leicht zu geben sind, und man mit den bei den Griechen als einzig rein geometrisch betrachteten Constructionsmitteln (Zirkel und Lineal) nicht nur ausreicht, sondern sogar diese nur in eingeschränktem Masse verwendet. Schon Hultsch hat die anscheinende Unklarheit bemerkt und schlägt vor, an Stelle von *ἑνὶ διαστήματι* lieber *κανονίῳ τινί* (mit einem beweglichen Lineal) zu lesen, wobei er am Probleme wie die Würfelverdoppelung denkt. Eine vielleicht genügende Deutung der Stelle gewinnt man aber, ohne sie zu ändern, durch Heranziehung von Pappus 244, 14, wo bei Construction der Conchoide das Wort *διάστημα* in spezieller technischer Bedeutung für die constante auf den Strahlen abzutragende Strecke eingeführt wird.[3] Darnach sind die obigen Probleme also die durch Abtragung »einer constanten Strecke», analog wie bei der Conchoide, lösbaren, wozu die Charakterisirung vorzüglich passt. Eine Bekanntschaft der Griechen mit der Geometrie mit constanter Zirkelöffnung dürfte bei Annahme dieser Erklärung jener Stelle, der einzigen der griechischen Literatur, die darauf hinweisen könnte, unwahrscheinlich erscheinen.

[1] Pappi Alexandrini *Collectiones quæ supersunt, ed.* F. Hultsch, III (Berlin 1878), S. 1074.

[2] Cantor, *Vorlesungen über Geschichte der Mathematik*, Band 1 (zweite Auflage), S. 421.

[3] *Καλείσθω δὲ ἡ μὲν ΑΒ εὐθεῖα »κανών», τὸ δὲ σημεῖον Ε »πόλος», »διάστημα» δὲ ἡ ΓΔ.*

RECENSIONEN. — ANALYSES.

M. Cantor. VORLESUNGEN ÜBER GESCHICHTE DER MATHEMATIK. DRITTER BAND. VOM JAHRE 1668 BIS ZUM JAHRE 1759. ZWEITE ABTHEILUNG. DIE ZEIT VON 1700 BIS 1726. Leipzig, Teubner 1896. 8°, p. 253—472.

L'ordre des matières traitées dans cette seconde partie du troisième tome des *Vorlesungen* est à peu près le même que celui adopté par M. CANTOR pour la période 1668—1699 (voir Biblioth. Mathem. 1894, p. 89—91). En premier lieu il signale les ouvrages d'histoire des mathématiques et les éditions d'auteurs classiques; après quelques notices sur l'histoire du calcul infinitésimal jusqu'en 1704, il donne ensuite une exposition détaillée (42 pages) des débats sur la priorité de l'invention des nouveaux calculs, débats commencés en 1699 par FATIO DE DUILLIER et terminés seulement après la mort de LEIBNIZ. Puis il rend compte successivement du développement de l'analyse combinatoire et du calcul des probabilités, de la théorie des suites et du calcul aux différences. Enfin les trois derniers chapitres sont consacrés aux progrès de l'algèbre, des procédés de différentiation et d'intégration, de la géométrie analytique et projective, ainsi que de l'intégration des équations différentielles.

Personne qui aura lu avec attention la nouvelle partie des *Vorlesungen,* ne niera qu'elle ne soit digne de son éminent auteur. Nous nous permettons de signaler p. ex. l'exposition des débats sur la priorité de l'invention du calcul infinitésimal, exposition tracée de main de maître et évidemment *con amore.* D'autre part nous ne serions pas surpris, si quelque lecteur émettait l'opinion que cette partie ne contienne pas une exposition complète et uniforme des recherches mathématiques les plus importantes faites pendant la période 1700—1726, mais qu'elle soit plutôt un recueil d'importants traités sur les progrès de plusieurs (ou bien la plupart) des branches de mathématiques pendant cette période, renfermant aussi un certain nombre de notices sur les progrès des autres branches dans le même temps. En effet, à partir du commencement du 18e siècle, les matériaux pour l'histoire des mathématiques deviennent si abondants et si hétérogènes, qu'il est à peu près impossible pour un seul homme de les traiter convenablement sans avoir recours à des monographies historiques sur chaque branche particulière. Et même en ce cas, on sera très facilement induit à s'occuper trop des

branches pour lesquelles on a une prédilection marquée, et de négliger un peu les autres.

Pour illustrer par un exemple ce que nous venons de dire, nous nous permettons de choisir l'histoire du calcul aux différences finies et en particulier les services rendus par TAYLOR à ce calcul. Dans notre mémoire *Differenskalkylens historia*, I (Upsala 1878), nous avons donné une exposition détaillée de ces services. Il en résulte que TAYLOR a introduit les termes *incrementum* (= différence), *integralis* et *valor successivus;* qu'il a donné les notations pour les différences et les intégrales, savoir

$$\underset{n}{x} = \Delta^{n} x, \quad {}^{n}[x] = \Sigma^{n} x;$$

qu'il a établi le théorème pour la détermination des différences successives, et appelé l'attention sur la dépendance mutuelle entre les différences et les intégrales; en un mot, qu'il a jeté les fondements de la méthode générale du calcul aux différences. Il a, de plus, fait connaître diverses formules, comme celles qui donnent

$$u\ , u_{x+h}, u_{x-h}, \Delta x^{(m)}, \Delta x^{(-m)}, \Delta a^{x},$$
$$\Delta^{n}(u_x v_x), \Sigma x^{(m)}, \Sigma x^{(-m)}, \Sigma a^{x}, \Sigma^{n}(u_x v_x), \Sigma[a^{x}\varphi(x)].$$

Il s'est aussi occupé de la théorie des équations aux différences; il a démontré l'existence d'une solution; il a déterminé la forme générale de la solution complète et exprimé la valeur de la variable dépendante sous la forme d'une série infinie; il a donné une méthode d'intégration pour certaines équations aux différences du premier ordre. Enfin il a appliqué le calcul des différences à l'interpolation et à la sommation des séries.

Maintenant, si nous examinons les quelques pages que M. CANTOR a consacrées à TAYLOR, nous n'y trouvons à peu près rien relativement au calcul des différences finies. M. CANTOR parle (p. 365) un peu des notations générales de TAYLOR, mentionne (p. 367—368) la déduction de la série connue sous son nom, nous avertit (p. 369) que TAYLOR s'est occupé de l'interpolation et de la sommation des séries, et fait observer enfin (p. 370) que dans la *Methodus incrementorum* »die Lehre von den endlichen Differenzen eigentlich am stiefmütterlichsten, mindestens am undeutlichsten behandelt ist, wiewohl sie dem Buche den Titel verlieh und das Buch wieder anderen Mathematikern den Anstoss gab, tiefer in den Gegenstand einzudringen». On voit que M. CANTOR passe sous silence précisement les plus importantes contributions de TAYLOR au calcul des différences finies.

On pourrait nous objecter que, notre mémoire étant rédigé en suédois, les résultats en ont été inaccessibles à M. CANTOR, et que, par conséquent, s'il a traité TAYLOR en marâtre, il a agi tout à fait involontairement. L'objection est sans doute juste, mais nous faisons observer qu'un résumé, en allemand, de notre mémoire a été publié dans le Repertorium der literarischen Arbeiten auf dem Gebiete der Mathematik **2** (1879), p. 340—342, et qu'une courte analyse en français a été insérée au Bulletin des sciences mathématiques 3_2, 1879, p. 381—382. Donc si M. CANTOR avait jugé indispensable de rendre compte de l'histoire du calcul des différences finies à partir de TAYLOR, il ne lui aurait pas été impossible de consacrer à ce sujet au moins une page de plus, sans qu'il lui eût été nécessaire de se livrer à une étude approfondie des passages obscurs et parfois presque incompréhensibles de la *Methodus incrementorum*.

Par ce qui précède, nous n'avons point voulu avancer positivement qu'il y a d'importantes lacunes dans l'exposition de M. CANTOR, d'autant moins que nous reconnaissons que la valeur relative d'une découverte mathématique peut être appréciée très diversement par différentes personnes. Notre intention a été seulement de faire ressortir que, pour les raisons que nous avons indiquées, il est très difficile d'éviter de telles lacunes en traitant la période dont s'est occupé M. CANTOR. En tout cas nous croyons pouvoir affirmer que son ouvrage, tel qu'il est actuellement, rendra les plus grands services à l'étude de l'histoire des mathématiques et que, par conséquent, il nous faut en être vivement reconnaissants à M. CANTOR.

Voici à la fin quelques petites observations, peu importantes au reste, que nous avons faites en lisant la nouvelle partie des *Vorlesungen*.

P. 255. L'écrit *Problema deliacum de duplicationi cubi* (Upsaliæ 1716) n'a pas pour auteur HARALD VALLERIUS (né en 1646, professeur des mathématiques à l'université d'Upsala depuis 1690, mort en 1716), mais (comparez Biblioth. Mathem. 1889, p. 3) son fils JOHANNES VALLERIUS (né en 1677, professeur des mathématiques à l'université d'Upsala depuis 1712, mort en 1718). Cet écrit contient une notice assez complète sur l'histoire du problème Déliaque, dont il indique 25 solutions proposées depuis HIPPOKRATES jusque vers la fin du 17[e] siècle.

P. 256. Aux écrits historico-mathématiques cités par M. CANTOR, on pourrait ajouter celui de J. GRAM: *De origine geo-*

metriæ apud Ægyptos (Hauniæ 1706; cf. Biblioth. Mathem. 1889, p. 76) et peut-être aussi celui de JEAN II BERNOULLI: *Dissertatio utrum Galli præstant Anglis inventorum physicorum et mathematicorum laude* (Basileæ 1724; cf. Biblioth. Mathem. 1890, p. 100).

P. 259. »Der ... geschichtlichen Literatur ist auch eine Gattung von Werken verwandt, deren erstes, so weit uns bekannt ist, der in diesem Abschnitte behandelten Zeit angehört. Wir meinen mathematische Wörterbücher». Il y a des dictionnaires mathématiques parus antérieurement au 18e siècle. Ainsi HIERONYMUS VITALIS publia en 1668 un *Lexicon mathematicum, astronomicum, geometricum; hoc est rerum omnium ad utramque immo & omnem fere mathesim quomodocunque spectantium collectio & explicatio. Adiecta brevi novorum theorematum expansione, verborumque exoticorum dilucidatione ut non injuria disciplinarum omnium mathematicarum summa & promptuarium dici possit* (Parisiis MDCLXVIII, in-8°), et JACQUES OZANAM est auteur d'un *Dictionaire mathématique ou idée générale des mathématiques, dans lequel sont contenus les termes de cette science, outre plusieurs termes des arts & des autres sciences, avec des raisonnemens qui conduisent peu à peu l'esprit à une connoissance universelle des mathématiques* (Paris et Amsterdam [deux différentes éditions] M. DC. LXXXXI, in-4°).

P. 281. M. CANTOR rapporte un passage d'un article de LEIBNIZ, où est citée la *Synopsis geometrica* du mathématicien HONORÉ FABRI, et il avertit (p. 282) que cet ouvrage a paru en 1669. Comme FABRI n'est pas mentionné dans le tome II des *Vorlesungen*, on aurait pu désirer une petite note signalant que ce savant, connu aussi par ses ouvrages d'astronomie et de physique, était né vers 1606 et mourut en 1688.

P. 340. Il convient de faire observer que l'écrit de JOHAN DE WITT sur la mortalité auquel JACQUES BERNOULLI fait allusion dans sa lettre à LEIBNIZ, est précisement la brochure: *Waerdye Van Lyf-Renten Naer proportie van Los-Renten* (Haag 1671), dont M. CANTOR a rendu compte aux pages 42—45 du cahier III: 1 des *Vorlesungen*.

P. 342. A l'instar de plusieurs auteurs antérieurs (p. ex. MONTUCLA et HOEFER), M. CANTOR indique que la première édition de la *Doctrine of chances* a paru en 1716, mais nous doutons qu'il y en ait des exemplaires portant sur le feuillet de titre cet an d'impression. Le livre de MOIVRE n'a été publié qu'en 1718 (cf. le compte rendu inséré dans les Acta Eruditorum 1721, p. 131), date signalée p. ex. par TODHUNTER et BALL.

P. 358. »Wir ... bemerken ... dass ... das ... Differenzenzeichen damals [c'est à dire en 1711] schon vorhanden war, wovon wir im 100. Kapitel uns überzeugen werden». — P. 439: »Noch eine zweite Bemerkung haben wir an die 1706 gedruckte Abhandlung [c'est à dire le mémoire de JEAN BERNOULLI sur le problème des isopérimètres] zu knüpfen. In ihr erscheint das Differenzenzeichen $\varDelta$». Le passage auquel se rapporte l'indication de M. CANTOR, est le suivant (Mémoires de l'académie des sciences de Paris 1706, p. 237): »Il faut aussi remarquer qu'en général on exprimera les différences des fonctions de RO, RT par $\varDelta RO \times TO$, en prenant $\varDelta$ pour le signe ou la caractéristique des différences des fonctions, où l'on omet les différences des grandeurs dont elles sont fonctions». Donc $\varDelta RO$ n'est pas la différence de RO, mais la différence d'une *certaine fonction de* RO; de plus, on trouve aisément qu'ici le mot »différence» ne signifie point différence finie, mais qu'il correspond au terme moderne »dérivée», et que, par conséquent, le symbole $\varDelta$ doit être défini non pas par l'équation $\varDelta f(x) = f(x+h) - f(x)$, où $f(x)$ est une fonction quelconque, mais par l'équation $\varDelta x = \frac{df(x)}{dx}$, où $f(x)$ est une fonction donnée à l'avance (cf. ENESTRÖM, *Framställning af striden om det isoperimetriska problemet.* Upsala universitets årsskrift 1876. Matematik och naturvetenskap II, p. 58). Il s'ensuit que JEAN BERNOULLI n'a pas introduit le symbole actuel de différence finie; autant que nous sachions, EULER est le premier auteur qui s'en est servi.

P. 362. On pourrait ajouter ici que le problème de l'interpolation a été traité déjà avant COTES par HERMANN, qui avait trouvé en 1704 ou 1705 une formule dont celle de NEWTON n'est qu'un cas particulier (cf. ENESTRÖM, *Differenskalkylens historia* I, p. 18—19).

P. 364. »Das Exemplar [der *Methodus incrementorum directa et inversa*] der Heidelberger Universitäts-Bibliothek trägt die irrige Bezeichnung: Londini MDCCXVII. Wir wissen nicht, ob das ein neuer Abdruck ist, oder ob die falsche Jahreszahl auf einem Druckfehler beruht». Dans notre mémoire déjà cité: *Differenskalkylens historia* I, p. 28, nous avons signalé qu'il y a deux variantes du feuillet de titre de la *Methodus incrementorum,* dont la première a l'indication: »Londini ... Prostant apud Gul. Innys ... MDCCXV», et la seconde l'indication: »Londini, Impensis Gulielmi Innys ... MDCCXVII». Mais tous les exemplaires que nous avons vus, appartiennent à une

même édition, sauf naturellement ceux de l'édition photolithographiée en 1862 à Berlin par Friedländer & Sohn, qui se sont servis de la seconde variante du feuillet de titre.

P. 369. »Von Unterschieden von endlicher Grösse ist ferner [in der *Methodus incrementorum*] nicht mehr die Rede». Nous faisons observer qu'aux pages 112—114 de l'ouvrage de TAYLOR se trouve une application de la théorie de l'intégration des équations linéaires aux différences finies.

P. 370. »NICOLE ... verfolgte die Absicht, klarer darzustellen, was in TAYLORS *Methodus incrementorum* nicht mit genügender Deutlichkeit ausgeführt sei. NICOLE hat diese seine Absicht durchaus erfüllt». Dans notre note *Om Taylors och Nicoles inbördes förtjänster beträffande differenskalkylens första utbildande* (Öfversigt af [svenska] vetenskapsakad. förhandl. **51**, 1894, p. 177—187) nous avons essayé de démontrer que NICOLE s'est restreint à une partie peu considérable des questions du calcul aux différences finies, dont TAYLOR s'était occupé dans la *Methodus incrementorum*.

P. 404. L'indication que l'écrit *Enumeratio linearum tertii ordinis* de NEWTON a paru en 1706, est sans doute une simple faute d'impression (cf. p. 268 et p. 280, où M. CANTOR mentionne aussi qu'une analyse de cet écrit a été insérée par LEIBNIZ dans le cahier de janvier 1705 des Acta Eruditorum), bien qu'il soit vrai que la *seconde* édition en a été publiée en 1706. Au reste il est probable que la rédaction de cet écrit ait été commencée par NEWTON avant 1676, et que la rédaction définitive ait été achevée vers 1695 (cf. l'important mémoire de M. W. W. R. BALL *On Newton's classification of cubic curves;* Transactions of the London Mathematical society **22**, 1891, p. 104).

P. 429. »In den Acta Eruditorum vom Juni 1700 gab JAKOB BERNOULLI zunächst eine Anzahl von Beispielen [seiner Lösung des isoperimetrischen Problems]». La note à laquelle M. CANTOR fait allusion (Acta Eruditorum 1700, p. 261—266), n'est qu'un extrait d'un opuscule publié par JACQUES BERNOULLI sous le titre suivant: JACOBI BERNOULLII *ad fratrem suum Johannem Bernoulli epistola, cum annexâ solutione propriâ problematis isoperimetrici* (Basileæ 1700, in-4°). Le reste de cet opuscule a été réimprimé par CHARLES BOSSUT dans le journal: Observations sur la physique, sur l'histoire naturelle et sur les arts, dirigé par l'abbé ROZIER, tome XLI (1792), p. 161—173 (cf. ENESTRÖM, *Framställning af striden om det isoperimetriska problemet,* p. 32 et L'intermédiaire des mathématiciens **3**, 1896, p. 30).

P. 439. »JOHANN BERNOULLI hatte die Drucklegung seiner Abhandlung, sei es unabsichtlich, sei es absichtlich, sich verzögern sehen oder verzögern lassen». Dans notre petite note *Sur un point de l'histoire du problème des isopérimètres* (Biblioth. Mathem. 1888, p. 38) nous avons fait observer que JEAN BERNOULLI ne laissait point, pour parler avec BOSSUT (*Histoire générale des mathématiques*, tome II [Paris 1810], p. 41—42), son mémoire »dormir paisiblement pendant cinq ans aux dépots de l'académie». Si JEAN BERNOULLI avait fait sa volonté, le mémoire aurait probablement été publié déjà en 1701, mais VARIGNON arrangeait de manière que le manuscrit en fut retourné à son auteur. Ci-dessous nous nous permettons de reproduire quelques passages de la lettre que VARIGNON adressa à JEAN BERNOULLI sur ce sujet le 27 février 1701.

> Votre frère se prépare à partir dans 15 jours ou 3 semaines pour être à l'ouverture de votre paquet de solutions (que je donnai le 1er de ce mois à l'académie), et cela sans avoir encore fait imprimer les siennes, les apportant (dit-il) en manuscrit à l'académie. J'ai reçu vendredi une lettre des plus terribles... Vous ne sauriez croire tout ce qu'il me dit de duretés grossières par rapport à la partialité dont il m'accuse en ce rencontre.... Pour l'arrêter, je lui écrivis mercredi sur le champ que j'allais redemander votre paquet à M^r^ le secrétaire pour vous le renvoyer. Ce que j'ai effectivement fait (suivant l'avis de M^r^ le marquis de L'HÔPITAL, avec lequel j'en conférai le même jour), non seulement parce que j'ai conçu que vous ne seriez pas content que M^r^ votre frère fût ici à l'ouverture de vos analyses sans y être aussi pour vous défendre, et sans que les siennes soient publiques. Mais aussi par l'appréhension que j'ai que l'académie ne m'impute le vacarme qu'il pourra faire ici contre elle ou dans les journaux étrangers. A cela M^r^ le président a dit qu'il fallait que ce fût vous qui redemandassiez vous même votre paquet... Voyez et me dites incessamment ce que vous souhaitez en ce rencontre.

La réponse de JEAN BERNOULLI étant perdue, nous ignorons s'il réclama expressément son mémoire, mais en tout cas il est certain que le paquet lui fut renvoyé par FONTENELLE le 23 mars 1701. Après la mort du frère, JEAN BERNOULLI remit de nouveau à VARIGNON le paquet, qui portait encore le cachet de l'académie, et le mémoire fut enfin publié en 1706.

P. 458. »DANIEL BERNOULLI wartete noch zwei Jahre mit der Veröffentlichung seiner Methode». Cette indication

doit être un peu modifiée, car la méthode proposée par DANIEL BERNOULLI dans les Acta Eruditorum 1725, p. 473—475 avait été publiée déjà en 1724 dans l'ouvrage: DANIELIS BERNOULLII *exercitationes quædam mathematicæ* (Venetiis. MDCCXXIV, in-4°), p. 77—80. Par la »Licenza» insérée à la page 96 de cet ouvrage, on voit qu'il était achevé déjà le 11 juillet 1724.

P. 460. »Von CHRISTIAN GOLDBACH ... wissen wir kaum irgend etwas vor seiner Reise, welche er um 1720 nach Italien machte». Dans notre *Nouvelle notice sur un mémoire de Chr. Goldbach relatif à la sommation des séries, publié à Stockholm en 1718* (Biblioth. Mathem. 1887, p. 23—24), nous avons appelé l'attention sur une lettre adressée le 24 novembre 1723 par GOLDBACH à DANIEL BERNOULLI, où celui-là donne quelques renseignements sur ses occupations avant 1720. Par la notice citée et par la note antérieure sur le même sujet (Biblioth. Mathem. 1884, col. 15—16), on voit que GOLDBACH avait séjourné à Stockholm en 1718, et qu'il y avait publié alors un *Specimen methodi ad summas serierum*, reproduit plus tard dans les Acta Eruditorum 1720, p. 27—31; un résumé en suédois de ce *Specimen* se trouve aux pages 455—461 de l'ouvrage de A. G. DUHRE: *Första delen af en grundad geometria* (Stockholm 1721, in-4°). DUHRE dit (p. 459) que le *Specimen* a été imprimé en 1719, mais cette indication est probablement inexacte (cf. Biblioth. Mathem. 1884, col. 16). Dans son opuscule, GOLDBACH fait voir aussi que la série infinie dont le terme général est

$$\frac{e}{px^2 \pm qx \pm r},$$

peut être sommée si, le dénominateur étant réduite à la forme

$$p(x \pm a)(x \pm a + n),$$

n est un nombre entier, et que la somme en est

$$\frac{e}{np}\left(\frac{1}{1 \pm a} + \frac{1}{2 \pm a} + \ldots + \frac{1}{n \pm a}\right).$$

Nous ne nous souvenons pas d'avoir vu ce théorème signalé dans aucun traité antérieur à 1718.

La signature dont GOLDBACH s'est servi dans les Acta Eruditorum 1720, est C. G., et il nous semble très probable qu'il soit aussi l'auteur de la petite note *Temperamentum musicum universale,* publiée sous la même signature dans les Acta Eruditorum 1717, p. 114—115.

Stockholm. G. ENESTRÖM.

M. Fiorini. ERD- UND HIMMELSGLOBEN, IHRE GESCHICHTE UND KONSTRUKTION. NACH DEM ITALIENISCHEN FREI BEARBEITET VON **S. Günther.** Leipzig, Teubner 1895. 8°, VI + 137 + (1) p.

L'original de ce traité: *Le sfere cosmografiche e specialmente le sfere terrestri* a été publié dans le Bollettino della società geografica italiana. En le traduisant en allemand, M. GÜNTHER l'a considérablement augmenté, de manière que l'étendue de la traduction est à peu près le double de celle de l'original.

L'ouvrage est divisé en 17 chapitres dont les deux premiers se rapportent à l'antiquité, le 3e aux Arabes, le 4e au moyen-âge et le 5e à la renaissance. Les globes du 16e siècle et les méthodes pour leur construction sont traités dans les chapitres 6—10, et ceux du 17e siècle dans les chapitres 11—13. Enfin les auteurs ont consacré deux chapitres au 18e siècle, un au 19e siècle et quelques pages à des renseignements sur des globes lunaires.

Dans l'ouvrage de MM. FIORINI et GÜNTHER on trouve un très grand nombre d'intéressantes notices sur les globes terrestres et les sphères célestes, leur construction et leur histoire. Pour donner une idée de l'abondance des matériaux que les auteurs y ont utilisés, il suffit de mentionner qu'environ 600 auteurs ou constructeurs sont cités dans le texte ou dans les notes.

Dans le chapitre XII (»Globusstreifen mit nicht-kreisförmiger Begrenzung»), nous trouvous (p. 86—87) le passage suivant: »ANTONIO FLORIANI ist der Name des Kartographen, welcher als der erste eine neue Bahn bei der Konstruktion der Globussegmente betrat». Dans une note annexée à ce passage, M. GÜNTHER avertit, qu'il existe à la bibliothèque royale de Stockholm une mappemonde par ALONZO DE SANTA CRUZ, faite en 1542 au moyen d'une méthode de projection parfaitement semblable à celle de FLORIANI, et il ajoute: »Weitere Untersuchungen werden uns darüber vergewissern müssen, ob und inwieweit dem ganz unbekannten Spanier vor dem Italiener, dessen Leistungen sich doch einigermassen klarer überblicken lassen, wirklich in dieser Angelegenheit die Priorität gebührt». Nous nous permettons de faire observer que SANTA CRUZ n'est point une personne »tout à fait inconnue». En effet, NAVARRETE a publié sur lui une notice biographique à part avec le titre: *Noticia biográfica de Alonso de Santa Cruz* (Madrid 1835), et plusieurs autres auteurs ont donné des renseignements sur

lui (voir p. ex. le petit article de RUIZ ARBOL cité par VICUÑA dans la Biblioth. Mathem. 1890, p. 18, et l'ouvrage de M. A. F. VALLÍN, *Cultura científica de España en el siglo XVI. Discursos leídos ante la real academia de ciencias exactas, físicas y naturales*, Madrid 1893, p. 50—51, 77, 79, 80, 229, 252, 265). Il en résulte que SANTA CRUZ, »comografo real» à partir de 1536 et mort en 1572, a été un cartographe très actif, et qu'il s'est aussi occupé à des problèmes d'astronomie pratique, par exemple la détermination de la longitude sur mer. Par suite, si FLORIANI ne s'est servi de sa méthode que vers l'an 1553, il semble plus probable que le droit de priorité appartienne à SANTA CRUZ. — M. GÜNTHER mentionne aussi que M. E. W. DAHLGREN a publié une reproduction de la mappemonde de SANTA CRUZ; il convient de signaler que cette reproduction a paru en 1892 (non 1894), et qu'elle a été accompagnée d'une intéressante étude sur la mappemonde (*Map of the world by Alonzo de Santa Cruz 1542. Explanations by* E. W. DAHLGREN, Stockholm 1892; 47 pages grand-in-8°).

A la page 100, les auteurs indiquent que la *Cosmographia* du néerlandais P. SMIT a été publiée en 1689, et que la seconde édition en a paru en 1720. Mais d'après BIERENS DE HAAN (*Bibliographie néerlandaise historique-scientifique des ouvrages importants dont les auteurs sont nés aux 16e, 17e et 18e siècles, sur les sciences mathématiques et physiques avec leurs applications*, Rome 1883, p. 253), cet ouvrage a été publié en 1698 et réédité en 1754; la même indication est répétée aussi par HOUZEAU et LANCASTER (*Bibliographie générale de l'astronomie* I: 2, Bruxelles 1889, p. 1149).

Stockholm. G. ENESTRÖM.

NEUERSCHIENENE SCHRIFTEN. — PUBLICATIONS RÉCENTES.

Bibliotheca Mathematica. Zeitschrift für Geschichte der Mathematik herausgegeben von || journal d'histoire des mathématiques publié par G. ENESTRÖM. Stockholm. 8°.
1895: 4.

Historisch-literarische Abtheilung der Zeitschrift für Mathematik und Physik herausgegeben von M. CANTOR. Leipzig. 8°.
40 (1895): 6. — Supplement [= Abhandlungen zur Geschichte der Mathematik 7]. — **41** (1896): 1.

Aubry, A., Essai historique sur la théorie des équations.
Journ. de mathém. spéciales **19**, 1895, 81—85, 111—113, 127—131, 153—156, 181—185, 197—200.

Aubry, A., Notice historique sur la trigonométrie.
Journ. de mathém. élémentaires **19**, 1895, 104—108, 126—129, 154—157, 173—178.

Birkenmajer, L., Marcina króla z Przemyśla Geometrya praktyczna. Warszawa 1895.
8°, (4) + IX + 82 p. — La *Geometria practica* de MARTINUS DE ZORAWICA (géomètre polonais du 15e siècle).

Bosscha, J., Christiaan Huygens.
Nederlandsch Natuur- en Geneeskundig Congres, Handelingen **5** (Amsterdam), 1895, 583—611.

°**Bosscha, J.**, Christian Huygens. Rede zum 200. Gedächtnisstage seines Lebensendes. Mit erläuternden Anmerkungen. Übersetzt von T. W. ENGELMANN. Leipzig 1895.
8°. — [1·60 Mk.]

Boyer, J., Le mathématicien franc-comtois François-Joseph Servois, d'après des documents inédits.
| *Doubs*, Société d'émulation, Mémoires 1895. 26 p.

Cantor, M., Vorlesungen über Geschichte der Mathematik. Dritter Band. Vom Jahre 1668 bis zum Jahre 1759. Zweite Abtheilung. Die Zeit von 1700 bis 1726. Leipzig, Teubner 1896.
8°, p. 253—472. — [6 Mk.] — [Analyse:] Mathesis 6_2, 1896, 68. (P. M.) — [Analyse du tome III: 1:] Monatshefte für Mathem. **6**, 1895, 20—21.

Carli, A. e **Favaro, A.**, Bibliografia Galileiana (1568—1895), raccolta ed illustrata. Roma 1896.
8°, VIII + 402 + (1) p. — Ministero della pubblica istruzione. Indici e cataloghi XVI.

Curtze, M., Mathematisch-historische Miscellen.
Biblioth. Mathem. 1895, 105—114.

Curtze, M., Ein Beitrag zur Geschichte der Algebra in Deutschland im fünfzehnten Jahrhundert.
Abhandlungen zur Geschichte der Mathematik **7**, 1895, 31—74.

Curtze, M., Die Handschrift No. 14836 der königl. Hof- und Staatsbibliothek zu München.
Abhandlungen zur Geschichte der Mathematik **7**, 1895, 75—142 + 1 pl.

°**Czuber, E.**, Aphorismen zur Entwickelungsgeschichte der Mathematik im 19. Jahrhundert. Wien 1895.
8°, 15 p. — [1 Mk.]

Derousseau, J., Historique et résolution analytique complète du problème de Malfatti.
Liège, Soc. d. sc., Mémoires 18_2, 1895. 52 p.

Eneström, G., Om lifränteberäkningsmetoderna under sextonhundratalet.
Stockholm, Vetenskapsakad., Öfversigt **53**, 1896, 41—49. — Sur les méthodes employées au 17e siècle pour calculer la valeur d'une rente viagère.

Favaro, A., Serie undecima di scampoli Galileiani.
Padova, Atti e memorie **12**, 1895—1896, 11—40.

Favaro, A., Sette lettere inedite di Guiseppe Luigi Lagrange al P. Paolo Frisi tratte dagli autografi nella Biblioteca Ambrosiana di Milano.
Torino, Accad. d. sc., Atti **31**, 1895—1896. 15 p.

Favaro, A., Nuove contribuzioni alla storia delle scienze nel decimosettimo secolo. Tito Livio Burattini.
Venezia, Istituto Veneto, Atti 7_7, 1896, 110—116.

Fontès, M., Caroli Bovilli liber de numeris perfectis.
Toulouse, Acad. d. sc., Mémoires 6_6, 1894, 155—167.

Fontès, M., Pierre Forcadel, lecteur du roy ès mathématiques (1560—1573).
Toulouse, Acad. d. sc., Mémoires 6_6, 1894, 282—296.

Galdeano, Z. G. de, Carácter y trascendencia de las matemáticas en la época presente. Zaragoza 1895.
8°, 61 p. — Discurso leído en la universidad de Zaragoza en la solemne apertura del curso académico de 1895 á 1896.

Galilei, G., Opere. Edizione nazionale sotto gli auspicii di sua maestà il re d'Italia. Volume V. Firenze 1895.
4°, 429 + (1) p. — Edition publiée sous la direction de M. A. Favaro.

Günther, S., Maria Klara Eimmart, ein Bild aus dem Gelehrtenleben des XVII. Jahrhunderts.
Germania 1895, 376—385. — D'après les indications de M. Günther, Maria Klara Müller, née Eimmart n'est pas auteur de l'ouvrage: *Iconographia nova contemplationum de sole* qui lui a été attribué (voir Biblioth. Mathem. 1895, 74, où il faut mettre aussi 1707 au lieu de 1717).

Heiberg, J. L., Overleveringen af Euklids Optik.
Kjøbenhavn, Vidensk. Selskab, Oversigt 1895, 117—131.

Heiberg, J. L., Ptolemäus de analemmate.
Abhandlungen zur Geschichte der Mathematik **7**, 1895, 1—30.

Hill, G. W., Remarks on the progress of celestial mechanics since the middle of the century.
New York, Americ. mathem. soc. 2_2, 1896, 125—136.

Hurwitz, A. und **Rudio, F.**, Briefe von G. Eisenstein an M. A. Stern.
Abhandlungen zur Geschichte der Mathematik **7**, 1895, 169—203.

Isely, L., Les connaissances mathématiques des anciens Egyptiens.
Arch. d. sc. phys. de Genève **33**, 1895, 587—589.

Kikuchi, D., On the method of the old Japanese school for finding the area of a circle.
Tokyo, Sugaku butsurigaku kwai, Kiji **7**, 1895, 24—26. — La méthode consiste dans l'application du théorème binomial et du procédé d'intégration de Wallis. — [Traduit en italien:] Periodico di matem. **11**, 1896, 23—25.

Kikuchi, D., Various series for π obtained by the old Japanese mathematicians.
Tokyo, Sugaku butsurigaku kwai, Kiji 7, 1896, 47—53. — Le plus ancien ouvrage cité par M. KIKUCHI est de la première moitié du 18e siècle.

Kohn, G., Emil Weyr †.
Monatshefte für Mathem. 6, 1895, 1—4. — [Traduction en italien par F. GERBALDI:] *Palermo*, Circolo matem., Rendiconti 9, 1895, 260—262.

Königsberger, L., Hermann v. Helmholtz's Untersuchungen über die Grundlagen der Mathematik und Mechanik. Rede zum Geburtsfeste des höchstseligen Grossherzogs Karl Friedrich am 22. November 1895. Heidelberg 1895.
4°, (2) + 51 p.

Korteweg, D. J., Das Geburtsjahr von Johannes Hudde.
Zeitschr. für Mathem. 41, 1896; Hist. Abth. 22—23.

Loria, G., Un' opera recente sulla storia delle matematiche elementari.
Periodico di matem. 11, 1896, 1—13. — Sur l'ouvrage de M. ZEUTHEN: *Geschichte der Mathematik im Altertum und Mittelalter* (Kjöbenhavn 1896).

[Mansion, P.], Nécrologie. J. Graindorge.
Mathesis 6_2, 1896, 48.

M[ansion], P., Le prince B. Boncompagni.
| Revue des questions scientifiques 7_2, 1894. 3 p.

Maupin, G., Note relative à un passage d'Albert Girard.
Paris, Soc. mathém. de France, Bulletin 23, 1895, 191—192.

Mehmke, R., Przyczynek do historyi machin rachunkowych.
Prace matematyczno-fizyczne 7, 1895, 177—182. Traduction de la note *Zur Geschichte der Rechenmaschinen* indiquée à la page 31 de la Biblioth. Mathem. 1895.

Meyer, F., Rapport sur les progrès de la théorie des invariants projectifs. Traduction annotée par H. FEHR. (Suite).
Bullet. d. sc mathém. 19_2, 1895, 213—224, 246—264.

Miller, G. A., On the lists of all the substitution groups that can be formed with a given number of elements.
New York, Americ. mathem. soc. 3_2, 1896, 138—145.

Nagy, A., Sulle opere di Ja'qub ben Ishaq Al-Kindi.
Roma, Accad. d. Lincei, Rendiconti (sc. storiche) 4_5, 1895, 157—170.

Rudio, F., Eine Autobiographie von Gotthold Eisenstein. Mit ergänzenden biographischen Notizen.
Abhandlungen zur Geschichte der Mathematik 7, 1895, 143—168.

Schlegel, V., Die Grassmann'sche Ausdehnungslehre. Ein Beitrag zur Geschichte der Mathematik in den letzten fünfzig Jahren.
Zeitschr. für Mathem. 41, 1896; Hist. Abth. 1—21.

Söderbjelm, Sanny, Ur den elementära matematikens historia.
| Nya svenska läroverket 1882—1892 (Helsingfors 1892). 26 p.

Söderbjelm, Sanny, Det historiska elementet i matematikundervisningen.
Helsingfors, Pedagogiska föreningen, Tidskrift 31, 1894, 73—77.

Söderhjelm, Sanny, Ett blad ur ekvationslärans historia.
Nya svenska lärovärkets berättelse 1895, I—XV.

Steinschneider, M., Die Mathematik bei den Juden.
Biblioth. Mathem. 1895, 97—104.

Wassilief, A., Nikolaj Ivanowitsch Lobatschefskij. Rede, gehalten bei der feierlichen Versammlung der kaiserlichen Universität Kasan am 22. October 1893. Aus dem Russischen übersetzt von F. Engel.
Abhandlungen zur Geschichte der Mathematik **7**, 1895, 205—244.

°**Wohlwill, E.,** Galilei betreffende Handschriften der Hamburger Stadtbibliothek.
Jahrbuch der Hamburgischen wissenschaftlichen Anstalten **12**. 1895. 77 p. — [Analyse:] Zeitschr. für Mathem. **40**, 1895; Hist. Abth. 219—220. (Cantor.)

Question 53 [sur un opuscule de Desargues]. — Question 54 [sur la signification du mot *mukabala*]. — Question 55 [sur le mathématicien Friscobaldi].
Biblioth. Mathem. 1895, 120. (G. Eneström.)

Ball, W. W. R., A primer of the history of mathematics. London, Macmillan 1895. 8°.
Mathesis **6**$_2$, 1896, 69. (P. M.)

Cajori, F., A history of mathematics. New York, Macmillan & Co. 1895. 8°.
Zeitschr. für Mathem. **40**, 1895; Hist. Abth. 220—221. (Cantor.)

Loria, G., Le scienze esatte nell' antica Grecia. Libro II. Il periodo aureo della geometria greca. Modena 1895. 4°.
Zeitschr. für Mathem. **40**, 1895; Hist. Abth. 218—219. (Cantor.) — Bullet. d. sc. mathém. **19**$_2$, 1895, 265—271. (P. Tannery.)

Rebière, A., Mathématiques et mathématiciens. Pensées et curiosités. Deuxième édition, revue et augmentée. Paris, Nony 1893. 8°.
El progreso matem. **3**, 1893, 178—182.

Répertoire bibliographique des sciences mathématiques. Première série: Fiches 1 à 100. Paris, Gauthier-Villars 1894. 8°.
Jornal de sc. mathem. **12**, 1895, 120—121. (G. T.)

Stäckel, P. und Engel, F., Die Theorie der Parallellinien von Euklid bis auf Gauss. Eine Urkundensammlung zur Vorgeschichte der Nicht-Euklidischen Geometrie. Leipzig 1895. 8°.
Revue des questions scientifiques **8**$_2$, 1895, 603—613. (P. Mansion.) — Monatshefte für Mathem. **6**, 1895; Lit. Ber. 32—34. (Wirtinger.)

Vivanti, G., Il concetto d'infinitesimo e la sua applicazione alla matematica. Mantova, Mondovi 1894. 8°.
El progreso matem. **4**, 1894, 119—120. — La controversia (Madrid) **18**, 1896, 324.

ZEUTHEN, H. G., Geschichte der Mathematik im Altertum und Mittelalter. Vorlesungen. Kjöbenhavn, Höst 1896. 8°.
Biblioth. Mathem. 1895, 115—116. (G. ENESTRÖM.)

ZEUTHEN, H. G., Notes sur l'histoire des mathématiques. (Bulletin de l'académie des sciences de Danemark 1893—1895.)
Bullet. d. sc. mathém. **20**$_2$, 1896, 24—28. (P. TANNERY.)

Mathematisches Abhandlungsregister. 1894. Zweite Hälfte: 1. Juli bis 31. December.
Zeitschr. für Mathem. **40**, 1895; Hist. Abth. 226—240.

[Listes d'ouvrages récemment publiés.]
Biblioth. Mathem. 1895, 116—119. — Zeitschr. für Mathem. **40**, 1895; Hist. Abth. 224—225. **41**, 1896; Hist. Abth. 39—40.

ANFRAGEN. — QUESTIONS.

56. JOHAN DE WITT a publié en 1671 une brochure intitulée *Waerdye Van Lyf-Renten Naer proportie van Los-Renten*, dont une nouvelle édition par D. BIERENS DE HAAN a paru dans la *Feest-Gave van het Wiskundig Genootschap te Amsterdam ter gelegenheid der viering van zijn honderdjarig bestaan* (Haarlem 1879, fol.). D'après une indication dans le *Traité du calcul des probabilités par* H. LAURENT (Paris 1873), p. 268, l'écrit de DE WITT a été traduit en français dans ses *Oeuvres* (La Haye 1709), et M. D. KORTEWEG a bien voulu m'avertir qu'il y en a deux traductions anglaises, l'une insérée dans l'Assurance Magazine **2** (London 1853), et l'autre publiée en 1856 en Amérique par R. G. BARNWELL.

On demande:

1) des indications bibliographiques exactes sur les traductions signalées ci-dessus et sur d'autres traductions du même écrit, s'il en existe;
2) une liste des travaux où l'écrit de DE WITT a été l'objet d'une analyse détaillée. (G. Eneström.)

57. Le médecin italien APOLLONIO MENABENO a publié en 1581 un écrit intitulé: *Libellus de causis fluxus & refluxus aquarum Stocolmiensium. In quo continentur non pauca de fluxu & refluxu maris generatim dicta* (Mediolani, Apud Michaelem Tinum. M. D. LXXXI), signalé aussi par M. RICCARDI dans la *Biblioteca matematica italiana*. Où peut on avoir des renseignements biographiques sur MENABENO? On a conjecturé qu'il ait

été pendant quelque temps le médecin du roi suédois JOHAN III (né en 1537, mort en 1592); est-ce que cette conjecture est juste? (G. Eneström.)

58. Dans une lettre adressée le 15 mai 1714 par JEAN BERNOULLI au jeune mathématicien anglais WILLIAM BURNET (né en 1688, mort en 1729) et dont une copie est gardée dans la bibliothèque de l'académie des sciences de Stockholm, on trouve le passage suivant: »Pour ajouter un mot sur le *Commercium epistolicum,* je ne sais si vous savez que M. LEIBNITS, qui se trouve à Vienne depuis plus d'un an, y a publié une petite réponse sur une feuille de papier, qui doit servir d'avantcoureur à une réponse plus ample quand il sera de retour chez lui». Par ce passage on pourrait croire que LEIBNIZ a fait imprimer lui-même à Wien une édition de l'opuscule connu sous le nom de »la brochure de l'an 1713» (»Das Flugblatt von 1713»; cf. CANTOR, *Vorlesungen über Geschichte der Mathematik* III: 2, p. 301). Est-ce qu'on connaît actuellement quelque exemplaire d'une telle édition?

(G. Eneström.)

Remarque sur la question 34. Cette question (voir Bibliotheca Mathematica 1891, p. 64) a été mise au concours encore une fois pour le prix de l'année 1897 par l'académie des sciences de Madrid. (G. Eneström.)

Inhalt. — Table des matières.

STOCKHOLM, TRYCKT I CENTRAL-TRYCKERIET, 1896.

BIBLIOTHECA MATHEMATICA

ZEITSCHRIFT FÜR GESCHICHTE DER MATHEMATIK | JOURNAL D'HISTOIRE DES MATHÉMATIQUES

HERAUSGEGEBEN VON | PUBLIÉ PAR

GUSTAF ENESTRÖM.

1896. STOCKHOLM. N° 2.

NEUE FOLGE. 10. | NOUVELLE SÉRIE. 10.

BERLIN. MAYER & MÜLLER. Markgrafenstrasse 51. | Preis des Jahrgangs 4 M. Prix par an 5 fr. | PARIS. A. HERMANN. Rue de la Sorbonne 8.

Die Mathematik bei den Juden.

Von Moritz Steinschneider in Berlin.

Je näher wir besser bekannten Zeiten und Erscheinungen rücken, desto knapper müssen unsere Mitteilungen werden und sich auf Nachweisung vorhandener Vorarbeiten und das eigentliche Thema begrenzen.

22. Wir treten in das *XII. Jahrh.* mit einer kurzen Erwähnung des spanischen Juden Moses, der als Leibarzt Alfons' VI. mit dem Namen Petrus Alfonsi das Christentum annahm (1106; s. mein *Hebr. Übersetz.* S. 934). Seine Bedeutung für die spanische, indirect für die europäische, Literatur ist anderswo vielfach erörtert; hier sei nur auf eine Leistung im Gebiete der mathematischen Geographie hingewiesen, welche Wuttke im Serapeum 1853 n. 18 bespricht.

Das XII. Jahrh. ist für die Gesamtentwickelung europäischer Cultur maassgebend durch die Übertragung *arabischer*, auf griechischer ruhenden *Wissenschaft*. Die Juden haben ihren Anteil daran. An der Seite des ersten Übersetzers werden wir einen jüdischen Mathematiker Abraham aus Barcelona sehen, der zugleich für seine, in benachbartem Lande lebenden, des Arabischen unkundigen Glaubensgenossen die arabische Mathematik und Astronomie in hebräisches Gewand kleidete, welches sein christlicher Gefährte teilweise mit einem lateinischen vertauschte. Bald darauf trieb almohadischer Fanatismus eine Anzahl jüdischer Gelehrter in die christlichen Länder, wohin sie in

hebräischen Übersetzungen aus dem Arabischen und in eigenen Schriften ungeahnte Begriffe und Erkenntnisse und neue Ausdrücke dafür verbreiteten. Der genialste unter ihnen, ebenfalls ein Abraham, der bis nach England, Italien und Ägypten seine Reisen ausdehnte, wurde mit Unrecht als Schüler des ersterwähnten bezeichnet; ihre schriftstellerische Thätigkeit *zusammenzufassen* war ich veranlasst nicht allein durch den Umstand, dass ihre Gleichnamigkeit, also dieselbe Bezeichnung »Abraham Iudaeus» Confusion und Zweifel, vermehrt durch noch andere alte Hononymi, hervorrief, sondern auch durch ihre ähnliche Wirksamkeit.[1] — Wir gehen an die Einzelheiten.

Abraham bar (Sohn des) Chijja ('Hijja), ha-Nasi (der Fürst), erhielt wahrscheinlich von hoher Stelle den arabischen Ehrentitel: »Sa'hib al-Schorta»,[2] welchen ich in dem Namen Savasorda (unten N. 6) erkannte. Er lebte sicherlich in Barcelona und hielt sich wohl nur vorübergehend in der Provence auf, dem lange fruchtbaren Mutterlande hebräischer Übersetzungen. Abraham diente wahrscheinlich als Dolmetscher aus dem Arabischen dem ältesten bekannten Übersetzer aus dem Arabischen, Plato aus Tivoli (1134—1136, s. unten N. 7). — Unser Abraham scheint verschieden von »Abraham Iudaeus», dem Lehrer des Rodolphus Brugensis, welchem Abraham bei der Bearbeitung einer Schrift über das Astrolab (als Dolmetsch??) dictirte (*Hebr. Übersetz.*, S. 569, 583). — Abraham b. Chijja's Geburts- und Todesjahr sind kaum annähernd anzugeben. Wahrscheinlich war er schon 1116 schriftstellerisch thätig und starb in höherem Alter (s. unten).

In der Aufzählung der Schriften behalte ich die Reihenfolge in der Zeitschr. für Mathem. **12**, 1867, S. 10 ff. bei und erwähne zuletzt ein Werk und einen Brief, welche nicht eigentlich zur Mathematik gehören, aber mit Abraham's Studium derselben zusammenhängen. Sämtliche Schriften sind hebräische, natürlich mit Ausnahme von N. 7—9.

1. Eine Encyklopädie, betitelt: *Iesode ha-Tebuna u-Migdal ha-Emuna* (Die Grundpfeiler der Einsicht und der Turm des Glaubens), wovon nur ein Fragment erhalten ist, und zwar die allgemeine Einleitung mit dem obigen Titel nur in ms. De Rossi 1170 vor der speciellen Geometrie (unten N. 6). Ich habe daraus die Einteilung mitgeteilt (Hebr. Bibliogr. VIII, 85), wonach der I. Tractat in 4 Grundlagen zerfällt, deren erste, in 5 »Säulen», die 4 bekannten mathematischen Wissenschaften und die Logik behandeln soll. Ich habe aber einen mathematischen Teil anderswo entdeckt, nämlich Arithmetik,

Geometrie, Optik (Musik und Astronomie sollten folgen), nicht bloss im anonymen ms. München 36[16], sondern auch, mit der falschen Überschrift »Collectanea aus dem Buche der Zahl des ARCHIMEDES» in ms. Michael 772[c] (jetzt in der Bodl., bei NEUBAUER 1268[7] s. Add., im Index p. 921 unrichtig als »Arithmetik» bezeichnet) und ms. Luzzatto 114 (jetzt K. Bibl. in Berlin 244 Oct., n. 79[15] meines Verzeichnisses S. 59). Ausführlich besprach ich die Anordnung, Terminologie und die zu jedem Zweige angeführten älteren Autoren in der Hebr. Bibliogr. VII, 86 ff., letztere auch in Zeitschr. für Mathem. **10**, 1865, S. 466.

Die Wissenschaften sind hier nur encyklopädisch nach ihrem allgemeinen Inhalt, namentlich Definitionen, Quellen u. dergl. behandelt.

2. *Zurat ha-Arez* (Form der Erde),[3] gewidmet einem sonst unbekannten ABRAHAM BEN SALOMO, astronomische Geographie und Astronomie; ein zweiter Teil sollte die Astrologie behandeln, scheint aber unausgeführt oder verloren. Dieses, mit dem damals vielbenutzten arabischen ALFERGANI (s. mein *Abraham ibn Esra,* S. 120) noch genauer zu vergleichende Werk, war lange nur aus SEB. MÜNSTERS Auszug (1546) bekannt, auch nach der vollständigen Ausgabe mit hebr. Commentar, Offenbach 1720; DELAMBRE und LELEWEL kennen letztere nicht. Noch weniger bekannt war eine vollständige lateinische Übersetzung in ms. Vat. Ottob. 2079: »*Liber de forma terra ... quem traduxit in latinum magister* HYSAACH *hebraeus francogena ad compascentiam ... principis domini* ALBERTI *Sij de Sabaudia*» (Mitteilung BONCOMPAGNI's, Zeitschr. für Mathem. **12**, 1867, S. 12). Der Übersetzer (ISAK ZARFATI) erinnert an einen Homonymus (1554—1568), dessen kabbalistische Compilationen in mehreren Turiner mss. (PEYRON p. 157, 158, 316, auch in Parma ms. De Rossi 1070); doch wäre erst ALBERT von Savoyen nachzuweisen. Den Juden in allen Ländern war dieses Buch bald und lange Zeit die Hauptquelle für Geographie.

3. *Cheschbon Mahlachot ha-Kochabim* (Berechnung der Bewegungen der Sterne) in 20 Abschnitten, worauf schon in N. 2 (Ende Pf. I f. 10[b]) verwiesen wird, unter Anderen von JOSEF KASPI (um 1330) empfohlen, findet sich nur in unedirten mss. Bodl. Oppenh. Add. Oct. 5 (eine Copie GOLDBERG's vom J. 1849 aus ms. Paris), Brit. Mus. (Add. 27,106, früher Almanzi 212), Florenz, (Medic. Plut. 88. Codd. 28[5] und 30[b]), Leyden (Warner 37), Paris 1092[4], Vatican 379, Fragmente in der Bodl. (Oppenh. 1665 zu NEUBAUER 2253[4]), München 36[10]. —

Das Vorwort und der Schluss, worin ABRAHAM das astrologische Quadripartitum des PTOLEMÄUS anpreist, sind in der folgenden N. 5, S. VIII gedruckt, vgl. Zeitschr. für Mathem. **12**, 1867, S. 13. Das Werk enthält gewissermaassen die »*Canones*« zu den Tabellen (hier folgend).

4. *Luchot* (Tabellen), astronomische, welche wir vielleicht nur in einer Redaction, jedenfalls mit Noten, des ABRAHAM IBN ESRA (§ 23) besitzen. Die Radix in uns. N. 3 und 4 ist Cyklus 257 (1104—1123). Die der Untersuchung bedürftigen mss. (vgl. Zeitschr. für Mathem. **12**, 1867, 16) sind: Berlin 649 qu. (n. 102, S. 103 meines Verzeichnisses), Bodl. (URI 443, 437, NEUBAUER 2070, 2071), Cesena Pl. 28, C. 14 (MUCCIOLI II, 193). Nach Catal. Par. 1044 fänden sich dort Noten des IBN ESRA zu uns. N. 3^2 (vgl. *Hist. Lit. de la France*, t. **31**, p. 698 und meinen Catal. der hebr. mss. in München, ed. II, 1895, p. 161). — Diese Tafeln werden Tafeln des »*Nasi*«, oder des (d. h. nach) PTOLEMÄUS genannt.

5. *Ha-Ibbur* (auch *Cheschbon ha-Ibbur*,[4] Kalenderberechnung, nicht die »erste« Chronologie, wie die einzige Ausgabe durch P. FILIPPOWSKI (London 1851) auf dem Titel angiebt, aber die wichtigste, von deren historischen Nachrichten, unter Anderen in den vorangehenden Paragraphen, Gebrauch gemacht wurde.

Ausser diesen Schriften kenne ich keine astronomische. Nun hat ED. BERNARD eine astronomische Schrift von »IBN ESRA«, die er sehr lobt, aus lateinischen mss. Digby und Selden ediren wollen. Das angebliche Datum 1100 führte WOLF auf unseren ABRAHAM (s. Zeitschr. für Mathem. **12**, 1867, 17, wo ich auf ms. Digby 40 hinweise, über welches leider auch MACRAY's Catalogus [1883 p. 37] nichts Entscheidendes bietet). Das ms. aus dem Anfang des XIII. Jahrh. beginnt: Dixit ABRAHAM IUDAEUS, »Cognitum est corpus solare magnitudine omnia corpora vincere«, passt also nicht zu unseren N. 2—4 und müsste mit den astrologischen Schriften IBN ESRA's verglichen werden.

6. *Chibbur ha-Meschika we-ha-Tischboret*, eine halb arabistische Doppelbezeichnung für Geometrie in IV Abschnitten, in 2 Recensionen erhalten, deren eine vielleicht in der Encyklopädie (N. 1) stand, was heute schwer zu ermitteln wäre. Rec. A enthält Cod. de Rossi 1170 hinter der Einleitung zur Encyklopädie, ohne diese ms. München 250; Rec. B enthalten mss. München 299, Paris 1048 und 1061 (Zeitschr. für Mathem. **12**, 1867, 44), Vatican 400. Dass diese Schrift

(mit Ausnahme der Vorrede und des Epilogs) unter dem Titel: *Liber Embadorum Savasordae* von PLATO aus Tivoli ins Lateinische übersetzt (mit Hülfe des Verfassers?), in mss. zu Paris 7224 und 11246, Florenz (Magliab. Scaff. 2 Palch. IV n. 36 und St. Marco 184) und Bologna (Graf Isolani) erhalten sei, habe ich zuerst im Serapeum 1858 (N. 3 und 6) nachgewiesen, damit auch die Bedeutung des Buches, über welches ich auf Hebr. Bibliogr. VII, 85 und Zeitschr. für Mathem. **12**, 1867, 18—22 verweisen muss; vgl. auch WEISSENBORNS *Gerbert* (1888) S. 84. Das Datum 530 Arabum (20. Iuni 1116) bietet einige Schwierigkeit. Das unübersetzte Vorwort, welches die unrichtige Behandlung der Geometrie in Frankreich erwähnt, ist nach einem einzigen Pariser ms. schlecht abgedruckt in der hebr. Zeitung Hammagid (1858); ich habe längst eine bessere Redaction nach 5 mss. vorbereitet, den Epilog habe ich meiner Ausgabe der *Mischnat ha-Middot* (1864) angehängt (vgl. Biblioth. Mathem. 1894, S. 38); beide und der Schluss des Buches erschienen so eben in dem Sammelband der Gesellschaft *Mekize Nir damim* (Berlin 1895).

Bei den nun folgenden lateinischen Übersetzungen des PLATO aus Tivoli, kommt die Mitwirkung ABRAHAM's als Dolmetsch in Betracht; sie ist wahrscheinlich bei N. 7, möglich bei N. 8, zweifelhaft bei N. 9 (*Hebr. Übersetz.* S. 972, 1049). Hier wird eine Hinweisung auf anderweitige Besprechung der Autoren und Schriften genügen.

7. IMRANI (*»Embrani«*), *De horarum Electionibus*, im J. 1184? s. Zeitschr. für Mathemat. **16**, 1871, 370, auch ms. Amplon. Oct. 83[4], s. Biblioth. Mathem. 1890, 43.

8. *Capitula* (Aphorismen) an ALMANSOR, von zweifelhaftem Autor, 1136; s. Zeitschr. für Mathem. **12**, 1867, 28—36, Biblioth. Mathem. 1890, 42; *Hebr. Übersetz.* S. 972.

9. AHMED BEN IUSUF etc., Commentar zum *Centiloquium* des PTOLEMÄUS (gedruckt unter dem Namen des Commentators des *Quadripartitum*) übersetzt 1136, nennt weder PLATO noch ABRAHAM; meine Vermutung (Zeitschr. für Mathem. **12**, 1867, 41) ist nicht genügend begründet; der Übersetzer könnte JOHANNES HISPALENSIS sein (s. § 24); s. Biblioth. Mathem. 1890, 42.

10. Eine Nativität vom Jahre 1136 in Beziers ist sehr zweifelhaft, wohl eher von IBN ESRA; Zeitschr. für Mathem. **12**, 1867, 41.

Zur Ergänzung dienen folgende Notizen (vgl. Zeitschr. für Mathem. **12**, 1867, S. 5 ff.). Eine unedirte Schrift (*Me-*

gillat ha Megalle ... »Rolle des Entrollers des Geheimnisses des Zeitpunktes der Erlösung»), handschriftlich in der Bodl. (URI 324, NEUBAUER 1233), in München 10 (s. Catal. ed. II 1895; ich habe längere Stellen daraus excerpirt), und daselbst Bibl. Merzbacher 50; auch ein Fragm. Bodl. (Opp. 254, fol., NEUBAUER 221[10c], wo der Titel *ha-Kez*, vgl. Lit.-bl. des Orient XI, 341 aus URI 160 f. 113, *ha-Kizzim* bei IBN ESRA zu Daniel 10, 31) — giebt eine chronologische Zusammenstellung von Sternconjunctionen mit den wichtigsten Weltereignissen bis zu seiner Zeit, offenbar mit Benutzung arabischer Quellen, die er auch für die nächste Conjunction im J. 1186 ausdrücklich nennt (ms. M. f. 262, s. Zeitschr. der deutschen morgenl. Gesellsch. **28**, 1874, 633); früher (f. 246b) beruft er sich auf die Autorität des PTOLEMÄUS.

Für die Stundenwählerei richtete er eine apologetische Epistel an einen Rabbiner (wahrscheinlich von Marseille), welche edirt ist in der Beilage zur hebr. Zeitschrift Libanon III (Paris 1866), S. 315, aber ohne den Schluss (Zeitschr. für Mathem. **12**, 1867, 6), in welchem er, sicherlich im vorgeschrittenen Alter, darauf hinweist, dass er frühzeitig von »Fürsten- und Königtum» Ehren erworben habe etc.

23. ABRAHAM IBN ESRA BEN MEIR, geboren in Toledo, bald in Cordova lebend, starb nach vielfachem Umherwandern über England und Africa durch viele Städte Italiens, wahrscheinlich in Rouen (Frankreich)[5] im Januar (nach LOEB, Revue des études juives I, 317) des J. 1067, im Alter von 75 Jahren; er war niemals in persönlicher Berührung mit ABRAHAM BAR CHIJJA, den er nur »Rabbi» (etwa = magister) titulirt.

IBN ESRA zeichnete sich durch Leistungen auf fast allen Gebieten der damaligen Studien aus und führte in einem eleganten, aber durch esoterische Hinweisungen auf sein Steckenpferd, die Astrologie, oft verdunkelten hebräischen Style arabische Wissenschaft den Juden in christlichen Ländern zu. Nachdem seine Verdienste um verschiedene Wissenszweige gewürdigt worden waren, machte ich als Laie den Versuch, das Material seiner mathematischen Arbeiten zusammenzustellen unter dem Titel: *Abraham ibn Esra* (*Abraham Judaeus, Avenare*). *Zur Geschichte der mathematischen Wissenschaften im XII. Jahrh.* Zeitschr. für Mathem. **25**, 1880; Suppl. der histor.-liter. Abtheil., S. 58—128; s. darüber Hebr. Bibliogr. XX, 118); ich werde hier mit der Abbreviatur »*AiE*» auf jene Abhandlung verweisen, welche zuerst (S. 58—83) die biographischen und bibliographischen Momente überhaupt bespricht. Auch in der

kurzen Aufzählung der mathematischen Schriften folge ich der dortigen Anordnung (S. 84 ff.). Danach kommen hier in Betracht:

A) *mathematische Excurse* oder Stellen in seinen verschiedenen Schriften, welche meist an das Geheimnis des unaussprechlichen Gottesnamens (*Tetragrammaton*) knüpfen.

Dahin gehören in seinen hebr. Commentaren die Erörterungen zu Exod. 3, 15; 23, 21 und Vers 26; 32, 1; 33, 21; zu Kohelet 7, 27 (s. *AiE*, S. 88—95); ferner Stellen in dem Buche *ha-Schem*, edirt von LIPPMANN (Fürth 1838); im 6. Kap. führt der Verf. 3 Ansichten vom Werte von π an, nämlich die des PTOLEMÄUS, der »Geometer« und der Weisen Indiens (*AiE*, S. 97) und giebt das, aus den 9 Ziffern gebildete magische Quadrat in beiden Formen an.[6] Endlich folgt (*AiE*, S. 100) eine Stelle aus dem Buche *Iesod Mora* (verf. 1158), mit deutscher Übersetzung herausgegeben von dem der Mathematik kundigen M. CREIZENACH (gest. 5. Aug. 1842), Frankfurt a. M. 1840.

B) *eigentliche mathematische Monographien.*

1) *Sefer ha-Echad* (Buch der Eins, oder des Einen), zuerst in der hebr. Zeitschrift Jeschurun, herausg. von I. KOBAK, I: 1 (Bamberg 1856) sehr incorrect, nach mss. verbessert von S. PINSKER (starb vor Beendigung) Odessa 1867, auch mit lateinischem Titel (*AiE*, S. 102).

2) *Sefer ha-Mispar* (Buch der Zahl) überwiegend arithmetisch, ausführlich besprochen in *AiE*, S. 103—118, liegt nunmehr in einer guten Ausgabe mit deutscher Übersetzung von SILBERBERG (1895) vor; vgl. mein Referat darüber in der Biblioth. Mathem. 1895, 91. Es wird nunmehr Aufgabe der Historiker sein, zu untersuchen, ob etwa dieses arabistische Rechenbuch auch den Christen bekannt wurde, wie beinahe gleichzeitig der *Algorithmus* eines anderen toledanischen Juden, nämlich des getauften JOHANNES HISPALENSIS (unten § 24, s. *AiE*, S. 110).

3) Zweifelhaft ist der, von LIBRI in seiner *Histoire* aus 3 mss. edirte »Liber augmenti et diminutionis vocatus *numeratio divinationis*«, welchen ein ABRAHAM nach einem *liber Indorum* verfasste. Wenn nicht ein Araber IBRAHIM gemeint ist, und die Wahl zwischen unseren beiden ABRAHAM bleibt, so würde Inhalt und Form mehr für IBN ESRA sprechen, dessen allerdings nirgends erwähntes Original ein hebräisches wäre.[7]

4) *Ta'hbula* (Kunstgriff), das sogen. Josephspiel, von 15 Schülern und 15 Taugenichtsen im Schiffe, erst 1546 gedruckt,

wozu ich Nachweisungen in *AiE,* S. 124 und im *Katalog der hebr. Handschr. in München* zu 341 (S. 184 der neuen Ausg. 1895, Anfang dieses Jahres fertiggedruckt, aber im März 1896 noch nicht ausgegeben) gegeben habe, wozu vgl. CURTZE in der Biblioth. Mathem. 1895, 35. Sollte dieses arithmetische Volksrätsel wirklich schon den Juden des XII. Jahrh. bekannt gewesen sein?

5) Das unechte Gedicht über das Schachspiel sei hier nur erwähnt (*AiE,* S. 124).

C) *Astronomisches* (*AiE,* S. 125).

1) Eine Nativität, gestellt in Beziers 1136, zweifelhaft.

2) Antwort auf 3 chronologische Fragen des DAVID NARBONI (kurz vor 1139), von mir zusammen mit MAIMONIDES' Abhandlung über die Einheit, Berlin 1847 edirt (vgl. auch Hebr. Bibliogr. XX, 118).

3) *Luchot* (astron. Tabellen), vielleicht zuerst eine Redaction der Tabellen des ABRAHAM BAR CHIJJA (§ 22, 4), oder selbständig, und zwar zuerst in Lucca (um 1145?), revidirt in Narbonne (kurz vor 1160? vgl. unten N. 9). Vielleicht gehören hieher einige lateinische mss. unter dem Namen ABRAHAM, wenn sie nicht ABRAHAM ZACUT bezeichnen. — Einzelnes enthält ms. München 343[23,29].

4) *Sefer ha-Ibbur,* Buch vom Kalender (sehr gedrängt) in 2. Recension Verona 1146, herausg. von HALBERSTAM (*so*) Lyck 1874. Ein Memorialvers, den ich im Letterbode VII, 109 veröffentlicht habe, findet sich verbessert in ROSIN's Ausgabe der Gedichte IBN ESRA's mit deutscher Übersetzung.

5) *Kele ha-Nechoschet* (Messingwerk, d. h. Astrolab) existirt in 1. Recension (1146), z. B. in ms. München 299[4], die 2. (1148) ist elend herausg. von H. EDELMANN, Königsberg 1845 (S. *AiE,* S. 125; bei SCHORR, he-Chaluz XI, 92 ist ein Schreibfehler anzunehmen). Zu einer correcten Ausgabe dienen folgende mss., welche eine von beiden Recensionen oder eine Nebenrecension enthalten: vier Bodl. mss. verzeichnet NEUBAUER, worunter (2022) mit Commentar eines SALOMO (BEN ABIGEDOR?), sieben sind in Paris, München 256 (2. Rec.), Mantua 10, Petersburg 345, Turin 71, London Jews Coll. 138/10, Wien, Pinsker 26 (1. Rec.?) und wohl noch sonst, was die Verbreitung dieser Schrift beweist. Zu vergleichen wäre die *magistr. compositio* des HENRICUS BATES (1274).

6) Eine Reihe (8) astrologischer Schriften teilweise in 2 Recensionen (1146—1148), von denen eine durch den Juden CHAJJIM 1273 in Mecheln französisch und danach das Buch *de*

mundo von Henricus Bates (1281) lateinisch, mit der Redaction der anderen von Petrus d'Abano (1293) unter dem verstümmelten Namen *Avenare* 1507 erschien, sowie eine abweichende Recension des Buches *de Nativitatibus* 1485, worin ich das Jahr 1154 nachgewiesen habe (S. 127). Auch eine spanische Bearbeitung fand einen lateinischen Übersetzer. Die Bedeutung dieser Schriften, sowohl wegen der darin gegebenen Citate als wegen ihres Ansehens in christlichen Kreisen, bedarf einer ausführlichen Monographie; hebr. mss. finden sich fast in jeder Sammlung. Einzelnes gebe ich in dem eben vorbereiteten Catalog der neuen Erwerbungen der K. Bibliothek in Berlin. Vgl. auch Biblioth. Mathem. 1889, 67—68.

7) Zwischen den 8. Originalschriften in N. 6 findet man häufig die Ubersetzungen von 2 astrologischen arabischen Schriften — Fragen und über Eclipsen — des Juden Maschallah. Ich bin nicht mehr sicher, dass ibn Esra der Übersetzer sei.

8) *Iggeret* (Brief des) *Sabbath* an den Verfasser (1158 in London) gedruckt in der Sammelschrift Kerem Chemed IV (Prag 1839) S. 159—173, von S. D. Luzzatto edirt, wendet sich gegen Jehuda ha-Parsi's Behauptung, das israelitische Jahr sei ein Sonnenjahr gewesen, und handelt im 2. Abschnitt über Neumond (vgl. *AiE,* S. 69, A. 30).

9) Übersetzung des arabischen Werkes »Gründe der Tabellen des Khowaresmi« von ibn al Muthanna (so, s. *Hebr. Übersetz.* S. 372); ms. Bodl. (Mich. 835) und Parma, de Rossi 212, woraus ich die interessante historische Vorrede Abrahams hebr. und deutsch edirt und weitläufig behandelt habe (*Zur Gesch. d. Übersetz.* etc., Zeitschr. der deutschen morgenl. Gesellsch. Bd. **24**, 1870 u. **25**, 1871).

10) Zwei Horoscope von den Jahren 1160 (in Narbonne) und 1165, s. zu München 202[4] (Katal. ed. 1895, S. 87).

Andere verdächtige Angaben bleiben unberücksichtigt.

[1] *Abraham Judaeus—Savasorda und Ibn Esra von* M. Steinschneider, Zeitschr. für Mathem. **12**, 1867, 1—44; *Hebr. Übersetz. d. Mittelalters* S. 971.

[2] Abraham rühmt sich hoher Ehren (s. Ende dieses §); wahrscheinlich wurde er als Astrolog von Fürsten und Vornehmen zu Rate gezogen.

[3] Über diesen und ähnliche Titel s. Zeitschr. für Mathem. **12**, 1867, S. 10, A. 19; *Hebr. Übersetz.* S. 950.

[4] Ms. Almanzi 8 und Vatican 379; eine Stelle bei Wolf,

Bibl. Hebr. I, 53 aus ms. Coll. Neophyt. steht in der Ausgabe p. 109.

[5] Siehe BACHER, Jewish quarterly review 6, 1894, p. 370.

[6] Zu meinen Parallelen über dieses Quadrat füge ich: GAZZALI (A. 147), *al-Munkids*, ed. Bulak p. 50 (mit Buchstaben und Ziffern); BERTHELOT, *La chimie au moyen-âge* III, 150; F. A. P. BERNARD, *Theory of magic squares and of magic cubes*. Memoirs of the nation. acad. of Sciences, vol. IV, P. 1 (Washington 1888), p. 210—270, zuletzt Bibliographie a. 1535—1888 (aus d. XV. Jahrh. MOSCHOPOLUS); GABR. ARNOUX, *Arithmétique graphique* (Paris 1894).

[7] D. KAUFMANN vermutet, dass ABRAHAM BAR CHIJJA ein ethisches Schriftchen in arabischer Sprache abgefasst habe; das beweist immer noch Nichts für ein arithmetisches; s. *AiE*, S. 119 ff.; Hebr. Bibliogr. XX, 118.

Ein Beitrag zur Geschichte der Physik im 14. Jahrhundert.

Von MAXIMILIAN CURTZE in Thorn.

Im Cod. Dresd. Db 86 befindet sich, wie ich schon in meiner Beschreibung desselben[1] mitgetheilt habe, eine Schrift, welche dort »*De Insidentibus Aquae*» betitelt ist. Ein früherer Besitzer der Handschrift, der Professor der Mathematik zu Leipzig WALENTIN TAW,[2] hat zu diesem Titel die Randbemerkung gemacht: »*scripsit et Archimedes de insidentibus aquae et reperitur Coloniae*». Dieselbe bezieht sich, wie HEIBERG[3] wohl sicher nachgewiesen hat, nicht auf das griechische Original des ARCHIMEDES, sondern auf die durch WILHELM VON MOERBEKA nach dem Griechischen gefertigte lateinische Übersetzung, deren Originalniederschrift sich im Codex Ottobonianus N° 1850 noch heute erhalten hat, während die Cölner Abschrift verloren gegangen sein dürfte. Bekanntlich hat TARTAGLIA diese Übersetzung des WILHELM VON MOERBEKA als seine eigene drucken lassen,[4] wohl nicht das einzige Plagiat, das ihm zur Last fällt.

Unsere Abhandlung behandelt die Möglichkeit unter Zuhilfenahme des specifischen Gewichtes zu ermitteln, wieviel von verschiedenen Substanzen in einer aus denselben gemischten Masse sich befindet, und dürfte sowohl des Gegenstandes halber als wegen ihrer Beweisführungen nicht unwerth sein, der Öffentlichkeit übergeben zu werden. Für die Geschichte der Physik im 14. Jahrhundert ist sie jedenfalls ein nicht zu unterschätzender Beitrag.

[1] Zeitschr. für Mathem. **28**, 1883; Hist. Abth. S. 12 N° 37.
[2] Nach dem *Portenser Stammbuch* war VALENTIN TAW, Alumnus zu Schulpforta und später Prof. der Mathematik zu Leipzig.
[3] Zeitschr. für Mathem. **34**, 1889, Supplement, 1—51: *Neue Studien zu Archimedes*.
[4] A. a. O.

[*F. 272*] De insidentibus aquae.

Quoniam propter irregularem[1] quorundam corporum composicionem non potuit eorundem per geometriam haberi certa proporcio, et quoniam precia quorundam, qui emuntur et ven-

duntur, debent magnitudinibus ipsorum corporum proporcionari, necessarium fuit per ipsorum pondera corporum eorum magnitudinem proporcione reperire, ut singulis magnitudinibus per porciones suorum ponderum cognitis valeant certa precia sociari. Primo igitur iustiri, per quod examinant ponderum quantitates, racio danda est.

Est igitur instrumentum examinis ponderum virgula recta, in cuius medio est foramen recipiens perpendiculum, cum quo sustinetur virgula cum ponderibus in extremitatibus ipsius appensis, cum debent ponderis alicuius quantitatem per mensuram ponderum deprehendi.

Calculus est minima ponderum mensura ad quem [2] omnes mensurae ponderum referuntur, et sunt eius multiplices.[3]

Illius corporis ponderi calculi aequati dicuntur, quando corpore in una extremitate virgulae appenso et calculis in alia virgula in neutram partem [4] nutum facit.

Illius ponderis dicuntur esse calculi, quorum pariter acceptorum pondus illi ponderi adaequatur.

Scitum [5] pondus est, cuius calculorum numerus est scitus.

Corpus naturaliter descendens grave dicitur respectu eorum, quae habent ex natura ascendere.

Duorum gravium unius ad alium relacio duplici modo possunt considerari; uno modo secundum speciem, alio modo secundum numerositatem.

Secundum speciem, ut si volumus gravitatem auri in specie ad gravitatem argenti comparare, et debet fieri supposita duorum corporum auri et argenti aequalitate.

Secundum numerositatem fit relacio unius duorum corporum ad aliud, quando volumus discernere per pondus, an massa auri sit maior quam massa argenti, cuiuslibet magnitudinis sint datae massae.

Duorum corporum gravius secundum numerositatem dicitur, cuius virgula instrumenti nutum facit iisdem corporibus in extremitatibus virgulae appensis.

Corpora eiusdem generis dicuntur, inter quae nulla est substancialis differencia, ut auri ad aurum comparati et argenti ad argentum.

Diversacio [6] corporum in magnitudine [7] est magnitudo, in qua maior excedit minus; in pondere vero pondus, in quo gravius excedit levius.

Duarum quantitatum unius ad aliam proporcio est tanquam numeri, secundum quem illa communis mensura in ipsa continetur, ad numerum, secundum quem [8] continetur in alia.

Petitiones. 1. Nullum corpus in se ipso grave esse; ut aqua in aqua, oleum in oleo, aër in aëre non est alicuius quantitatis.
2. Omne corpus in aëre quam in aqua maioris esse ponderis.
3. Duorum aequalium corporum altero gravius esse specie, cuius pondus maiori calculi numero adaequatur.
4. Corporum eiusdem generis magnitudinum eandem esse proporcionem.
5. Omnia corpora suis calculis proporcionalia esse.
6. Aeque gravia corpora dicuntur in specie aequalia, qualium[9] pondus est aequale.

Proposicio prima. Omnis corporis pondus in aëre quam in aqua maius est per pondus aquae sibi aequale in magnitudine.

Sit enim *b* aqua, pondus aquae *a*, si *a* in aëre ponderetur. Igitur cum *a* in aqua nihil ponderet per peticionem primam, *b* in aëre ponderabit *a* in aqua, et aquae pondus sibi aequale in magnitudine. Sed *a* aqua est aequalis aquae *b*, ergo *a* in aëre [*F. 272'*] quam in aqua pondus maius est per pondus aquae sibi aequale in magnitudine. Vel paulatim effundatur, ita scilicet, quod eius millesima pars submersa sit sive octava, necesse est millesima tocius *f* sive octava.

Item eciam patet de omni alio corpore. Sit enim *a* corpus aureum, cuius *d* paulatim infundatur ita, quod eius millesima pars tanta submersa sit sive octava, necesse est millesimam differenciae tocius *f* differenciam esse, eius scilicet, quod est *a* in aëre, et *a*, cuius millesima vel octava est immersa in *d*; et sic de aliis partibus differenciae et submersi corporis. Sed quantum de auro ingreditur, tantundem de aqua exit necessario, ita quod octava aquae aequalis auro egreditur; sed auri octava in *d* aquam immergitur, et sic de aliis partibus. Sitque tota aqua aequalis *a* in quantitate et non in pondere, et eius pondus *g*. Est ergo proporcio *a* auri submersi ad differenciam *f*, sicut aquae *e* egressae ad pondus *g*; ergo permutatim, et sic liquet propositum.

Proposicio secunda. Omnium duorum corporum eiusdem seu diversi generis est unius ad aliud proporcio tanquam differenciae ponderis unius in aëre ad pondus eiusdem in aqua ad differenciam ponderis alterius in aëre ad pondus eius in aqua.

Sit unum duorum corporum *a*, et aqua ei aequalis in magnitudine *c*, et pondus aquae *e*; et sit similiter *b* corpus reliquum, et *d* aqua ei aequalis in magnitudine, et *f* pondus illius aquae. Cum igitur per praecedentem *c* aqua sit aequalis *a* corpori, et

d aqua sit aequalis *b* corpori, erit proporcio *a* ad *b* tanquam *c* ad *d*. Et cum *c* et *d* sunt corpora eiusdem generis, et *e* et *f* sunt eorum pondera, erit *e* ad *f* tanquam *c* ad *d* per quartam peticionem: ergo tanquam *a* ad *b*, quod proponebatur.

Proposicio tercia. Si alicuius corporis in duobus diversis liquoribus et in aëre fuerit data gravitas, unius eorundem liquorum ad gravitatem alterius in specie erit proporcio data.

Sint duo liquores aqua et oleum, et sit *a* corpus, cuius pondus in aëre *c* et in oleo *d* ponderabit, igitur magis in aëre quam in aqua, vel quam in oleo per secundam peticionem. Sit *e* differencia ponderis, quam in aëre habet, ad id, quod in aqua, et sit *f* differencia ponderum aquae et olei corporum, quorum utrumque est aequale corpori *a* per primam. Sit igitur *g* aqua, cuius pondus est *e* et sit *h* oleum, cuius pondus est *f*. Quoniam igitur *g* et *h* sunt aequalia corpora [*F. 273*] diversorum generum, et *c* et *f* sunt eorum pondera data, habemus proporcionem per terciam peticionem.

Proposicio quarta. In corpore ex duobus mixto quantum sit in eo de utroque declarare.

Si fuerit aliquod corpus ex duobus mixtum[10] corporibus notis et[11] volumus scire, quantum in eo sit de utroque ipsorum, ponderabimus unumquodque corporum per se in aëre et in aqua, sumemus superhabundanciam ponderis cuiusque, quod in aëre habet,[12] ad illud, quod in aqua,[13] et has superhabundancias seorsim ponemus. Deinde ponderabimus corpus mixtum in aëre et in aqua, et ponderis ipsius, quod in aëre habet, superhabundanciam ad illud, quod in aqua, sumemus, et hoc semper sumitur inter duos superhabundancias. Erit ergo proporcio levis corporis, quod in mixto corpore est, ad ipsum mixtum, sicut superhabundancia ponderis mixti corporis ad superhabundanciam levioris corporis.

Proposicio quinta. Si duorum quorumcunque corporum, ut auri et argenti, pondera in aqua et in aëre fuerint data, eorum corporum proporciones in magnitudine et specie sunt datae.

Sint illa duo corpora *a* et *b*, et sit pondus *a* in aëre *c* et in aqua *e*, et differencia ponderis *e* ad pondus *c* sit *g*, et sit pondus corporis *b* in aere *d* et in aqua *f*, et differencia ponderis *f* ad *d* sit *h*; et sit *i* corpus de genere *a* aequale corpore *b*, et pondus eius in aëre *k*: dico ergo, quod *a* ad *b* vel ad *i* aequalis est proporcio, quae *g* ad *h* per primam proposicionem, et est *a* ad *i* tanquam *c* ad *k* per quartam peticionem, et est

alia, quae *g* ad *h*. Et *g* ad *h* proporcio est scita, quare *c* ad *b* proporcio est scita. Sed *c* pondus est scitum, ergo *k* pondus est scitum, et *d* fuit scitum per ypothesin: ergo proporcio ponderis corporis *a* in specie ad corpus *b* in specie, et magnitudinis *a* ad magnitudinem *b* proporcio est scita per terciam proposicionem, et sic habemus propositum.

PROPOSICIO SEXTA. *Corporis mergibilis, ut ferri, ad corpus immergibile, ut ceram, proporcionem in magnitudine et proporcionem in pondere secundum speciem invenire.*

Sit *a* corpus mergibile, *b* eius pondus in aqua, *d* differencia. Item sit *e* corpus immergibile, et coniungantur *a* et *e* ita, quod *a* possit secum trahere *e* ad fundum,[14] et sit *f* pondus coniuncti in aëre, et *hi* pondus coniuncti in aqua, et *kl* differencia, et sit *f* parciale pondus tanquam *b*, et *h* tanquam *e*, et *k* tanquam *d*. Remanebit itaque *g* pondus in aëre corporis *e*, et *i* pondus in aqua corporis *e*, et *l* differencia. Erit ergo *d* et *l* differenciarum tanquam *a* ad *e* proporcio corporum per terciam proposicionem[15] [*F. 273'*]. Et sit *m* corpus de genere *a* aequale corpori *e*, et *n* sit pondus in aëre corporis *m*, quare corporis *a* ad *de* vel *am* proporcio est tanquam proporcio differenciae *d* ad *l* per terciam proposicionem. Sed *d* ad *b* proporcio est scita, quare *b* ad *e* est scita;[16] sed *b* pondus scitum per ypothesin, ergo *n* pondus est scitum. Cum ergo *m* et *e* corpora sunt aequalia diversorum generum, et *n* et *g* pondera eorum sint scita, scita erit proporcio ponderum in specie per quintam peticionem, et eorum corporum proporcio in magnitudine est scita, quod proponebatur.

PROPOSICIO SEPTIMA. *Si fuerint duae quantitates inaequales, inter quas ponatur quantitas minor una et maior alia, erit quod fit ex differencia extremarum in mediam aequale eis, quae fiunt ex differencia minorum in maximam et maiorum in minimam pariter acceptis.*

Sint duae quantitates *a* maior, *b* minor, *c* media, quae sit minor *a* et maior *b*. Differencia *a* ad *c* sit *d*, et differencia *c* ad *b* sit *e*, compositumque ex *d* et *e* sit *f*, eritque *f* differencia *a* ad *b*: dico quod fit ex *f* in *c*, aequum est ei, quod fit ex *e* in *a*, cum eo, quod fit ex *d* in *b*. Sit enim, ut ex *e* in *a* fiat *g*, eritque *g*, quantum fit ex *e* in *d* et in *c*, quae sint *k* et *h*. Item ex *d* in *c* fiat *l*, eritque *l*, quantum quod fit ex *d* in *e* et in *b*, quae sint *n* et *m*. Et quia ex *d* in *e* et *e* in *d* producta aequalia, erit *k* aequalis *n*, eritque *g* aequale *h* et *n*; ergo *m* addito utrobique erunt *gm* tanquam *hn* et *m*; et quia *n* et *m*

componunt *l*, erit *gm* tanquam *hl*, quare patet propositum. Fiebat enim *g* ex *a* in *e*, et *m* ex *d* in *b*; at vero *h* ex *e* in *c*, et *b* ex *d* in *c* [*F.* 274].[17]

PROPOSICIO OCTAVA. Si fuerint tria corpora aequalia, quorum duo sunt simplicia diversorum generum et inaequalium ponderum, tercium vero corpus ex utrique simplicium genere mixtum: erit partis mixti, quae in ipso est de genere gravioris, ad partem, quae in ipso est de genere levioris, proporcio tanquam proporcio differenciae ponderis mixti ad pondus mixti corporis.

Sint duo corpora simplicia *a* et *d* aequalia, et mixtum ex eis *k* inaequale utrique eorum; et sit *b* pars eius de genere *a*, et *c* pars eius de genere *d*; et sit *a* gravius *d*, et sit *e* pondus corporis *a* et *h* pondus corporis *d*, et *fg* pondus corporis *bc* ita, quod *f* parciale pondus sit corporis *b* parcialis, et *g* parciale pondus corporis *c* parcialis. Erit itaque *e* pondus maius *fg* pondere, et *fg* pondus maius *h* pondere. Sit et *e* pondus maius *fg* pondere per differenciam *k* et sit *l* corpus aequale *b* tociens sumpto, quot unitates sunt in *k*; et sit *m* corpus aequale *c* eciam tociens sumpto. Quare erit *l* ad *m* tanquam *b* ad *e*. Et sit *en* pondus aequale *f* ponderi tociens sumpto, quot unitates sunt in *ik*; et sit *o* pondus aequale *g* ponderi tociens sumpto, quot unitates sunt in *ik*, quare erit *n* ad *o* sicut *f* ad *g*. Et sint *p* corpus et *q* pondus aequalia *a* corpori et *e* ponderi tociens sumptis, quot unitates sunt in *ik*; et sint *r* corpus et *s* pondus aequalia *d* corpori et *h* ponderi tociens sumptis, quot unitates sunt in *c*, quare *p* corpus et *i* pondus tanquam *k* differencia ad *i* differenciam. Item proporcio corporis *a* ad corpus *b* parciale tanquam ponderis *e* ad pondus *f* parciale, et tanquam corporis *p* ad corpus *l* parciale, et tanquam ponderis *q* ad pondus *n* parciale. Item proporcio corporis *d* ad corpus *c* parciale est sicut proporcio ponderis *h* ad pondus *g* parciale, et sicut corporis *r* ad corpus *m* parciale, et sicut ponderis *s* ad pondus *o* parciale, quod est proporcio quantitatis *a* ad quantitatem *b* ut *g* ad *d*, quia sumpto multiplici *a* quod sit *e* et aequale virtutis *g*, quod fit *z*, et *z* potencia similiter pones ad *b* in *h* et ad *d* virtutem *c*, et ex multiplicata simul.[18]

PROPOSICIO NONA. Corpora, quorum utrumque aequipollet uni in genere,[19] [*F.* 274'] *sunt eiusdem generis.*

Quia sumptis aequalibus de utroque illi tercio erunt ipsorum virtutes aequales ad invicem, quia tercius *g* patet, et additis, si sint minora, per diffinitionem corporum eiusdem generis.

Proposicio decima. Cum fuerint corporum in magnitudine et virtute proporcio una, erunt eiusdem generis.

Proporcio corporum sit *a* ad *b* et potenciarum *g* ad *d*, dico quod *a* et *b* sunt eiusdem generis, quia corpus est generis *a* sic aequale corpori *b*, cuius potencia *z* erit, ergo *b* ad *a* ut *z* ad potenciam ipsius *a*, quae est *g*. Patet propositum per praemissam.[20]

[1]) Mspt *iraritatem* (!). — [2]) *qui.* — [3]) *et sunt eius multipliees* verbindet das Mspt mit dem Folgenden. — [4]) *parte.* — [5]) *Satuum* (so!) — [6]) *Disaio.* — [7]) *in magnitudine est magnitudine est magnitudo* (!). — [8]) *numeri suiquam* (!). — [9]) *in speeie aequalium.* — [10]) *mixtis.* — [11]) *ut.* — [12]) *seilieet quam habet in aëre.* — [13]) *in aqua* habe ich zugesetzt. — [14]) *f. dum.* — [15]) *proporeionem.* — [16]) *sita.* — [17]) Hier schiebt das Mscpt am Ende der Seite den folgenden Lehrsatz nochmals in etwas anderer Fassung ein: *Si fuerint tria eorpora aequalia, quorum duo sunt simplicia diversorum generum, aliud vero mixtum ex utrisque gravium unius gravius reliquo, erit partis, quae in ipso est de genere gravioris, ad partem, quae in ipso est de genere levioris, proporeio differeneiae ponderis mixti ad pondus levioris ad differenciam ponderis gravioris ad pondus mixti.* — [18]) Hier ist der Sinn dadurch getrübt, dass der Abschreiber mit einem male in die Abhandlung *de gravi el levi* des Euklides geräth. — [19]) Hinter *genere* steht im Mscpte noch *quoque.* — [20]) Die beiden letzten Sätze sind in umgekehrter Ordnung die beiden letzte Sätze des Fragmentes *de gravi et levi* Euklids und gehören jedenfalls nicht an diese Stelle. Mit Satz 8 hatte wohl die ursprünglich beabsichtigte Abhandlung ihr Ende erreicht.

Zum Andenken an Ludwig Ofterdinger.

Von Hans Künssberg in Dinkelsbühl.

Am 10. April dieses Jahres verstarb in Ulm im Alter von 86 Jahren Prof. Dr. Ludwig Ofterdinger. Geboren zu Biberach am 18. Mai 1810 studierte er vom J. 1828—1831 auf der Universität Berlin Mathematik und Astronomie, erhielt 1829 den goldenen Preis für die von der Universität Berlin gestellte mathematische Preisaufgabe über »Die Theorie der Grenzen«, promovierte dortselbst am 16. Juli 1831 zum Doktor der Philosophie und Mathematik, habilitierte sich im Herbst 1831 an der Universität Tübingen als Privatdozent für Mathematik, Astronomie und Physik, wurde dort später ausserordentlicher Professor und im Jahre 1852 Professor der Mathematik am Obergymnasium in Ulm. Im Jahre 1875 trat er in Pension, war aber nach wie vor wissenschaftlich und litterarisch sehr thätig auf dem Gebiete der Mathematik, Astronomie, Pädagogik, der Litteraturgeschichte, insbesondere der Wielandforschung und in der Politik; sein Lieblingsstudium aber blieb bis in seine letzten Tage die Geschichte der griechischen Mathematik. Er war Mitglied mehrerer gelehrter Gesellschaften und Vereine, z. B. der Valdarnesischen Akademie der Wissenschaften, der von Valle Tiberina, der Gesellschaft zur Verbreitung der mathematischen Wissenschaften zu Hamburg, des Vereins für Mathematik und Naturwissenschaften in Ulm, etc.

Von seinen im Druck erschienenen Arbeiten sind zu erwähnen:

1. Die oben genannte Preisschrift »de limitum theoria«. Der erste Teil derselben bildete seine Doktorsdissertation mit dem Titel: *Methodorum expositio, quarum ope principia calculi superioris inventa sunt.* Der zweite Teil enthält den Versuch, das 4. Porisma von Fermat auf Kegelschnitte anzuwenden.
2. *Beiträge zur Wiederherstellung der Schrift des Euklides über die Theilung der Figuren.* Ulm 1853.
3. *Beiträge zur Geschichte der griechischen Mathematik.* Ulm 1860.
4. *Beiträge zur Geschichte der Mathematik in Ulm bis zur Mitte des 17. Jahrhunderts.* Ulm 1867.
5. *Zum Andenken an Keppler.* Ulm 1872.

6. *Discurs, welcher Gestalt allerhand Ulmische Massachen in einander zu verknüpfen und zu conservieren sein möchten von* J. Keppler. Ulm 1872.
7. *I. G. F. von Bohnenberger.* 1885.
8. *Tobias Mayer.* Mathem.-naturw. Mittheilungen (Tübingen) 2, 1887, 116—132.
9. *Über die fünf Aufgaben des Apollonius.* Ulm 1888.
10. *Beiträge zur Geschichte der Naturwissenschaften in Ulm.* 1890.
11. *Über den Zusammenhang der euklidischen Lehre von den geometrischen Verhältnissen mit den Anfängen der Exhaustionsmethode.* 1890.

Auch an den 1867, 1868, 1873 in Stuttgart erschienenen Mathematischen Unterhaltungen von Riecke, namentlich am 3. Heft, hatte er einen Anteil.

Von seinen historischen Forschungsresultaten sind besonders wertvoll seine Untersuchungen über die von Pappos beschriebenen analytischen Schriften der griechischen Mathematiker, so z. B. seine Sichtung der fünf geometrischen Aufgaben des Apollonios, welche schon durch ihre Beziehungen auf die neuere synthetische Geometrie einen grossen Erfolg aufzuweisen haben; nicht geringere Beachtung verdienen seine schönen Entwicklungen über die analytische Methode der Alten.

Ferner verdanken wir ihm tiefgehende Untersuchungen über das V. Buch der euklidischen Elemente und die Exhaustionsmethode, gewissermassen die höhere Analysis der Alten. Er geht hiebei von der Ansicht aus, dass die schon den Ägyptern und Babyloniern einigermassen bekannte Lehre von den geometrischen Proportionen von Pythagoras und seinen unmittelbaren Schülern, wenn auch zunächst nur mit Beschränkung auf ganze Zahlen, weiter ausgebildet wurde auf Grund einer ähnlichen Erklärung, wie sie Euklid in seiner ersten arithmetischen Schrift (Elem. VII, def. 20) aufstellt: 4 Zahlen a, b, c, d bilden eine geometrische Proportion, wenn $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = m$, wo m eine ganze Zahl bedeutet. Da nun im V. Buch der *Elementa* auch von ungleichen Verhältnissen, wie sie namentlich zum Studium des Archimedes so nötig sind, die Rede ist, so lasse sich die 5. Definition so ausdrücken: Wenn $\frac{a}{b} > \frac{m}{n}$, so ist $na > mb$, und wenn zugleich $\frac{c}{d} \overline{\gtrless} \frac{m}{n}$, so ist $nc \overline{\gtrless} md$ und umgekehrt. Am ausgiebigsten hätten die Alten von der ungleichen Verhältnissen

Gebrauch gemacht durch Verbindung derselben mit der apagogischen Beweisart. Eine Verallgemeinerung der letzteren rühre von LUCAS VALERIUS (1604) her, welcher dieselbe die Methode »*per explosum excessum atque defectum*« nannte; erst A. TACQUET (1669) soll dafür die noch jetzt geläufige Bezeichnung »Exhaustionsmethode« eingeführt haben.

Bekanntlich hat schon HIPPOKRATES den Satz bewiesen, dass Kreisflächen sich wie die Quadrate ihrer Durchmesser verhalten. Hiezu erinnert OFTERDINGER daran, dass von jeher viele neue Sätze durch Analogie und Induktion aufgefunden worden seien und dass man daher annehmen dürfe, HIPPOKRATES habe aus Elem. XII,1 den Satz XII,2 abgeleitet, ohne ihn gerade streng bewiesen zu haben, und diese Vermutung liege um so näher, als in ähnlicher Weise PAPPOS in einer Reihe von Sätzen beweist, dass unter allen regulären Polyedern von gleicher Oberfläche dasjenige den grössten Inhalt hat, welches von den meisten Seitenflächen begrenzt wird, und hieraus durch Analogie den Satz folgert, dass unter allen regulären Körpern von gleicher Oberfläche die Kugel das grösste Volumen besitze.

Ein weiteres Verdienst erwarb sich OFTERDINGER durch seinen gründlichen Versuch einer Wiederherstellung des von PAPPOS und PROKLOS erwähnten, verloren gegangenen Buches des EUKLID über die Teilung der Figuren, vermutlich einer Sammlung von Aufgaben für die praktische Geometrie und zugleich einer Mustersammlung für die Schüler des EUKLID. Da die beiden von DEE, bezw. WOEPCKE behandelten arabischen Manuskript-Fragmente, das Oxforder und Pariser, schwer zu beschaffen sind, so gewinnt diese Arbeit OFTERDINGERS besonderen Wert, wenn er sich auch dagegen verwahrt, als ob er behaupte, dass EUKLID seine Schrift genau so und in derselben Ordnung wie er verfasst habe. Soviel stellt er indes als sehr wahrscheinlich hin: Im allgemeinen liess EUKLID die Sätze folgen nach der Art der zu teilenden Figuren; im besonderen werden wohl die Sätze im Pariser Manuskript und dann erst die im Oxforder auf einander gefolgt sein.

Seit einer Reihe von Jahren war OFTERDINGER damit beschäftigt, eine Gesamtausgabe aller seiner kleineren Schriften mit Verbesserungen, Zusätzen und weiteren Ausführungen vorzubereiten, doch blieb ihm sein sehnlichster Wunsch, die Vollendung seines Werkes noch zu erleben, leider versagt.

Le commentaire de Jakob Ziegler sur la "Saphea" de Zarkali.

Par G. Eneström à Stockholm.

Dans son intéressant mémoire: *Jakob Ziegler, ein bayrischer Geograph und Mathematiker*[1] M. S. Günther, ayant rapporté (p. 19) un passage d'un ouvrage[2] de Ziegler où celui-ci fait mention de son commentaire sur la »Saphea«, ajoute que ce commentaire lui est inconnu. En effet, on ne connaît actuellement aucun écrit sur ce sujet portant le nom de Ziegler. Mais comme la forme latinisée de ce nom est »Lateranus«,[3] et comme il y a dans la bibliothèque impériale de Wien un manuscrit[4] (Cod. 5280) contenant un commentaire sur la »Saphea« par »Jacobus Lateranus ex Landoia Bavariæ«, il est évident que ce commentaire est identique à celui signalé par Ziegler dans le passage cité.

Le manuscrit a été mentionné par M. Steinschneider dans ses *Études sur Zarkali*[5] et plus tard dans une petite note *Über eine lateinische Bearbeitung von Zarkali's Saphea* insérée à la Biblioth. Mathem. 1890, p. 11—12. Il en résulte que le commentaire de Ziegler a été composé en 1504 à Köln, et qu'il n'est pas, comme M. Steinschneider l'avait cru d'abord, le même que celui publié en 1534 par Schöner.[6] D'autre part Schöner a reproduit un passage de l'écrit de Ziegler se rapportant à l'usage de la *postica* (dos ou côté opposé) de l'instrument.

Dans son mémoire,[7] M. Günther fait observer aussi qu'on trouve différentes versions sur l'année de naissance de Ziegler, mais que celui-ci naquit sans doute avant 1493. La justesse de cette remarque est mise hors de doute par la date du commentaire, que Ziegler n'avait évidemment pu composer à l'âge de 11 ans.

[1] Forschungen zur Kultur- und Litteraturgeschichte Bayerns. Herausgegeben von K. von Reinhardstöttner, 4, 1896, p. 1—61.

[2] *De solidae sphaere constructione* (Basileæ 1536).

[3] Ziegler = lateranus = tuilier. — Une notice de Schelhorn citée par M. Günther (l. c. p. 34) semble indiquer qu'il

existe un autre manuscrit de ZIEGLER où celui-ci s'est appelé »Lateranus».

4 *Tabulae codicum manu scriptorum in bibliotheca palatina Vindobonensi.* T. IV (Wien 1870), p. 85.

5 Bullett. di bibliogr. d. sc. matem. **17**, 1884, p. 789—794.

6 *Sapheae recentio res doctrinæ patris Abrysakh Azarchelis summi astronomi* (Norimbergæ M.D.XXXIIII).

7 Nous saisissons cette occasion pour faire observer que la notice inexacte de JOH. MESSENIUS, d'après laquelle ZIEGLER aurait été »Matheseos in academia Upsaliensi professor», et que M. GÜNTHER (l. c. p. 34) avait cherché en vain dans la *Schondia illustrata* de MESSENIUS, se trouve dans le petit écrit *Sveopentaprotopolis* (Stockholm 1611, cap. 16) du même auteur.

RECENSIONEN. — ANALYSES.

W. W. R. Ball. A PRIMER OF THE HISTORY OF MATHEMATICS. London, Macmillan 1895. 8°, IV + 146 p.

Ce livre est essentiellement un extrait de la seconde édition de l'*Account of the history of mathematics,* et les additions que M. BALL y a faites, ne dépassent guère deux pages. Par conséquent, comme nous avons rendu compte de l'*Account* dans la Biblioth. Mathem. 1893, p. 90—91, nous aurions pu nous restreindre à mentionner la publication du *Primer,* et ajouter que plusieurs des erreurs que nous avions trouvées dans la 2e édition de l'*Account,* se sont glissées aussi dans le *Primer.* Mais l'auteur semble vouloir considérer lui-même le *Primer* comme un ouvrage à part ayant pour but de donner une exposition condensée et en même temps populaire de l'histoire des mathématiques, à l'usage de professeurs et d'étudiants; pour cette raison nous nous sommes décidé à lui consacrer ici une analyse particulière, d'autant plus qu'il nous manque actuellement un abrégé si succint de l'histoire des mathématiques et que, par conséquent, il est d'un certain intérêt de savoir, si le *Primer* a comblé cette lacune ou non.

Tout d'abord nous faisons observer qu'un abrégé de l'histoire des mathématiques peut être rédigé de différentes manières. En effet, on peut y attacher de l'importance exclusivement à la filiation des idées et des méthodes scientifiques, et omettre tous les détails qui ne s'y rapportent pas; un ouvrage de cette espèce est p. ex. le traité récemment paru de M. ZEUTHEN: *Om den historiske Udvikling af Mathematiken som exakt Videnskab indtil Udgangen af det 18de Aarhundrede.* D'un autre côté on peut se contenter de réunir, en ordre chronologique, des renseignements sur les découvertes mathématiques les plus importantes, comme l'a fait p. ex. M. FELIX MÜLLER dans ses *Zeittafeln zur Geschichte der Mathematik.* Assurément, toutes les deux espèces d'abrégés sont utiles, chacun en son genre.

M. BALL a évidemment voulu tenir le milieu entre ces deux extrêmes. D'une part on trouve dans son *Primer* un assez grand nombre de notices historiques, biographiques et bibliographiques, d'autre part il y a inséré ça et là de petits aperçus sur le développement des idées mathématiques. Sans doute il a senti qu'une exposition de la filiation des méthodes mathématiques, quelque intéressante qu'elle soit, ne deviendrait guère populaire, et qu'une simple énumération des découvertes mathématiques, très recommandable pour un livre de référence, n'est pas non plus convenable à un traité populaire.

Il s'ensuit de ce que nous venons de dire que nous n'avons rien à objecter contre le plan général de l'ouvrage de M. Ball. Quant à l'exécution du plan, il nous faut avouer que, dès le commencement, nous avons eu l'impression que le *Primer* est assez inégalement rédigé. Ainsi p. ex. neuf pages sont consacrées à Newton et $3\frac{1}{2}$ pages à Pascal, tandis que la notice sur Euler occupe environ $\frac{1}{2}$ page, dont 11 lignes se rapportent à son action scientifique. Mais il pourra se faire que ces inégalités de l'exposition dépendent du but de l'ouvrage, et nous passons à examiner de plus près les indications y contenues.

Il va sans dire que dans un exposé complet de l'histoire des mathématiques, où l'on doit mentionner des faits par milliers, il est presque impossible d'éviter un certain nombre d'indications inexactes, mais que cet inconvénient diminue à mesure qu'on abrège l'exposition. D'autre part la nécessité d'être court amène le besoin d'élire précisément les renseignements les plus importants et de leur donner une forme non seulement exacte mais en même temps concise, ce qui peut occasionner parfois de grandes difficultés. En examinant le livre de M. Ball, nous croyons avoir trouvé qu'il n'a pas réussi à surmonter ces difficultés. Non seulement il rend compte d'un grand nombre de faits peu importants pour l'histoire des mathématiques, mais ses indications sont trop souvent données sous une forme peu satisfaisante. Pour ce qui concerne la première remarque, nous ne nous arrêterons pas aux nombreuses anecdotes citées par M. Ball, ni à l'espace disproportionné qu'occupent dans le *Primer* les renseignements biographiques, car M. Ball pourra nous répondre que ces anecdotes et ces renseignements sont intercalés seulement pour lui fournir beaucoup de lecteurs, et que, en tout cas, ils n'amènent point de désavantage. Mais nous voulons faire ressortir que le choix en donnera lieu à des remarques fondées. En effet, quel intérêt le lecteur peut-il avoir à apprendre (p. 121) à peu près autant sur le *père* de Poisson que sur la vie d'un mathématicien si éminent que Léonard Euler? Et si M. Ball a jugé nécessaire de rapporter une partie de la caractéristique que Bossut (*Histoire des mathématiques,* Paris 1810, II, p. 428—429) a donnée sur Clairaut, pourquoi citer (p. 105) précisément le passage le moins intéressant au point de vue scientifique?

En dehors des anecdotes et des notices biographiques, il y a aussi dans le *Primer* d'autres renseignements qui nous semblent inutiles dans un abrégé de l'histoire des mathématiques. En voici quelques exemples. »Jordanus, whose works were

almost unknown until the last few years» (p. 48); »DESARGUES ... whose name until recently was almost unknown» (p. 75); »we know little of the life of STEVINUS» (p. 69). Toutes ces indications se rattachent évidemment à l'histoire des recherches historico-mathématiques, et des remarques semblables peuvent être faites relativement à un très grand nombre d'autres mathématiciens. — »The stories ... of the use of burning glasses to destroy the ships of the Roman blockading squadron will recur to most readers» (p. 20). Il est très problématique s'il y a quelque fondement pour l'histoire à laquelle M. BALL fait allusion, et pour cette raison il nous semble le mieux de la passer sous silence dans un abrégé.

Nous avons dit plus haut que les indications du *Primer* ne sont pas toujours données sous une forme satisfaisante. En effet, plusieurs de ces indications sont trop catégoriques, p. ex. celles-ci: »ARCHIMEDES ... marvellous mathematical powers have been surpassed only by those of NEWTON» (p. 19); »in the old and medieval world ARCHIMEDES was unanimously reckoned as the first of mathematicians» (p. 23); »ultimately he [APOLLONIOS] returned to Alexandria and lived there till his death» (p. 23); »PTOLEMY ... died in 168» (p. 28); »LEONARDO of Pisa was born in 1175» (p. 46); »mathematicians had barely assimilated the knowledge obtained from the Arabs, including their translations of the works of Greek writers, when the refugees who escaped from Constantinople after the fall of the eastern empire brought with them the original books and the traditions of Greek science» (p. 55).

Parmi les autres observations que nous avons faites en lisant le *Primer,* nous mentionnons ici les suivantes, en faisant ressortir expressément que nous n'avons pas eu l'intention de signaler par préference les erreurs les plus importantes (à cet effet il aurait fallu annexer en plusieurs endroits de longues argumentations), et que quelques-unes des observations ne portent pas même sur des erreurs directes.

P. 17. »The Arabian writers, who may perhaps convey to us the traditions of Alexandria, represent him [EUKLIDES] as a gentle and kindly old man.» Il convient de faire observer que déjà PAPPOS (ed. HULTSCH, VII, p. 676) a dépeint EUKLIDES comme un homme doux et modeste (cf. CANTOR, *Vorlesungen über Geschichte der Mathematik* I [2e éd.], p. 247).

P. 18. Il nous semble très étrange que M. BALL ne fasse aucune mention du 13e livre des *Elementa;* au moins il aurait pu signaler que ce livre existe.

P. 26. L'exactitude de l'indication que HERON a vécu vers l'an 120 avant J.-C. semble actuellement un peu douteuse. MM. DIELS, P. TANNERY et CARRA DE VAUX (cf. Biblioth. Mathem. 1894, p. 88—89) se sont efforcés de démontrer qu'il faut placer HERON à une époque plus basse, en tout cas après J.-C.

P. 28. »PTOLEMY was the author of numerous works on mathematics.» Autant que nous sachions, PTOLEMEUS n'a écrit qu'un ouvrage de mathématiques pures; cet ouvrage est actuellement perdu, mais PROKLOS nous en a conservé quelques passages (cf. CANTOR, l. c. I [2 éd.], p. 395).

P. 29. »It would seem that he [PAPPOS] discovered the focus in the parabola.» Nous n'osons point affirmer que cette opinion soit fausse, mais nous nous permettons de faire remarquer qu'elle n'est pas généralement admise; d'après M. ZEUTHEN (voir *Keglesnitslæren i Oldtiden,* Kjöbenhavn 1885, p. 239—242; *Geschichte der Mathematik im Altertum und Mittelalter,* Kopenhagen 1896, p. 211), le foyer de la parabole était probablement connu dès EUKLIDES.

P. 32. Selon M. BALL, DIOFANTOS vivait vers l'an 420 après J.-C., mais NESSELMANN (*Die Algebra der Griechen,* Berlin 1842, p. 249—251) a déjà appelé l'attention sur le fait que DIOFANTOS est cité par THEON d'Alexandrie, ce qui »als späteste Grenze seiner Lebenszeit die zweite Hälfte des vierten Jahrhunderts feststellt». M. CANTOR (l. c. I [2e éd.], p. 434—435), semble porté à placer DIOFANTOS au commencement du 4e siècle, et plusieurs auteurs (voir p. ex. F. MÜLLER, l. c., p. 35) partagent l'opinion de M. P. TANNERY que DIOFANTOS était un contemporain de PAPPOS, c. à. d. qu'il vivait dans la seconde moitié du 3e siècle. En ce cas il faudrait modifier l'indication de M. BALL à la page 30: »In the fourth century we *begin* to come across problems which lead directly to algebraical equations.»

P. 48. »The above [c. à. d. les écrits de JORDANUS NEMORARIUS] is the earliest instance known in European mathematics of syncopated algebra, in which letters are used for algebraical symbols.» Il convient de faire observer que LEONARDO PISANO, dans un passage de son *Liber abbaci* (voir *Scritti pubblicati da* B. BONCOMPAGNI I, Roma 1857, p. 132—133; cf. CANTOR, *Ahmed und sein Buch über die Proportionen,* Biblioth. Mathem. 1888, p. 8—9) a aussi employé des lettres comme des symboles algébriques.

P. 49. »No mathematicians of the same ability as LEONARDO and JORDANUS appear in the history of the subject for

over two hundred years.» A notre avis, il y a dans la période signalée par M. BALL un mathématicien qui puisse être en quelque sorte mis au côté de NEMORARIUS, savoir NICOLE ORESME (vers 1323—1382). Voici le jugement de M. CANTOR (l. c. II, p. 125) sur l'*Algorismus proportionum* de cet auteur: »In ihm hat ORESME einen Gipfelpunkt erreicht, der so weit über das Vorherbekannte sich erhob, dass gespannte Erwartung sich äussern darf, nach welcher Richtung der nächste Fortschritt sich vollziehen werde.» En tout cas il nous semble un peu surprenant, que M. BALL n'ait pas même mentionné le nom d'ORESME.

P. 50. »About this time [c. à. d. vers le 14e siècle] the almanacks began to add to the explanation of the Arabic symbols the rules of addition, subtraction, multiplication, and division, 'de algorismo'.» Naturellement il est très possible qu'un petit traité »de algorismo» ait été annexé à quelque almanack du 14e siècle, mais nous ne croyons guère qu'on puisse dire avec raison qu'on commençait alors d'ajouter aux calendriers un tel traité.

P. 57. »In the algebra PACIOLI found expressions for the sum of the squares and the sum of the cubes of the first n natural numbers.» Cette indication n'est pas directement inexacte, mais comme M. BALL n'a mentionné aucun auteur antérieur qui eût trouvé la valeur de ces sommes, le lecteur est induit à croire qu'on en doit la connaissance à PACIUOLI. Par conséquent, on aurait désiré une notice que Σx^2 avait été trouvée déjà par ARCHIMEDES, et que la valeur de Σx^3 a été indiquée par les arpenteurs romains et par les mathématiciens arabes.

P. 60. »The chief works of TARTAGLIA are an arithmetic published in 1556 and a treatise on numbers published in 1560.» Les deux ouvrages que M. BALL a en vue, sont des parties du *General trattato di numeri e misure*, dont les deux premiers volumes ont paru en 1556 et le dernier en 1560, après la mort de l'auteur. Il n'est pas parfaitement exact de dire que le dernier volume est un traité des nombres, car il traite aussi de la géométrie et de l'algèbre (cf. CANTOR, l. c. II, p. 482—488).

P. 61. Nous regrettons que M, BALL n'ait pas jugé nécessaire de mentionner SCIPIONE FERRO, auquel on doit la première méthode pour résoudre l'équation cubique.

P. 62. »The equations he [CARDANO] considered are numerical, but in some of his analysis be used literal coefficients». Nous n'avons pu retrouver les passages où CARDANO se sert de coefficients algébriques (le passage cité à la page 251 du 2d tome de l'*Histoire des sciences mathématiques et physiques* de MAX. MARIE ne nous semble guère pouvoir appuyer l'assertion de

M. BALL) et nous ne nous souvenons pas qu'ils aient été mentionnés dans aucun ouvrage d'histoire des mathématiques auquel on puisse se fier.

P. 64. M. BALL dit que PASCAL donna le premier une méthode générale pour former les coefficients dans le développement d'un binome. On pourrait y objecter que déjà STIFEL a signalé une formule recurrente pour les coefficients (comparez sur ce sujet la remarque de M. P. TANNERY dans L'Intermédiaire des mathématiciens **3**, 1896, p. 98—99).

P. 65. »Till this time it had been the custom to introduce new symbols to represent the square, cube, etc., of quantities which had already occurred in the equations». Nous nous permettons d'appeler l'attention sur une petite note *Om vanliga bokstäfver såsom tecken för obekanta storheter* (Tidsskr. for Mathem. 3_4, 1879, p. 161—165), où nous avons montré que STIFEL, dans la nouvelle édition de *Die Coss* de CHR. RUDOLFF (Königsberg 1553), a désigné l'inconnue par 1A et ses puissances successives par 1AA, 1AAA, 1AAAA.

P. 66. Par un passage du journal de CONST. HUYGENS rapporté par M. D. J. KORTEWEG dans L'Intermédiaire des mathématiciens **2**, 1895, p. 193, on trouve qu'ALBERT GIRARD est mort le 9 décembre 1632 (non 1633 comme on l'a supposé auparavant). Quant à l'année de naissance de GIRARD, M. KORTEWEG (voir L'Intermédiaire des mathématiciens **3**, 1896, p. 88) semble vouloir la fixer à 1595 (M. BALL indique 1590). Au reste GIRARD était natif de Lorraine et par conséquent il est un peu impropre de l'appeler »a Dutch mathematician».

P. 68. L'indication que HARRIOT mourut en 1620 est probablement une faute d'impression au lieu de 1621 (cf. BALL, *A short account of the history of mathematics*, 2e éd., p. 241).

P. 68. »HARRIOT was, I believe, the earliest writer who realized the advantage to be obtained by taking all the terms of an equation to one side of it». Déjà STIFEL (*Arithmetica integra*, f. 283^b) avait réduit une équation à la forme $f(x) = 0$. Au reste MONTUCLA (*Histoire des mathematiques*, Paris 1758, II, p. 77) fait observer que HARRIOT emploie cette forme en passant, dans un seul chapitre de son ouvrage. Comme on sait, DESCARTES est le premier mathématicien qui s'en soit servi systématiquement.

P. 99. »I think the evidence leads to the conclusion that LEIBNIZ obtained the idea of the differential calculus from a manuscript of NEWTON's, which he saw in 1675». Sans doute

il est *possible* que l'opinion de M. BALL soit juste, mais à cet effet il faut supposer que TSCHIRNHAUS ait: 1) vu à London la lettre sur le problème des tangentes écrite par NEWTON le 10 déc. 1672; 2) copié cette lettre; 3) remis cette copie à LEIBNIZ en 1675 (cf. CANTOR, l. c. III, p. 161, 174).

P. 101. M. BALL dit que, vers la fin du 17e siècle, le journal Acta Eruditorum était »the only private scientific journal of any importance». A notre avis, il y avait alors au moins un autre journal de la même nature, savoir le Journal des savants, où p. ex. plusieurs des répliques relatives à la querelle sur le problème isopérimétrique ont été insérées.

P. 103. »After the deaths of LEIBNIZ and L'HOSPITAL he [JEAN BERNOULLI] claimed the merit of some of their discoveries; these claims are now known to be false». Dans notre note *Om upptäckten af sättet att medelst differentiation bestämma värdet af en bråkfunktion, då täljare och nämnare samtidigt blifva noll* (Öfversigt af vetensk.-akadem. förhandl. [Stockholm] **51**, 1894, p. 297—305), nous avons démontré que la méthode de déterminer par différentiation la valeur d'une fraction dont le numérateur et le dénominateur tendent en même temps vers zéro, est due à JEAN BERNOULLI et non au marquis de L'HÔPITAL. Il y a donc au moins un cas où la réclamation de JEAN BERNOULLI était à sa place.

P. 107. »His [DANIEL BERNOULLI] earliest mathematical work, published in 1724, contains a theory of the oscillations of rigid bodies and a solution of the differential equation proposed by RICCATI». Dans les *Exercitationes quædam mathematicæ* (Venetiis 1724) de DANIEL BERNOULLI nous avons cherché en vain quelque traité de la théorie des oscillations.

P. 108. En parlant de TAYLOR, M. BALL ne dit pas un mot sur la découverte du calcul aux différences finies. Nous ignorons si cette omission est intentionnelle ou involontaire, mais en tout cas nous la regrettons vivement (voir sur ce sujet notre analyse du tome III: 2 des *Vorlesungen* de M. CANTOR dans la Biblioth. Mathem. 1896, p. 18).

P. 109. D'après M. BALL, la *Geometria organica* de MACLAURIN a paru en 1719. Pour le moment nous n'avons recours à aucun exemplaire de cet ouvrage, mais d'après l'analyse insérée aux Acta Eruditorum 1722, p. 323—326, le feuillet de titre de la *Geometria organica* porte les mots: »Londini, impensis Guil. & Joh. Innys 1720». La même année d'impression est signalée p. ex. par M. CANTOR, l. c. III, p. 419, et par J. W. MÜLLER, *Auserlesene mathematische Bibliothek* (Nürnberg 1820), p. 71.

P. 109. »The result [c. à. d. le théorème de MACLAURIN] ... is at once deducible from TAYLOR's theorem, on which the proofs by STIRLING and MACLAURIN are admittedly founded». Cette indication nous semble inexacte au moins pour ce qui concerne MACLAURIN. En effet, dans l'article 751 de la *Treatise on fluxions,* MACLAURIN déduit son théorème par la méthode des coëfficients indéterminées; à la fin il ajoute qu'on peut le démontrer à l'aide du théorème des binomes.

P. 134. »The scientific treatment of the fundamental principles of algebra, initated by HAMILTON and by GRASSMANN ... was further developed by ... G. CANTOR». Le point de départ des recherches de M. GEORG CANTOR est essentiellement différent de ceux de HAMILTON et de GRASSMANN. M. G. CANTOR a cité HAMILTON une seule fois (*Zur Lehre vom Transfiniten* I, Halle 1890, p. 16) et précisément pour faire ressortir la différence essentielle entre la notion de nombre selon lui-même et selon l'éminent géomètre anglais.

Outre les fautes dont nous avons déjà parlé, il y a dans le *Primer* aussi quelques impropriétés des expressions. A la page 2, M. BALL rend compte (§ 3) des mathématiques égyptiennes et phéniciennes sous la rubrique »Mathematics under greek influence», mais vers la fin de ce paragraphe il dit: »to the interest excited by various geometrical propositions thus communicated by the Egyptian priests ... we may ascribe the commencement of the study of mathematics by the Greeks». — A la page 21 nous lisons: »confining myself to such works of his [ARCHIMEDES] as are still extant, I may mention the following», mais dans le suivant, M. BALL rend compte aussi (p. 22) d'un ouvrage perdu. — P. 44: »The Arabs introduced the trigonometrical *expressions* which are now current». — P. 103: »In 1713 [c. à. d. 8 ans après sa mort!] he [JACQUES BERNOULLI] established the fundamental propositions of the calculus of probabilities». — Comme une impropriété il faut aussi considérer le fait que M. BALL mentionne CAUCHY *après* WEIERSTRASS. — Parfois les mêmes notices sont répétées deux fois p. ex. (p. 110, 114) celle sur l'introduction de la notion de potentiel par LAGRANGE, et (p. 120, 135) celle sur la géométrie synthétique.

Quant aux jugements portés dans le *Primer* sur les mérites des mathématiciens et sur la marche du développement, il nous a paru qu'ils ne soient pas toujours bien précisés; parfois nous les avons trouvés aussi un peu superficiels.

Par ce qui précède, il s'ensuit que, à notre avis, M. BALL

n'a pas réussi à rédiger un abrégé condensé de l'histoire des mathématiques qui puisse être recommandé soit aux professeurs, soit aux étudiants. Selon nous, la cause en est qu'il n'a pas encore entrevu les grandes difficultés d'une telle tâche, ce qui l'a naturellement empêché de prendre les mesures pour s'en acquitter avec succès.

Stockholm. G. Eneström.

NEUERSCHIENENE SCHRIFTEN. — PUBLICATIONS RÉCENTES.

Bibliotheca Mathematica. Zeitschrift für Geschichte der Mathematik herausgegeben von || journal d'histoire des mathématiques publié par G. Eneström. Stockholm. 8°.
1896: 1.

Historisch-literarische Abtheilung der Zeitschrift für Mathematik und Physik herausgegeben von M. Cantor. Leipzig. 8°.
41 (1896): 2.

Curtze, M., Zur Geschichte der Übersetzungen der Elementa im Mittelalter.
Biblioth. Mathem. 1896, 1—3.

Curtze, M., Über Johann von Gemunden.
Biblioth. Mathem. 1896, 4.

Dickstein, S., Sur les découvertes mathématiques de Wronski.
Biblioth. Mathem. 1896, 5—12.

Kutta, M., Geometrie mit constanter Zirkelöffnung im Altertum.
Biblioth. Mathem. 1896, 16.

Suter, H., Nochmals der Jakobsstab.
Biblioth. Mathem. 1896, 13—15.

Zeuthen, H. G., Om den historiske Udvikling af Mathematiken som exakt Videnskab indtil Udgangen af det 18de Aarhundrede.
Inbydelsesskrift til Kjøbenhavns Universitets Aarsfest den 8de April 1896 (Kjøbenhavn 1896, in-4°), (4) p. + p. 1—90.

Question 56 [sur un écrit de Johan de Witt relatif au calcul de rentes viagères]. — Question 57 [sur l'auteur italien Menabeno]. — Question 58 [sur une brochure publiée par Leibniz en 1713]. — Remarque sur la question 34.
Biblioth. Mathem. 1896, 31—32. (G. Eneström.)

Jahrbuch über die Fortschritte der Mathematik. Herausgegeben von E. Lampe. Band 25 (1893—1894). Berlin, Reimer 1896.
8°. — Les pages 1—97 contiennent un compte rendu des ouvrages d'histoire des mathématiques parus en 1893—1894.

CANTOR, M., Vorlesungen über Geschichte der Mathematik. Dritter Band. Vom Jahre 1668 bis zum Jahre 1759. Zweite Abtheilung. Die Zeit von 1700 bis 1726. Leipzig, Teubner 1896. 8°.
Biblioth. Mathem. 1896, 17—24. (G. ENESTRÖM.) — Giorn. di matem. 3_2, 1896, 11—13. (G. LORIA.)

FIORINI, M., Erd- und Himmelsgloben, ihre Geschichte und Konstruktion. Nach dem Italienischen frei bearbeitet von S. GÜNTHER. Leipzig, Teubner 1895. 8°.
Biblioth. Mathem. 1896, 25—26. (G. ENESTRÖM.)

[Listes d'ouvrages récemment publiés.]
Biblioth. Mathem. 1896, 26—31. — Zeitschr. für Mathem. **41**, 1896; Hist. Abth. 78—80.

ANFRAGEN. — QUESTIONS.

59. On sait que LEONELLI a publié en 1803 la première table des logarithmes d'addition et de soustraction connus sous le nom de »logarithmes de GAUSS». Mais déjà en 1639 CAVALIERI, dans son ouvrage *Centuria di varii problemi per dimostrare l'uso e la facilità di logaritmi nella gnomonica, astronomia, geograffia, altimetria, pianimetria, stereometria et aritmetica prattica; toccandosi anco qualche cosa nella meccanica, nell' arte militare e nella musica,* avait fait connaître un procédé permettant de calculer le logarithme de la somme ou de la différence de deux nombres dont on connaît les logarithmes, sans se servir des valeurs de ces nombres.

On demande une recherche historique sur les méthodes proposées avant LEONELLI pour trouver $\log (a + b)$ ou $\log (a - b)$ si l'on connaît $\log a$ et $\log b$, sans recourir à a et b.

(G. Eneström.)

Inhalt. — Table des matières.

STOCKHOLM, TRYCKT I CENTRAL-TRYCKERIET, 1896

BIBLIOTHECA MATHEMATICA

ZEITSCHRIFT FÜR GESCHICHTE DER MATHEMATIK | JOURNAL D'HISTOIRE DES MATHÉMATIQUES

HERAUSGEGEBEN VON | PUBLIÉ PAR

GUSTAF ENESTRÖM.

1896. STOCKHOLM. N° 3.

NEUE FOLGE. 10. | Preis des Jahrgangs 4 M. Prix par an 5 fr. | NOUVELLE SÉRIE. 10.

BERLIN. MAYER & MÜLLER. Markgrafenstrasse 51. | PARIS. A. HERMANN. Rue de la Sorbonne 8.

Über die im Mittelalter zur Feldmessung benutzten Instrumente.

Von MAXIMILIAN CURTZE in Thorn.

Im Jahrgange 1888 dieser Zeitschrift findet sich auf S. 37 eine kurze Notiz H. WEISSENBORNS: *Über die verschiedenen Namen des sogenannten geometrischen Quadrates.* In dieser Note sowohl als in den einschlägigen Capiteln seines »*Gerbert*» (S. 111 und S. 154—156)[1] behauptet Herr WEISSENBORN, dass Astrolabium, Quadrant und geometrisches Quadrat Namen ein und derselben Vorrichtung seien. Ich will vom Standpunkte unserer Kentnisse aus diese Behauptung nicht vollständig als unrichtig hinstellen, werde mir aber erlauben im Nachfolgenden zu zeigen, dass die Schriftsteller des Mittelalters sicher recht hatten, wenn sie diese drei Instrumente wohl auseinanderhielten, und weiter zeigen, dass das *Quadratum geometricum* nur aus dem Astrolabium und nicht aus dem Quadranten entstanden sein kann. Astrolabium und Quadrant beruhen nämlich auf absolut entgegengesetzten Prämissen, welche ungefähr so sich entgegenstehen wie das Ptolomäische und das Coppernicanische Weltsystem. Dies wird sich aus einer Beschreibung der zum Höhen-, Längen- und Tiefenmessen auf denselben befindlichen Vorrichtungen absolut ergeben, und da wohl niemand das Ptolomäische und das Coppernicanische System als identisch bezeichnen würde, so ist die Identität von Astrolab und Quadrant ebenso wenig zuzugestehen. Dagegen beruht das *Quadratum geometricum*, so wie es

GERBERT und dessen Nachfolger benutzten, auf demselben Principe wie das Astrolabium. Für England giebt freilich CANTOR[2] eine Abart an, welche aus dem Quadranten abgeleitet ist, aber diese Angabe ist nicht richtig, wie ich anderswo nachweisen werde.

Bei der Beschreibung der Instrumente beschränke ich mich einzig und allein auf diejenigen Theile, welche der Feldmessung dienten, und lasse alles bei Seite, was an denselben für den Astronomen bestimmt war. In Bezug auf das *Quadratum geometricum* bemerke ich zugleich vorgreifend, dass vor PEURBACH niemand dasselbe zu astronomischen Beobachtungen gebraucht hat, dass für dieses Instrument bei keinem Benutzer vor PEURBACH von *umbra recta* und *versa* die Rede ist, und dass gerade in der universellen Benutzung durch PEURBACH diejenige Seite seiner Abhandlung hervortritt, welche allein sie zu einer vor den übrigen hervorragenden macht.

I. Vom *Astrolabium* wurde nur die Rückseite, die *postica* oder das *dorsum astrolabii* zur Feldmessung benutzt. Ich beschränke mich daher auf die Beschreibung nur dieses Theiles. Das Astrolabium bildete einen Vollkreis, welcher in 360°, *gradus dierum,* getheilt war. Bei 0° war ein Aufhängsel angebracht, an welchem man dasselbe in die Höhe halten konnte: für Sonnen- und Sternbeobachtungen, welche auf der *antica* gemacht wurden, mit der rechten, für Höhen-, Längen- und Tiefenmessungen mit der linken Hand. Sonst würde nämlich beidemale der Arm des Beobachters das Visieren nach dem Beobachtungsobjecte verhindern. Von den Aufhängsel aus, also von 0°, war der Durchmesser *ab* und der dazu senkrechte *cd* gezogen, dann aber das dem Kreise eingeschriebene Quadrat *fghi* so gezeichnet, dass seine Seiten diesen beiden Durchmessern parallel liefen. Die Seiten dieses Quadrates waren in je 24 gleiche Theile (*puncta*) getheilt und diese von den festen Durchmessern aus nach den vier Ecken hin von 1 bis 12 bezeichnet. Um den Mittelpunct des Kreises *e* war ein Diopterlineal *kl* drehbar, welches beim Visieren auf den Quadratseiten einen bestimmten Theilpunkt einschnitt. Visierte man nach einer Höhe, so wurden die Seiten des zweiten oder vierten Quadranten geschnitten, ebenso beim

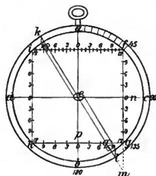


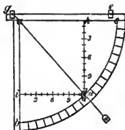
Fig. 1.

Visieren von Tiefen; bei Längenmessungen dagegen traf das Lineal die Seiten des ersten und dritten Quadranten. Diejenigen Punkte, welche auf den zu dem wagerechten Durchmesser parallelen Seiten abgeschnitten wurden, hiessen *puncta umbrae rectae*, diejenigen auf den beiden vertikalen Seiten *puncta umbrae versae*. Es ist daraus klar, dass die *umbra recta* unserer Cotangente, die *umbra versa* unserer Tangente entsprechen. Visierte man nach der Höhe, so war das Dreieck epq dem von der Visierlinie, der Höhe und der Horizontalen gebildeten Dreiecke ähnlich, und wenn man die Entfernung zwischen dem Beobachter und dem Fusspunkte der Höhe messen konnte, so verhielt sich diese Entfernung zur Höhe, wie die abgeschnittenen *puncta umbrae rectae* zu 12, d. h. wie $qp : ep$; wurden jedoch *puncta umbrae versae* abgeschnitten, so war das obige Verhältnis gleich dem von 12 zu den abgeschnittenen *puncta umbrae versae*. Um dieser Unterscheidung enthoben zu sein, benutzte man die Ähnlichkeit der beiden Dreiecke epq und enm, aus der folgt, dass $pq : pe = en : nm$, also $pq : 12 = 12 : nm$ ist, und gab deshalb die Regel: »*Puncta umbrae versae* verwandelt man in *puncta umbrae rectae*, indem man 144 durch nm dividiert, und umgekehrt verwandelt Division von 144 durch pq die *puncta umbrae rectae* in solche *umbrae versae*«. So wird ausnahmlos in allen Abhandlungen über das Astrolab und den Quadranten vom 12. bis zum 16. Jahrhundert gelehrt. Ohne die Bezeichnungen *umbra recta* und *umbra versa* zu kennen, lehrt GERBERT in zwei seiner Capitel über das Höhenmessen einmal die Berechnung direct, das anderemal unter Benutzung der Umwandlung von *puncta umbrae versae* in *puncta umbrae rectae*;[3] ob man ihm aus dieser gesonderten Betrachtung, welche die späteren Schriftsteller nicht getrennt, sondern in demselben Capitel mit der Einleitung: »*vel si velis*« abhandeln, wirklich einen so grossen Vorwurf zu machen berechtigt ist, wie Herr WEISSENBORN in seinem »*Gerberti*« es thut,[4] möchte ich doch bezweifeln. Schnitt bei einer Messung das Diopterlineal in einen der Eckpunkte des Quadrates ein, z. B. in f, so war es gleichgiltig ob man von 12 *puncta* oder von 45 *gradus dierum* sprach, welche abgeschnitten seien. In diesem Falle war die zu messende Höhe gleich der Entfernung des Messenden von dem Fusspunkte der zu messenden Höhe. Auch hierfür gibt ein Capitel GERBERTS die Anleitung,[5] während spätere Schriftsteller alle drei möglichen Fälle in einem Capitel abzuhandeln pflegen.

II. Den Quadranten beschreibe ich, indem ich das hier abdrucken lasse, was LEONARDO DA PISA darüber in seiner

Practica geometriae mittheilt, da er dort ebenfalls nur dasjenige angiebt, was für feldmesserische Zwecke zu wissen nöthig ist. Es heisst daselbst:[6]

Et quia pulcre et subtiliter et facile cum quadrante, quem quidem horoscopum vocant, altitudines metiuntur, ipsum quadrantem et ea, que in ipsa ponuntur ad nostrum propositum facientia, designare curavi ad presens, ut subtilius, que intendo, valeam demonstrare. Pono punctum *a* centrum et ab ipso protraho duas rectas equales *ab* et *ac* continentes angulum rectum, et spacio unius rectarum *ab* vel *ac* circino arcum *bdc* producens ipsum aliquantulum im puncto *e*, nec non et lineam *ab* produco usque ad *g*, et pono lineam *eg* equedistantem linee *ac*, et divido angulum *bac* in duo equa cum linea *ad*, et protraho a puncto *d* super rectas *ab* et *ac* cathetos *dh* et *di*; et ex hoc monstrabitur quadrilaterum *dhai* equilaterum et equiangulum esse. Quia tres anguli eius, qui sunt ad puncta *a*, *h*, *i*, recti sunt, reliquus, qui ad *hdi*, rectus est, cum omne quadrilaterum habeat quatuor angulos equales quatuor rectis; et quia angulus *bac* divisus est in duo equa a linea *ad*, erit unusquisque angulorum *dab* et *dac* semirectus; sunt enim et anguli *ahd* et *aid* recti, quare unusquisque angulorum *adh* et *adi* semirectus est. Quare trigona *hda* et *ida* equicruria sunt, enim et orthogonia, quare linea *ad* subtendens angulos rectos trigonorum *ahd* et *aid* potest duplum uniuscuiusque laterum *ah*, *dh*, *id*, *ai*; ergo et ipsa quatuor latera sibi invicem sunt equalia. Tetragonum ergo est quadrilaterum *ahdi*. Et in puncto *a* figi filum cum quodam plumbino, quod pendeat extra arcum *bdc*, et dividam utrumque latus *dh* et *di* in partes 12 vel 60 equales, et notabo ipsas partes omnes, ut in similibus instrumentis notate inveniuntur, et sic perfecta est forma quadrantis. Et non est in ea linea *eg*, sunt enim *e* et *g* foramina. Et si cum hoc instrumento altitudinem aliquam metiri volueris, poneres oculum ad foramen *e*, et stabis contra altitudinem metiendam, et levabis quadrantem a parte *b* vel declinabis, donec visus tuus egrediatur per foramen *e*, et transeat per foramen *g*, et perveniat ad cacumen altitudinis metiende; et tunc in ipsa linea cadet linea *eg*, quam superius notavimus.


Fig. 2.

Wie man sieht, ist auch der Kreisbogen in seine 90 Theile

getheilt. Derselbe heisst bei spätern Schriftstellern *limbus*. Die Theilung der Geraden *di* und *dh* beginnt von *h* und *i* aus, so dass wie bei dem Astrolabium an der Ecke *d* 12 steht. Fällt bei dem Visieren durch *e* und *g* der Faden mit dem Bleiloth auf *dh*, so hat man *umbra recta*, fällt er auf *di* so ist *umbra versa* vorhanden, fällt er auf *ad* selbst, so ist das wieder mit *45to gradu dierum* identisch. Beim Höhenmessen visierte man, wie ja LEONARDO auch angiebt, von *e* nach *g* hin, beim Längen- und Tiefenmessungen von *g* nach *e* hin; es musste der Kreisbogen immer nach der Erde zu gerichtet sein.

Dass bei Astrolabium und Quadrant zwei verschiedene Principien vorhanden sind, ist aus der Beschreibung klar. Bei dem Quadranten wird das Instrument unter dem durch das Bleiloth dargestellten festen Radius bewegt, bei dem Astrolabium bewegt sich das das Bleiloth vertretende Diopterlineal über das festgehaltene Instrument; bei dem Quadranten visiert man über den beweglichen Durchmesser, beim Astrolabium über den beweglichen Radius. Es ist also zwischen beiden Instrumenten ein ähnlicher Gegensatz, wie inbezug auf die Bewegung der Gestirne und der Erde im Ptolomäischen und Coppernicanischen Weltsysteme. Bei den ersten bewegt sich der Himmel von Osten nach Westen mit den Gestirnen über die ruhende Erde, beim zweiten bewegt sich die Erde von Westen nach Osten unter dem ruhenden Himmel. Beide Anschauungen sind fähig die einfachsten Beobachtungen zu erklären, ebenso sind beide Instrumente, Astrolab und Quadrant, befähigt Höhen-, Längen- und Tiefenmessungen auszuführen; niemand wird aber deshalb beide für identisch erklären können, wenn sie auch für die Anschauung Ähnliches ausführen.

III. Das *quadratum geometricum*, auch wie z. B. von DOMINICUS DE CLAVASIO, *instrumentum gnomonicum* oder kurzweg *instrumentum* genannt, zieht die beiden gegenüberliegende Quadrate, welche auf der *postica* des Astrolabiums zur Feldmessung benutzt werden, in ein einziges Quadrat zusammen. GERBERT lässt dasselbe in Cap. 33 aus vier metallenen oder hölzernen Stäben zusammensetzen,[7] die Abhandlung »*de quadrato geometrico componendo*«[8] und DOMINICUS DE CLAVASIO verlangen, in erster Reihe eine quadratisch zugeschnittene Metallplatte, deren vier Seiten wieder in je 12 gleiche Theile, und jeder derselben in 60 *minuta* getheilt sind. Auf einer der getheilten Seiten sind in den Eckpunkten Diopter aufgerichtet, welche eine genauere Horizontalstellung ermöglichen — bei GERBERT die beiden *semipedalia ligna E* und *F*. — Ebenso ist in jede Ecke ein Loch

gebort, in welches ein Zapfen am Ende eines Diopterlineals befindlich hineinpasst, so dass es möglich ist, durch dieses Lineal in seinen verschiedenen möglichen Lagen nach jeder beliebigen Richtung zu visieren. Bei GERBERT ist die letztere Vorrichtung noch nicht vorhanden; sein Diopterlineal ist nur in einem Eckpunkte befestigt, und so kann er sein *quadratum mediclinіorum* allein zu Längenmessungen benutzen, während DOMINICUS und die noch spätere Abhandlung »*de quadrato geometrico componendo*« durch die verbesserte Einrichtung es ermöglichen auch Höhen- und Tiefenmessungen mit demselben auszuführen.

Da bei keinem Schriftsteller vor PEURBACH bei Benutzung des *quadratum geometricum* von *umbra recta* und *versa* gesprochen wird, so ist klar, dass sie sich der Beziehungen dieses Instrumentes zu der *scala altimetra*, so heisst nämlich der Kunstausdruck für das Quadrat des Astrolabiums und des Quadranten, nicht bewusst gewesen sind; wieder ein Beweis dafür, dass Anschauungen, welche für uns auf der Hand liegen, für früheren Perioden ganz unbekannt sind, und ihre Entdeckung einen wirklichen Fortschritt in der Erkenntnis darstellt. Deshalb ist man aber nicht berechtigt, denjenigen früheren Forschern, welche den Zusammenhang nicht sahen, daraus einen Vorwurf zu machen. Vor PEURBACH[9] ist das *Quadratum geometricum* zur Bestimmung von Sonnenhöhen und dgl. nicht benutzt worden; erst ihm und seiner trigonometrischen Kenntnis war es vorbehalten, diese neue Benutzungsweise zu zeigen, zu zeigen dass ein Messinstrument, welches man nur für terrestrische Zwecke geeignet hielt, ein Universalinstrument sei, wie das *Instrumentum Albion*, d. h. *All by one*,[10] denn so wird der Name desselben von seinem Erfinder, dem Engländer RICHARD WALLINGFORD, gedeutet.

Die Umwandlung der *umbra recta* in *umbra versa* und umgekehrt war besonders dann nothwendig, wenn bei der doppelten Beobachtung, welche bei unzugänglicher Höhe anzustellen war, die eine *umbra recta*, die andere *umbra versa* ergab. Bei dieser Gelegenheit lehren alle Abhandlungen *de utilitatibus astrolabii vel quadrantis*, die oben dargelegte Umformung. WEISSENBORN[11] in seinem »*Gerbert*« giebt an, dass diese Kunstausdrücke im Abendlande zuerst in einer im XIV. Jahrh. entstandenen englisch geschriebenen Abhandlung, welche in HALLIWELLS *Rara mathematica*[12] abgedruckt ist, vorkommen. Um die Grundlosigkeit dieser Behauptung zu beweisen, werde ich hier zum Schlusse den Abschnitt, welchen ROBERTUS ANGLICUS, auch JOHANN VON MONTPELLIER genannt, in seiner Abhandlung *de quadrante*, die

aus dem XIII. Jahrh. stammt[13] — sie befindet sich z. B. im Codex Boncompagni 324, Bltt 4—9 aus diesem Jahrhundert —, der Verwandlung der *umbra recta* in *umbra versa* und umgekehrt widmet, mitzutheilen mir erlauben. Ich bemerke noch, dass diese Abhandlung keineswegs die älteste ist, welche die fraglichen Ausdrücke enthält, mir steht jedoch augenblicklich nur die Abhandlung des ROBERTUS ANGLICUS zur Disposition. Jedenfalls ist es auch wohl naturgemässer, dass diese Ausdrücke von Spanien aus sich eher nach dem südlichen Frankreich ausgebreitet haben, als nach dem so weit abgelegenen England. Vor ABÛL WÂFÂ, der 998 starb, waren sie überhaupt als *termini technici* nicht bekannt, und da dieser in Bagdad lebte, so dürften sie selbst im arabischen Spanien kaum vor dem XI. Jahrh. sich eingebürgert haben. Jedenfalls finden sie sich schon in abendländischen Abhandlungen aus dem XII. Jahrh. angewendet.[14] Die fragliche Stelle lautet nun im Originale[15] und in einer 1477 angefertigten deutschen Übersetzung[16] folgendermassen.

13. Sed adhuc, quod scias cum hora accipere umbras, oportebit te mutare umbram rectam in versam et e contrario. Si autem vis umbram rectam ex umbra versa habere, per numerum punctorum umbrae versae divide 144, et illud, quod exierit post divisionem, erit numerus punctorum umbrae rectae. Si vis invenire umbras versas per rectam, divide 144 per numerum punctorum umbrae rectae, et exibit tibi in divisione numerus punctorum umbrae versae.

10. Aber dar zu, das du wissest alle stund die schatten zu nehmen, so mustu den rechten schatten in den verkehrten und herwiderumb verwechseln. Darumb wiltu ausz dem verkehrten schatten hab die zal der zal puncten des rechten schatten, so teil mit der zal des verkehrten schatten in 144, und was darausz get nach der teilung, das wirt die zal der puncten des rechten schatten. Wiltu wisen, die verkehrten schatten durch die rechten, so teil 144 mit der Zal der puncten des rechten schatten, so get ausz der teilung die zal der puncten des rechten schatten.

[1] WEISSENBORN, *Gerbert. Beiträge zur Kenntnis der Mathematik im Mittelalter.* Berlin 1888.

[2] CANTOR, *Vorlesungen über Geschichte der Mathematik,* II, S. 102.

[3] *Oeuvres de Gerbert etc. publiées par* OLLERIS, Cap. XVII und XVIII, p. 429—430.

[4] A. a. O., S. 108.

[5] A. a. O., Cap. XVI, S. 429.

[6] LEONARDO PISANO, *Practica Geometriae,* Distinctio VII, S. 204, Z. 21 bis 205, Z. 5.

[7] A. a. O., S. 441.

[8] Zeitschr. für Mathem. **40**, 1895; Hist. Abth. S. 161—165.

[9] *Libellum de quadrato geometrico.* Norimbergae 1516.

[10] Hoc autem instrumentum, quia omnium et singularum utilitates et commoditates in unico corpore tam breviter continet et quedam alia forsitan superaddit, ideo vocatur *Albyon,* quod idem est quam totum per unum. *Al* enim anglice totum dicitur, *by* vero vocatur per, *on* est unum. Siehe *Cod. lat. Monac. 10662,* Bltt 4[a], Z. 19—24.

[11] A. a. O., S. 166.

[12] *Rara Mathematica; or a collection of treatises on the mathematics and subjects connected with them. From ancient inedited Manuscripts. Edited by* J. O. HALLIWELL, 2[d] ed. London 1841, S. 57—71. Die Abhandlung ist nichts weiter als eine englische Übersetzung des Werkes von ROBERTUS ANGLICUS.

[13] ROBERTUS ANGLICUS lebte, wie P. TANNERY festgestellt hat, 1240—1270 etwa. Seine Abhandlung *Quadrans cum cursore* ist die Grundlage aller späteren Abhandlungen *de quadrante,* welche man geradezu als Plagiate bezeichnen könnte, wenn die damalige Zeit diesen Begriff schon gekannt hätte. Sie ist in alle möglichen Sprachen, sogar ins Griechische, übersetzt worden. P. TANNERY ist soeben im Begriffe dieselbe zugleich mit der griechischen Übersetzung herauszugeben.

[14] So z. B. in der dem XII. Jahrhundert angehörenden Abhandlung HERMANN DES LAHMEN *De utilitatibus astrolabii,* wo sie in dem Capitel: »De proportione umbrae corporis et cuiusque dimensionis quantitate invenienda» auseinandergesetzt ist (*Cod. lat. Monac. 13021* Bltt 77[v]).

[15] Nach *Cod. lat. Monac. 10662,* Bltt 213[r].

[16] Nach *Cod. germ. Monac. 328,* Bltt 65[r], Sp. 1—2.

Note bibliographique sur les femmes dans les sciences exactes.

Par G. ENESTRÖM à Stockholm.

Dans la Biblioth. Mathem. 1895, p. 65—76, M. G. VALENTIN a publié un article bibliographique avec le titre: *Die Frauen in den exakten Wissenschaften.* En vue de le compléter, j'ai noté les écrits de mathématiciennes parus après sa publication, et j'ai pris note aussi d'un certain nombre d'écrits antérieurs dont l'auteur n'avait pas eu connaissance. De plus, quelques-uns de mes correspondants ont bien voulu m'indiquer des corrections ou additions à la bibliographie de M. VALENTIN, et enfin celui-ci a mis à ma disposition une petite liste supplémentaire rédigée par lui-même.

Ainsi il m'a été possible de signaler ici plus d'une douzaine de mathématiciennes non mentionnées dans l'article cité. D'autre part, il faut y rayer le nom ELIZE VAN DER VEN, ce nom se rapportant à un homme, ancien directeur de l'école moyenne de Haarlem, et aussi le nom »Lucie Leboef», sous lequel s'est caché, j'ignore pour quelle raison, un jeune mathématicien.

Chisholm, Grace.

Algebraisch-gruppentheoretische Untersuchungen zur sphärischen Trigonometrie. Göttingen 1895. 68 p. in-8° + 3 pl.

Clerke, Agnes M.

A popular history of astronomy during the nineteenth century. Third edition. London 1893. XVII + 543 p. in-8° + 5 pl.
The suns motion in space. Nature (London) **44**, 1891, 572—574.
The Herschels and modern astronomy. London 1895. In-8°.

Clerke, Ellen M.

Jupiter and his system. London 1892. In-8°.
The planet Venus. London 1893. In-8°.

Germain, Sophie.

Notices biographiques: H. STUPUY, Notice sur la vie et les oeuvres de Sophie Germain. La philosophie positive (revue) **21**$_2$, 1878, 389—408; **22**$_1$, 1879, 50—64. — CHRISTINE LADD-FRANKLIN, The Century (New York), octobre 1894.

Gernet, Marie.

Reduktion hyperelliptischer Integrale durch rationelle Substitutionen. Heidelberg 1895.

Giberne, Agnes.

Sun, moon and stars. A book for beginners. London 1879. 12°. (20e éd. 1893.)

Sonne, Mond und Sterne. Nach der 20. Auflage von 1893. Deutsch von E. Kirchner. Mit einer Vorrede von C. Pritchard. Berlin 1894. XII + 312 p. in-8°.

Kirch, Marie Margarethe, née Winckelmann.

Le premier écrit indiqué par M. Valentin est rédigé en allemand et a pour titre: *Vorbereitung zur grossen Opposition* (cf. Acta eruditorum 1712, 77—78).

Klumpke, Dorothée.

Notice biographique: Ein weiblicher Astronom (Dorothea Klumpke). Die Frau (Berlin) **1**, 1893—1894, 306—307 (avec portrait).

Litwinow-Iwaschkin, Elisabeth.

Lösung einer Abbildungsaufgabe. Inauguraldissertation zu Bern. S:t Petersburg 1879.

[Notice biographique sur N. A. Lobatchewsky.] S:t Pétersbourg 1894. [En russe.]

Mackinnon, Annie L., docteur ès sciences.

Concomitant binary forms in terms of the roots. Annals of mathem. **9**, 1895, 95—157.

Maddison, Isabel, à Bryn Mawr College.

The arithmetizing of mathematics by Felix Klein. Translated. *New York,* Americ. mathem. soc., Bulletin 2_2, 1896, 241—249.

Massarini, Iginia, docteur ès sciences mathématiques, Roma.

Teoria delle congruenze di P. L. Tschebicheff. Traduzione italiana con aggiunte e note. Roma 1895.

Mitchell, Maria.

Observations and elements of Miss Mitchells *comet. London,* Astron. soc., Monthly notices **8**, 1847—1848, 9—11, 130—131.

Minima of Algol. The astronom. journ. (Cambridge, U. S.) **5**, 1858, 7.

Observations on some double stars. Americ. journ. of science **36**, 1863, 38—40.

Müller, Maria Clara, née Eimmart.

Notice biographique: S. Günther, Maria Klara Eimmart, ein Bild aus dem Gelehrtenleben des XVII. Jahrhunderts. Germania 1895, 376—385.

L'auteur de l'ouvrage *Iconographia nova contemplationum de sole* n'est pas Maria Clara Müller, mais son père G. Ch.

EIMMART. — MARIA CLARA MÜLLER mourut en 1707 (non 1717).

Öhberg, Maria, étudiant à l'université de Helsingfors, née en 1873.
Om lineära differensekvationers integration. Helsingfors läroverks för gossar och flickor årsredogörelse 1894, 83—100.
Solfläckarnas inflytande på vattenståndet vid Kronstadt. Fennia (Helsingfors) **9** : 4, 1894, 22—26.

Pilati, Margarethe.
Eine Rechenstunde in der einklassigen Volksschule. Rechencatechese für das sechste Schuljahr. Monatsschr. kath. Lehrerinnen **8**, 1895, 726—729.

Predella, Lia, docteur ès sciences mathématiques, professeur à l'école normale de Cagliari, née en 1870.
Sulle soluzioni singolari delle equazioni differenziali ordinarie di 1º ordine. Giorn. di matem. **33**, 1895, 31—56, 183—209. — [Analyse:] Jornal de sc. mathem. **12**, 1895, 123—124. (G. TEIXEIRA.)

Schiff, Mme W. J.
[Méthodes pour résoudre des questions de la géométrie élémentaire.] S:t Pétersbourg 1894. IV + 113 p. in-8°. [En russe.]

Scott, Charlotte Angas, professeur au Bryn Mawr College.
On plane cubics. London, Royal soc., Philos. transact. **185**, 1894, 247—277.
Arthur Cayley. New York, Americ. mathem. soc., Bulletin $\mathbf{1}_2$, 1895, 133—141.
Note on equianharmonic cubics. Messenger of mathem. **25**, 1895, 180—185.
The three great problems of antiquity, considered in the light of modern mathematical research. New York, Americ. mathem. soc., Bulletin $\mathbf{2}_2$, 1896, 157—164.

Söderhjelm, Sanny, licenciée ès sciences, Helsingfors, née en 1866.
Ur den elementära matematikens historia. Nya svenska läroværket 1882—1892 (Helsingfors 1892). 26 p.
Det historiska elementet i matematikundervisningen. Helsingfors, Pedagogiska föreningen, Tidskrift **31**, 1894, 73—77.
Ett blad ur ekvationslärans historia. Nya svenska läroværkets berättelse (Helsingfors) 1895, I—XV.

Teupken, Willemine Frederique Henriette, actuaire adjointe de l'»Algemeene Maatschappij voor Levensverzekering» à Amsterdam, née en 1864.

De Verzekeringen op meer hoofden in de practijk. Archief voor de Verzekeringskunde (Haag) **2**, 1896, 65—73.
De invloed derse lectie op de sterfte-uitkomsten. Ib. **2**, 1896, 232—238.
M[lle] Teupken a publié en outre plusieurs notes sur des questions relatives à l'assurance sur la vie.

Waeywel, Agnes.
Traité ou considérations mathématiques et impartiales sur la démonstration de la quadrature du cercle de Daniel Waeywel *et sur les considérations des mauvaises critiques de ses antagonistes.* Le Haye 1717. X + 37 p. in-4° + 2 pl.

Wijthoff, Geertruida.
Vraagstuk N° 7, opgelost. Amsterdam, Wisk. Genootsch., Nieuw Archief **20**, 1893, 26—62. — Déduction des équations en coordonnées bipolaires du mouvement d'un point dans un plan sous l'influence de formes simples de forces.
Over de stabiliteit van elliptische banen, beschreven onder de werking van drie centrale krachten. Amsterdam, Wisk. Genootsch., Nieuw Archief $\mathbf{3}_2$. 29 p.

Woena, Adele.
Nozioni elementari di sfera armillare e cosmografia. Modena 1867. In-8°.

Die Mathematik bei den Juden.

Von MORITZ STEINSCHNEIDER in Berlin.

24. Während in Spanien und der Provence der Einfluss arabischer Wissenschaft auch in den ritualen *chronologischen* Untersuchungen und Darstellungen sich geltend machte: entwickelte sich in Nordfrankreich eine mehr auf das Practische losgehende Schule, die man vielleicht am besten, wenn man sie mit einem einzigen Worte charakterisiren will, als *casuistische* bezeichnet; denn auch ihre exegetische Seite, die einfache Wort- und Sacherklärung der religiösen Quellen: der Bibel und des wesentlich casuistischen und disputatorischen Talmud, nach Feststellung eines, durch Schultradition und Usus ermittelten guten Textes, will vorzugsweise das Leben und die ritualen Observanzen im Sinne einer autorisirten Überlieferung regeln. Die bedeutendste Autorität auf diesem Gebiete ist der Nordfranzose SALOMO B. ISAK (gest. 1108), auch ISAKI, RASCHI (fälschlich *Iarchi*) genannt, der mit einem unerreichten didactischen Tacte seine Erklärungen in den engsten Umfang zusammenzudrängen verstand, daher auch bis heute als der »Commentator» in hunderten von Drucken Anfängern und Hochgelehrten als Führer im Talmud gilt. Seine Biographie von L. ZUNZ (1822) ist als erste Schrift auf dem Gebiete der neuen jüdischen Literaturgeschichte zu bezeichnen.

Im Kreise dieses Mannes sind begreiflicher Weise die Namen derjenigen zu suchen und wirklich zu finden, welche sich mit der practischen Seite der Chronologie, dem *Kalender*, beschäftigten. Sie suchten nach *Regeln* und *Formeln:* erstere ergaben sich aus genauen arithmetischen Calculationen der sogenannten »Überschüsse», oder Reste, das heisst des Bruches, den das irrationale Verhältnis der Bewegung von Mond und Sonne (für uns: Erde) nicht zu beseitigen vermag, wozu noch die Unbequemlichkeit einiger Wochentage für den Festcyklus die sogenannten »Verschiebungen» (*Dechijjot*) veranlasste, deren Entstehung bedeutende Autoritäten erst der nachtalmudischen Zeit vindiciren (s. § 21, Biblioth. Mathem. 1895, S. 100). Die Formeln wurden aus mnemotechnischen Gründen gern in Wörter nach ihrem Zahlwerte und in *Reime* gekleidet, wie wir schon solche im X. Jahrhundert gefunden haben. Die Reimschmiede brauchten nicht einmal Rechner zu sein; wir berücksichtigen dieselben also hier *gar nicht.* Aber auch von denjenigen, die als Autori-

täten in der Kalenderkunde oder als Verfasser citirt oder in Handschriften genannt werden, dürfen wir hier fast Nichts als die Namen angeben.[1]

JAKOB BEN SIMSON verfasste 1123 ein Kalenderwerk, wovon nur ein Teil in einem ms. der Bodleiana (NEUBAUER n. 629) erhalten ist.

SAMUEL B. MEIR (1130) und sein jüngerer Bruder JAKOB, genannt *Tam*, aus Rameru, deren Mutter eine Tochter des oben gerühmten Lehrers SALOMO ISAKI war, haben Spuren ihrer Thätigkeit auf diesem Gebiete in einem ms. des Baron David de Günzburg hinterlassen. Von MENACHEM B. MACHIR, einem Schüler SALOMO's ist etwas gedruckt.

In Italien lebte höchstwahrscheinlich MENACHEM BEN SALOMO, der in seiner Auslegung des Pentateuchs eine in Capitel eingeteilte Abhandlung über den Kalender aufnahm.

Auch in anderen Ländern und Literaturkreisen fehlt es an Excursen ins Gebiet der Chronologie und des Kalenders nicht. Der durch HEINE in weiteren Kreisen bekannte Dichter ABU'L-HASAN JEHUDA HA-LEVI aus Castilien verfasste um die Mitte des XII. Jahrhundert's in arabischer Sprache eine Apologie des traditionellen Judentums gegenüber den griechischen Philosophen und ihren Anhängern, den Muslimen und Christen und den Karaiten, der einzigen noch existirenden Secte, welche sich von den orthodoxen sogen. Rabbaniten durch Verwerfung der Tradition unterschied; die damit zusammenhängende Differenz im Kalender bildete einen Hauptgegenstand der Controverse seit dem IX. Jahrhundert. JEHUDA HA-LEVI's Apologie enthält einen Excurs, worin nachgewiesen werden soll, dass die alte Berechnung des Mondes nicht vom äussersten Osten, sondern von Palästina ausgehe.[2]

Ein karaitischer Zeit- und Namensgenosse des Apologeten, JEHUDA HADASSI (in Jerusalem 1149), verfasste eine, äusserlich an den Dekalog geknüpfte, in einen durch das ganze Buch gehenden gleichen Reim und in alphabetisch geordnete Reihenfolge der Absätze gezwängte, gegen den Genius der hebräischen Sprache kämpfende Theologie vom Standpunkt seiner Secte,[3] worin auch der hervorragende Streitpunkt nicht fehlt (Cap. 184 und folgende); in Cap. 103 dieses Buches finden wir die Angabe, dass alle 61 Jahre die Sonne sich verfinstere — ist hier eine totale Sonnenfinsternis gemeint?

Zu untersuchen wäre eine vergleichende Tabelle der jüdischen Jahre mit den christlichen 1142—1160 (ein 19-jähriger Cyklus) von einem *Anonymus* in ms. hebr. Vatican. 303.

Äusserst verdächtig sind mir die angeblichen Ephemeriden eines Salomo Iorchus, oder Iarchi, bei Weidler p. 265 — (bei Lalande, vgl. Zach, Corresp. astron. VII, 22, — vgl. Abraham b. Salomo Jarchi aus unbestimmter Zeit, Erklärer des Euklid (Steinschneider, *Hebr. Übersetz.*, S. 508).

25. Für die Geschichte der Mathematik in Europa ist von einiger Bedeutung, in neuerer Zeit vielfach herangezogen, ein Jude, dessen ursprünglicher Vornamen nicht sichergestellt ist; als Christ um 1135—1153 schriftstellerisch thätig, heisst er meistens Johannes Hispalensis, oder *Hispanensis*, oder *Toletanus*, oder *de Luna*, auch »*Abendeuth*«, was ich auf »ibn Daûd«, das heisst: Sohn (oder »Abkömmling«) eines David, zurückgeführt habe.[4]

Er verfasste 1142 eine *Epitome totius astrologiae*, bestehend aus einer *Isagoge* und einem *Quadripartitum*, welche mit einer Vorrede Joachim Heller's wider die Gegner der Astrologie in Nürnberg 1548 gedruckt ist, und deren Teile wohl die meisten mss. mit Specialtiteln enthalten.

Johann diente als Dolmetscher aus dem Arabischen dem Diaconus Dominicus Gundisalvi, wahrscheinlich auch bei den Übersetzungen ins Lateinische, welche nur den eigentlichen Schriftsteller Gundisalvi nennen, weshalb auch die Kenntnis der letzteren zur vollen Würdigung Johann's erforderlich ist, dessen Thätigkeit hier nur durch kurze Aufzählung der, von ihm übersetzten arabischen Mathematiker angedeutet sei.

Ahmed ben Ibrahim, Commentar zum *Centiloquium* des Ptolemäus, in der lateinischen Ausgabe fälschlich dem »Haly Rodoam« (Ali ibn Ridhwan) beigelegt.

Battani (»Bereni«), *Centiloquium*, gedruckt.

Fergani (Alfraganus), *Liber scientiae astrorum* (1135), gedruckt.

Kabisi (Alcabitius), *Introductio in astrologiam*, mehrmals gedruckt; vgl. Biblioth. Mathem. 1891, S. 43.

Khajjât (ibn al-) abu Ali (Albohali), *de Nativitatibus*, nach ms. Laud. 594 im J. 1153 von Joh. Toletanus übersetzt, gedruckt.

Khowarezmi (al-), Muhammed ben Musa, *Algoritmi, de numero indorum*, ed. B. Boncompagni, Roma 1857, und *Algoritmus, de practica arismetricae*, ed. B. Boncompagni, Roma 1857. — Über dieses Buch liest man bei Matth. Sterner, *Principielle Darstellung des Rechenunterrichts* etc. 1. Teil, Geschichte, München u. Leipz. (Vorrede datirt 8. Aug. 1891) folgende, wie mir scheint, unzutreffende Notiz: »Johannes aus Sevilla . . . ein

jüdischer Schriftsteller des 12. Jahrhunderts schrieb(!) eine practische Arithmetik (Algorismus). In derselben lehrt er die annäherungsweise Ausziehung der Quadratwurzel mit Hilfe von Decimalbrüchen(?). Er verfährt dabei in ähnlicher Weise wie THEON der jüngere, Ende des 4. Jahrh. ... nur dass er nicht Sexagesimalbrüche sondern Decimalen, Zahlen und Nullen verwandte».

MA'ASCHAR (ABU), a) *Introductio majus* (1133?), s. Biblioth. Mathem. 1890, S. 71. — b) *de magnis conjunctionibus?* — c) *Flores astrologiae*, gedruckt. — d) JAFAR, *de Imbribus?*

MADJRITI (AL-) MASLAMA: *de Astrolabio*, ms.

MASCHALLAH, a) *Epistola de rebus Eclipsium*, oder *der Ratione circuli* etc. — b) *de Receptione*(?) *planetarum sive de Interrogationibus*; andere 4 von WÜSTENFELD aufgeführte Schriften sind zweifelhaft, die meisten Nummern gedruckt.

OMAR BEN FARRUKHAN, ABU 'HAF'S AL-TABARI (vulgo »Aomar», »Haomar»), *de Nativitatibus*, gedruckt; s. Biblioth. Mathem. 1891, S. 67.

RIDJAL (ALI IBN AL-), vulgo ABEN-RAGEL, *de Electionibus, regulae*, ms. Wien 5124, bedarf der Bestätigung.

THABIT BEN KORRA, *de Imaginibus*, nur in ms.

(*Anonymus?*) über *Astrolab*; die mss. bedürfen genauerer Untersuchung.

Man sieht, dass diesem JOHANNES ein Platz neben PLATO aus Tivoli gebührt, den man als ersten eigentlichen Übersetzer aus dem Arabischen ansieht. Sein »Algorithmus» wird jetzt als Hauptschrift zur Einführung der arabischen Arithmetik angesehen, wonach auch andere Lehrschriften darüber betitelt wurden.

26. Die beiden »Juden» ABRAHAM und der abgefallene JOHANN vertreten hinlänglich das XII. Jahrh. in Europa; was diesem Weltteil noch ausser ihnen angehört, soll hier summarisch vorgeführt werden.

Der scharfsinnige, jugendliche, kühne Gelehrte SERACHJA HA-LEVI in Lunel (blühte 1150—1160, Catal. Bodl., p. 2589) erstreckte seine Controverse auch auf die Kalenderfragen.

Der bekannteste jüdische Gelehrte MOSES MAIMONIDES (gest. in Fostat 1204) verfasste im Alter von 23 Jahren (1158) in Cordova, oder Fez, eine Monographie über den jüdischen Kalender (*Ma'amar ha-Ibbur*), welche erst 1849 aus einem Pariser ms. und dann in Leipzig (Schriften 1859, II, 17) gedruckt, im I. Teil die Neumonde, im II. die Quatember behandelt. Ausführlicher ist der betreffende Abschnitt seines grossen Gesetz-

werkes, welcher von ISR. HILDESHEIMER deutsch bearbeitet erschien (*Die astronomischen Kapitel in Maimonides* etc. Sonderabdr. aus dem Jahresbericht des Rabbinerseminars, Berlin 1881, 8°). Hingegen ist der, unser Thema berührende Commentar zum Talmud-Tractat *Rosch ha-Schana* (Paris 1866) nach SLONIMSKI untergeschoben.

Im J. 1162 verfasste CHANOCH BEN BECHAI AL-CONSTANTINI Tabellen mit mnemotechnischen Reimen, ms. München (Catal. ed. II, S. 32). Der Namen weist auf Saragossa hin.

In das J. 1170 verlegt der, nichts weniger als zuverlässige E. CARMOLY (Isr. Annalen II, 225) ISAK BEN JEHUDA, Verf. eines Werkes, woraus die Erklärung zweier Stellen im Talmud über Monatslänge und über die *Quadratur des Cirkels* (π) in ms. Oratoire 197, und worin ABR. IBN ESRA citirt ist. In WOLF, *Bibl. hebr.* III, n. 1195[b] und im Pariser Catalog n. 1066 ist keine Andeutung der Zeit des Werkes.

Wir stellen hierher 3 Mathematiker des *Orients* (um 1170—1180):

SAMUEL IBN ABBAS, Arzt- und Mathematiker aus dem Magreb, nahm im Osten den Islam an und bekämpfte das Judentum, insbesondere die erwähnte Apologie des JEHUDA HA-LEVI.[5] Die Titel der ihm beigelegten mathematischen Schriften sind:

1. »Enthüllung der Irrtümer der Astronomen», mit Figuren, verfasst 1165, ms. Bodl. URI 964, Leyd. 1074.

2. »Schwierigkeiten der Geometer», verf. 1174 für Sultan ABU'L-FAT'H SCHAH GAZZI.

3. »Das genügende (Buch) in der Rechnung der Drachmen und Dinare», ein Compendium des Buches von KARKHI (vergl. Jeschurun, her. von J. KOBAK V, 279).

4. (*Al-Tab'sira*) Anregung über Rechenkunst, für einen Kadhi verfasst, ms. Berlin (AHLWARDT V, 327 n. 5962); ich habe erst während der Correctur dieses § die Zeit gefunden, diese Schrift näher anzusehen und den Index zu copiren, den ich als Anhang mitteilen werde.

5. »Gedicht über Handrechnung» (= Knöchelrechnung?), commentirt von einem ABD AL-KADIR.

Während hier noch unverwertetes Material vorliegt, wissen wir kaum mehr als den Namen von den beiden grossen Astrologen, welche die beiden berühmten jüdischen Reisenden: BENJAMIN von Tudela und PETACHJA aus Regensburg (1170—1186) erwähnen, nämlich: JUSUF, genannt BURHAN AL-FULUK (? Beweis der Sphären), Astrolog des ZEIN AL-DIN in Damaskus,[6] und

SALOMO, Astrolog in Ninive (PETACHJA, p. 24, ed. CARMOLY, p. 12, ed. BENISCH).

27. Wir kehren wieder nach Europa zurück und verzeichnen daselbst zunächst astronomische *Tabellen* der Cyklen 261—273 (1179—1427), hinter dem Cyklus des NACHSCHON, aus dem XIII. Jahrh., ms. Paris 1032.

ELCHANAN BEN ISAK (1184 getödtet) wird als Verfasser eines Werkes über Kalenderkunde citirt; vielleicht ist sein Vater

ISAK BEN SAMUEL, der ältere, Verf. von 14 Kalenderformeln.[7]

Um 1190 soll ein englischer Jude ein mathematisches Werk verfasst haben, welches die englischen Literarhistoriker als *Mathematum rudimenta quaedam* bezeichnen. TANNER (p. 707) citirt als Quelle »BALAEUS ex LELANDO et aliis«(?); der Jude soll zur Zeit HEINRICH's VI, »ALFRAGANO coetanus« [vielmehr dem lateinischen Übersetzer, s. oben § 25] a. 1190, gelebt und FRIEDRICH II. erreicht haben. — In den letzten Jahren hat man die Geschichte der Juden in England mit grossem Eifer, nicht ohne Voreingenommenheit, verfolgt; die hier gegebene Notiz blieb unbeachtet, aber auch unbestätigt; eine Nachricht über die Urquelle wäre sehr erwünscht; ich vermute irgend ein Missverständnis. Das Datum 1191 wies ich nach in dem anonymen »Scriptum cuiusdam Hebraei *de eris* seu intervallis regnorum« etc., einer lateinischen Übersetzung (aus dem Arabischen?), welche 1549 hinter MASCHALLAH, *de elementis* etc. gedruckt ist (Cat. Bodl. 652 n. 4121; die »4 portae« sollten wohl die 4 Jahresformen sein; s. ABRAHAM BAR CHIJJA II, 9; ISAK ISRAELI IV, 10 C. 28).

Gegen Ende des XII. Jahrhunderts, *das wir hiermit schliessen*, lebte wohl JOSEF BEN JEHUDA, Cantor in Trèves (?), Verfasser von Reimen zur Controlle der Berechnung des Neumondes (anonym gedruckt), welcher auch »das Geheimnis der 70« etc., erläutert hat.[8]

[1] Näheres in meinem II. Artikel: *Der jüdische Kalender* im Jahrbuch, herausg. von M. BRANN, Breslau 1896.

[2] *Das Buch Cusari* (oder Chasari) *aus dem Arabischen hebräisch von* JEHUDA IBN TIBBON (XII. Jahrh.), *mit deutscher Übersetz. u. Anm. von* D. CASSEL etc., S. 109; vgl. die Abhandlung v. M. CREIZENACH, in Israel. Annalen 1840, S. 185.

[3] *Eschkol ha-Kofer* (hebr.) Eupatoria 1836.

[4] Der Kürze halber verweise ich auf mein: *Die Hebr. Übersetzungen*, S. 981, wo die einzelnen Beläge.

[5] Über ihn s. die Citate in meinem *Catal. l. h. in Bibl. Bodleiana*, p. 2436; mein: *Polemische Literatur*, p. 26; Hebr. Bibliogr. XXI, 119, wonach I. FÜRST, Bibl. Jud. III, 242 und LECLERC, *Hist. de la médec. arabe*, II p. 12 und p. 479 Zeile 4 (»Cat. du Brit. Mus.«!) zu berichtigen sind. — Von der »Beschämung der Juden« waren bisher nur Fragmente bekannt; ms. Khedive VI, 113, vielleicht vollständig, ist hier zum *ersten Male* zur Kenntnis gebracht.

[6] Siehe die Citate in Hebr. Bibliogr. VIII, 31; der Namen falsch bei WOLF, *Bibl. hebr.* I, n. 871. AL-BURHAN bei KIFTI ms. (CASIRI I, 428), HAMMER, *Liter.* VII, 464, lebte 530—589 H. (1135—1193).

[7] Siehe Hebr. Bibliogr. XVII, 94 und S. VII; vgl. ZUNZ, *Zur Gesch.*, S. 97.

[8] Siehe meinen *Katalog der hebr. Handschr. in München*, ed. II unter N. 394, und das (im Druck befindliche) *Verzeichnis der hebr. Handschr. in Berlin* unter N. 223 S. 72.

RECENSIONEN. — ANALYSES.

D. E. Smith. HISTORY OF MODERN MATHEMATICS. New York, Wiley 1896. 8°, p. 508—570.

Les auteurs les plus récents de traités de l'histoire des mathématiques ont consacré un espace de plus en plus considérable aux mathématiques modernes; ainsi cette période occupe plus de 50 pages dans la seconde édition de l'*Account of the history of mathematics* de M. W. W. R. BALL et plus de 100 pages dans l'*History of mathematics* de M. F. CAJORI. Estimant avec raison que la connaissance des progrès des mathématiques modernes est d'une importance particulière au point de vue pédagogique, M. D. E. SMITH a essayé d'en donner en 63 pages un aperçu, qu'il a inséré à la fin du cours complet de mathématiques supérieures publié il y a peu de temps par MM. M. MERRIMAN et R. S. WOODWARD sous le titre de *Higher mathematics*. Certes, un tel essai mérite des louanges, d'autant plus que M. SMITH a évidement employé tous ses efforts pour justifier l'attente du public auquel il s'adresse. D'autre part, il est clair que les grandes difficultés qui s'y présentent, n'ont pu être vaincues par lui qu'à un certain point. Il est vrai que nous possédons déjà une série d'importantes monographies sur les derniers progrès et l'état actuel des mathématiques, p. ex. l'*Il passato ed il presente delle principali teorie geometriche* de M. G. LORIA, le *Bericht über den gegenwärtigen Stand der Invariantentheorie* de M. FR. MEYER, l'*Entwickelung der Theorie der algebraischen Functionen in älterer und neuerer Zeit* de MM. A. A. BRILL et M. NOETHER, et divers écrits de M. F. KLEIN, mais cette série de monographies est encore loin d'embrasser toutes les branches de la science, et on ne peut pas prétendre que M. SMITH aura approfondi toutes les théories mathématiques assez pour apprécier exactement les différentes découvertes y faites, sans s'appuyer sur des jugements d'autres savants. De plus, il y a une autre difficulté que M. SMITH, au commencement de son aperçu, a fait ressortir en ces termes: »How unsatisfactory must be so brief a sketch may be inferred from a glance at the 'Index du Répertoire Bibliographique des Sciences Mathématiques' (Paris 1893), whose seventy-one pages contain the mere enumeration of subjects in large part modern, or from a consideration of the ... 'Jahrbuch über die Fortschritte der Mathematik', which now devotes over a thousand pages a year to a record of the progress of the science.»

M. SMITH a divisé son exposé en 19 articles, savoir: 1. Introduction. — 2. Théorie des nombres. — 3. Nombres

irrationnels et transcendants. — 4. Nombres complexes. — 5. Quaternions et »Ausdehnungslehre». — 6. Théorie des équations. — 7. Substitutions et groupes. — 8. Déterminants. — 9. Théorie des formes. — 10. Calcul différentiel et intégral. — 11. Equations différentielles. — 12. Suites infinies. — 13. Théorie des fonctions. — 14. Calcul des probabilités et méthode des moindres carrés. — 15. Géométrie analytique. — 16. Géométrie moderne. — 17. Géométrie élémentaire. — 18. Géométrie non-euclidienne. — 19. Bibliographie.

Le style de M. Smith est concis et adapté au but de l'écrit; à la longue il paraît peut-être un peu aride et monotone, mais c'est là un inconvénient presque inévitable dans des ouvrages de cette espèce. Pendant la lecture nous avons noté quelques passages, où, à notre avis, il conviendrait d'introduire de petites modifications ou additions, dont voici quelques exemples.

P. 509. Nous aurions désiré une mention qu'il y avait au 18[e] siècle des mathématiciens éminents non seulement en Suisse, en France et en Allemagne, mais aussi en Angleterre (p. ex. Cotes et Maclaurin), qui ont contribué au développement de l'analyse infinitésimale.

P. 510. »To this list should be added ... two annual publications of great value, the Jahrbuch already mentioned (1868), and the Jahresbericht der deutschen Mathematiker-Vereinigung (1892).» Ici l'auteur aurait pu signaler l'excellente Revue semestrielle des publications mathématiques (à partir de 1893) citée plus loin à la page 570.

P. 512. »This law [the law of reciprocity of quadratic residues], discovered by induction by Euler, was enunciated by Legendre.» Dans sa *Bemerkung zur Geschichte des Reciprocitätsgesetzes* (Monatsberichte der Akad. der Wissensch. zu Berlin 1875, p. 267—274; cf. *Intorno alla storia della legge di reciprocità;* Bullet. di bibliogr. d. sc. matem. **18**, 1885, p. 244—249), L. Kronecker a démontré que la loi de réciprocité a été énoncée expressément déjà par Euler dans les *Opuscula analytica* I (S:t Pétersbourg 1783), p. 84.

P. 533. »Symbolic methods may be traced back to Taylor.» Nous ignorons à quels passages des écrits de Taylor se rapporte cette notice, que nous ne nous souvenons pas d'avoir trouvée chez aucun auteur antérieur d'histoire des mathématiques.

P. 537. »The theory of singular solutions of ordinary and partial differential equations has been a subject of research from the time of Leibniz.» Cette indication est un peu vague, et il aurait valu mieux dire que la première solu-

tion singulière d'une équation différentielle a été signalée par TAYLOR (*Methodus incrementorum* p. 26—27; cf. CANTOR, *Vorlesungen über Geschichte der Mathematik* III, 1896, p. 442). L'assertion de BOSSUT (*Histoire générale des mathématiques* I, Paris 1810, p. 127—128) et de quelques auteurs postérieurs, qu'une solution singulière a été déduite en 1694 par LEIBNIZ, est inexacte.

P. 541. »POISSON . . . gave a general form for the remainder of the MACLAURIN formula.» Au point de vue historique il est plus exact de donner à la formule dont il s'agit le nom de formule sommatoire d'EULER (voir ENESTRÖM, *Om uppläckten af den Eulerska summationsformeln;* Öfversigt af [svenska] vetenskapsakad. förhandl. 1879 n° 10, p. 3—17; cf. MALMSTEN, *Sur la formule* $hu'_x = \Delta u_x$ — etc., Acta Mathem. **5**, 1884, p. 1).

Dans un ouvrage tel que celui de M. SMITH, où il faut mentionner un grand nombre de mathématiciens, il est naturellement très difficile de faire un choix convenable. De notre part, nous avons regretté ça et là quelques noms, p. ex. celui de M. F. PRYM au sujet de la fonction gamma (p. 533) et celui de M. J. BERTRAND relativement au calcul des probabilités (p. 551). En parlant des mathématiciens qui ont contribué au développement de la théorie des polyèdres étoilés (p. 564), l'auteur a omis de signaler POINSOT, mais cette omission n'est probablement qu'une faute de plume (comparez l'expression »Kepler-Poinsot regular solids» à la même page). Il y a aussi quelques autres petites inadvertances, qu'on peut caractériser le plus convenablement comme des fautes de plume, p. ex. les suivantes. P. 508: »The twenty-six volumes of the Jahrbuch über die Fortschritte der Mathematik» (le volume XXV n'est pas encore achevé). — P. 515: »LAMBERT proved . . . that e^n (n being *zero* (?) or rational) is irrational.» — P. 515: On retrouve une indication donnée déjà à la page 513. — P. 524: »The study of groups and the search for invariants now occupying the attention of *all* (?) mathematicians.» — P. 543, 544: L'ouvrage de KÖNIGSBERGER est cité inutilement deux fois. — P. 569: M. K. FINK n'a pas écrit une »Geschichte der Mathematik», mais une *Geschichte der Elementar-Mathematik.*

Parmi les fautes d'impression il faut ranger l'indication (p. 552) que l'*Enumeratio linearum tertii ordinis* de NEWTON a paru pour la première fois en 170*6*, et »Peter's» pour PETERS's à la page 551.

Stockholm. G. ENESTRÖM.

G. Loria. IL PASSATO ED IL PRESENTE DELLE PRINCIPALI TEORIE GEOMETRICHE. Seconda edizione accresciuta ed interamente rifatta. Torino, Clausen 1896. 8°, XX + 346 + (1) p.

La première édition de cette monographie a paru en 1887 dans les Memorie dell' Accademia delle scienze di Torino tome **38**$_2$. Elle fut traduite d'abord en allemand par M. F. SCHÜTTE, puis en polonais par M. S. DICKSTEIN, et à ces deux traductions l'auteur a fourni de nombreuses additions, de manière que la présente édition peut être considérée en réalité comme la quatrième.

Tandis que la première édition contenait 8 et les deux traductions 9 chapitres (voir les analyses de MM. S. GÜNTHER et S. DICKSTEIN dans la Biblioth. Mathem. 1887, p. 110, et 1889 p. 53—54), la nouvelle édition est divisée en 12 chapitres avec les rubriques suivantes: 1. Aperçu de l'origine et du développement de la géométrie jusque vers l'an 1850. — 2. Théorie des courbes planes algébriques. — 3. Théorie des surfaces algébriques. — 4. Théorie des courbes algébriques à double courbure. — 5. Géométrie différentielle. — 6. Recherches sur la forme des courbes, des surfaces, et d'autres figures géométriques; analysis situs; configurations. — 7. Géométrie de la droite dans l'espace. — 8. Correspondances, représentations, transformations. — 9. Géométrie énumérative. — 10. Géométrie non-euclidienne. — 11. Géométrie des espaces à un nombre quelconque de dimensions. — 12. Épilogue. De plus, presque toutes les parties de l'ouvrage ont été ou refondues ou considérablement augmentées et continuées jusqu'en 1896, et à la fin M. LORIA a ajouté un Index alphabétique des auteurs cités, embrassant non moins de 9 pages à trois colonnes.

Quant au but du traité et à son mise en oeuvre, nous partageons entièrement l'avis favorable exprimé par MM. GÜNTHER et DICKSTEIN dans les analyses ci-dessus citées. Une monographie telle que celle de M. LORIA doit être d'une grande utilité non seulement pour quiconque veut suivre les derniers progrès de la géométrie, mais aussi pour les jeunes savants qui désirent savoir ce qui reste encore à faire dans ce domaine. D'autre part, la composition de l'écrit prouve que M. LORIA est en même temps un investigateur soigneux, un juge compétent et impartial, et un écrivain distingué. Il pourra se faire sans doute que des savants qui se sont voués au développement des théories géométriques modernes, y trouvent des passages prêtant à des critiques d'une certaine importance, mais,

pour ce qui concerne nous-même, nous n'avons pas eu occasion à de telles observations critiques. De fait, les quelques remarques que nous avons faites en étudiant l'ouvrage de M. LORIA, se rapportent toutes à des questions d'une valeur secondaire ou à la révision des épreuves. Naturellement nous ne nous arrêterons pas ici à de petites fautes dans la transcription de titres hollandais, danois et allemands, ces fautes étant absolument innocentes. Parmi les noms incorrectement transcrits nous signalons en premier lieu celui de notre éminent contemporain M. HENRI POINCARÉ, qui est appelé trois fois (p. 129, 145, 200) »Poincarré». D'autres inadvertances de la même nature se trouvent p. ex. aux pages 64 (Em. Weyer pour EM. WEYR), 69 (Bjerkness pour BJERKNES), 79 (A. Rosen pour A. ROSÉN), 129 (Spottinswoode pour SPOTTISWOODE), 203 (Victor pour VIETOR), 224 (Demoulins pour DEMOULIN), 334 (Gentry pour GENTY), 341 (Hulbeut pour HULBURT), 342 Kortweg pour KORTEWEG et p. 343 (Nassir-Eddins pour NASSIR-EDDIN). Pour ce qui concerne les dates, les fautes d'impression semblent être moins nombreuses; nous en avons noté: 1883 au lieu de 1833 à la page 13; 1701 et 1678 au lieu de 1704 et 1676 à la page 37; 1832 au lieu de 1852 à la page 47; à la page 18, ligne 12 il faut lire 1742 au lieu de 1724, mais c'est là une erreur dont M. LORIA n'est guère responsable (cf. CANTOR, *Vorlesungen über Geschichte der Mathematik* III, 1896, p. 45).

Parmi nos autres remarques nous mentionnerons les suivantes. P. 37: M. BALL n'a pas dit que l' *Enumeratio linearum tertii ordinis* de NEWTON semble avoir été écrite avant 1676, mais que »*some* of it was probably composed before 1676» (comparez BALL, *On Newton's classification of cubic curves;* Transactions of the London Mathematical society **22**, 1891, p. 104). — P. 49: Le dernier mémoire de M. ZEUTHEN cité dans la note (2), est indiqué déjà à la page 48, lignes 18—19. — P. 198: Le mémoire de M. KORTEWEG cité dans la note est rédigé en *hollandais* et a pour titre *Over de Rodenberg'sche Modellen van kubische Oppervlakken;* même remarque pour ce qui concerne le mémoire de M. KLUYVER cité à la page 223. — P. 275: La note de CHASLES cité aux lignes 12—13 a été publiée dans les Comptes rendus **83**, 1876 (cfr. Biblioth. Mathem. 1888, p. 76).

L'Index alphabétique, où sont indiqués près de 1,000 auteurs, semble être rédigé avec beaucoup de soin. Voici pourtant quelques corrections à y faire. P. 338: Sous le nom

de BJÖRLING sont réunis deux différents mathématiciens, savoir E. G. BJÖRLING (1808—1872), professeur de mathématiques au lycée de Vesterås (cité à la page 165) et son fils C. F. E. BJÖRLING (né en 1839), actuellement professeur de mathématiques à l'université de Lund (au lieu de 196 lire 196ⁿ). — P. 340: Les deux rubriques DEMOULIN et Demoulins se rapportent à la même personne. — P. 341: Les deux rubriques GENTY et Gentry se rapportent à la même personne. — P. 343: Au lieu de MAINARDI: 88 lire MAINARDI: 89. — P. 343: Sous le nom d'OLIVIER sont réunis deux différents mathématiciens dont l'un, TH. OLIVIER, est mort en 1853, et l'autre, A. OLIVIER, a publié des mémoires vers 1870. — P. 346: Aprés VIÈTE ajoutez: VIETOR : 203.

Par ce qui précède, il résulte que les remarques que nous avons eu à faire relativement à la seconde édition d'*Il passato ed il presente delle principali teorie geometriche* sont, au fond, sans importance. De notre part, nous avons donc tout lieu de nous féliciter de sa publication, et de la recommander vivement aux lecteurs de la Bibliotheca Mathematica. En même temps nous nous permettons d'exprimer un voeu, qui nous a été suggéré par la lecture de la note à la page 41 de l'écrit de M. LORIA. L'auteur y fait observer que son ouvrage doit être comparé plutôt avec un indicateur des chemins de fer qu'avec un guide de voyageur. Nous souhaitons que les occupations de M. LORIA lui permettent aussi de rédiger bientôt un véritable guide dans le domaine en question, c'est à dire une histoire du développement des théories modernes de la géométrie.

Stockholm. G. ENESTRÖM.

NEUERSCHIENENE SCHRIFTEN. — PUBLICATIONS RÉCENTES.

Bibliotheca Mathematica. Zeitschrift für Geschichte der Mathematik herausgegeben von || journal d'histoire des mathématiques publié par G. ENESTRÖM. Stockholm. 8°.
1896: 2.

Физико-математическія науки въ ихъ настоящемъ и прошедшемъ. Журналъ издаваемый В. В. Бобынинымъ. Москва. 8°.
3 (1887), 1896: 2. **13**. 1896: 2. — Les sciences mathématiques dans leur état actuel et passé. Journal publié par V. V. BOBYNIN.

Historisch-literarische Abtheilung der Zeitschrift für Mathematik und Physik herausgegeben von M. Cantor. Leipzig. 8°.
41 (1896): 3—4.

°**Albert, G.**, Die Platonische Zahl und einige Conjecturen zu Platon sowie zu Lukrez. Wien 1896.
8°. — [1 Mk.]

°**Apollonius of Perga,** Treatise on conic sections. Edited in modern notation, with introductions, including an essay on the earlier history of the subject by T. L. Heath. Cambridge 1896.
8°, CLXX + 254 p. — [Analyse:] Nature (London) **54**, 1896, 314—315. (G. B. M.)

°**Aratus,** A literal translation of the astronomy and meteorology, with some bibliographical remarks by C. L. Prince. Lewes 1895. 4°.

Becker, G. F., »Potential» a Bernoullian term.
Americ. journ. of science **45**, 1893. 97—100.

БОБЫНИНЪ, В. В., Первоначальное развитіе дѣйствій надъ числами.
Fiziko-matem. naouki **3** (1887), 1896, A: 97—110. — Bobynin, V. V., Sur le premier développement des opérations arithmétiques.

БОБЫНИНЪ, В. В., Очерки исторіи развитія математическихъ наукъ на западѣ. Періодъ усвоенія римскихъ знаній. I, II.
Fiziko-matem. naouki **3** (1887), 1888—1896, A: 21—39, 111—122. — Bobynin, V. V., Esquisses historiques du développement des sciences mathématiques dans l'Occident. Période de l'appropriation de la science des Romains.

БОБЫНИНЪ, В. В., Первое основанное въ россіи математическое овщество.
Fiziko-matem. naouki **13**, 1895, 49—67. — Bobynin, V. V., La fondation de la première société mathématique russe. (Fin.)

Bosscha, J., Christian Huygens.
Bullet. d. sc. mathém. **20**$_2$, 1896, 33—64. — Discours prononcé dans l'auditoire de l'université d'Amsterdam le 8 juillet 1895, à l'occasion du deuxième centenaire de la mort de Huygens.

Burkhardt, H., Über einige mathematische Resultate neuerer astronomischer Untersuchungen, insbesondere über irreguläre Integrale linearer Differentialgleichungen.
Mathematical papers of the Chicago Congress (New York 1896). 34 p. — Note essentiellement historique.

Catalogo della insigne biblioteca appartenuta alla chiara memoria del principe D. Baldassarre Boncompagni. Parte prima. Matematica. Scienze naturali ecc. ecc. Roma 1895.
8°, 511 p. — La seconde partie (Roma 1896) comprend les ouvrages d'archéologie, de la littérature, d'histoire etc. (809 pages). Il y a

aussi un *Catalogo di edizioni del secolo XV. le quali fanno parte della insigne biblioteca appartenuta alla chiara memoria del principe D. Baldassarre Boncompagni* (Roma 1896, 80 pages), où sont indiqués plusieurs ouvrages mathématiques.

°**Columba, G. M.**, Eratostene e la misura del meridiano terrestre. Palermo, Clausen 1896.
8°, 72 p. — [2·50 lire.]

°**Conant, L. L.**, The number concept: its origin and development. New York, Macmillan 1896.
8°, (7) + 218 p. — [8·80 Mk.] — [Analyse:] Nature **54**, 1896, 145—146. (A. C. Haddon.)

Cosserat, E., Notice sur les travaux scientifiques de T. J. Stieltjes.
Toulouse, Fac. d. sc., Annales **9**, 1895. 64 p.

Curtze, M., Ein Beitrag zur Geschichte der Physik im 14. Jahrhundert.
Biblioth. Mathem. 1896, 43—49.

Curtze, M., Über die sogenannte Regel Ta Yen in Europa.
Zeitschr. für Mathem. **41**, 1896; Hist. Abth. 81—82.

Dannreuther, H., Le mathématicien Albert Girard de Saint-Mihiel. 1595—1633.
Bar-le-Duc, Soc. d. sc., Mémoires 3_2, 1893. 6 p.

Del Pezzo, P., Dino Padelletti.
Napoli, Accad. pontaniana, Atti **25**, 1895. 10 p.

Een schitterende ontdekking.
Wekelijksche Mededeeling [de la société générale néerlandaise d'assurances sur la vie à Amsterdam] No. 734, 1896. 4 p. — Sur un tableau de mortalité dressé par Joh. Hudde.

Eneström, G., Ett bidrag till mortalitetstabellernas historia före Halley.
Stockholm, Vetenskapsakad., Öfversigt **53**, 1896. 157—172. — Sur la loi de mortalité proposée en 1671 par Johan de Witt.

Eneström, G., Le commentaire de Jakob Ziegler sur la »Saphea» de Zarkali.
Biblioth. Mathem. 1896, 53—54.

Favaro, A., Intorno alla vita ed ai lavori di Tito Livio Burattini fisico agordino del secolo XVII. Studi e ricerche.
Venezia, Istituto Veneto, Memorie **25**, 1896. 140 p.

Favaro, A., Amici e corrispondenti di Galileo Galilei. II. Ottavio Pisani. III. Girolamo Magagnati.
Venezia, Istituto Veneto, Atti 7_7, 1896, 411—465.

Fermat, P. de, Oeuvres publiées par les soins de MM. P. Tannery et Ch. Henry sous les auspices du ministère de l'instruction publique. Tome troisième. Traductions par M. P. Tannery: 1° Des écrits et fragments latins de Fermat; 2° de l'Inventum novum de Jacques de Billy; 3° du Commercium epistolicum de Wallis. Paris, Gauthier-Villars 1896.
4°, XV + 610 + (1) p.

Fontès, Sur les carrés à bordure de Stifel (1544).
Association française pour l'avancement des sciences (congr. de Bordeaux) 1895, t. II, 248—256.

F[orsyth], A. R., Arthur Cayley. Obituary notice.
London, Roy. soc., Proceedings **58**, 1895, I—XLIII (avec portrait).

°**Goldbeck, E.**, Kepler's Lehre von der Gravitation. Ein Beitrag zur Geschichte der mechanischen Weltanschauung. Halle, Niemeyer 1896.
8°. (4) + 52 p. — [1·20 Mk.] — Abhandlungen zur Philosophie und ihrer Geschichte, herausg. von B. ERDMANN. Heft 6. — [Analyse:] Deutsche Litteraturzeitung 1896, 1174—1175. (M. CURTZE.)

°**Graf, J. H.**, Ludvig Schläfli (1814—1895). Zum Andenken an die Errichtung des Grabmonumentes Schläfli's und die Beisetzung der sterblichen Reste J. Steiner's.
Bern, Naturf. Gesellsch., Mittheilungen 1896. 26 p.

Günther, S., Jakob Ziegler, ein bayerischer Geograph und Mathematiker.
Forschungen zur Kultur- und Litteraturgeschichte Bayerns **4**, 1896, 1—61 + (2) p.

°**Günther, S.**, Kepler. — Galilei. Berlin, Hofmann 1896.
8°, (8) + 233 p. — [2·40 Mk.] — Geisteshelden. Führende Geister. Eine Sammlung von Biographien, herausg. von A. BETTELHEIM, Band 22. — [Analyse:] Deutsche Litteraturzeitung 1896, 1174—1175. (M. CURTZE.)

H., E., Nécrologie. A. Tartinville.
Revue des mathém. spéc. **6**, 1896, 369.

Jonquières, E. de, Sur une lettre de Gauss, du mois de juin 1805.
Paris, Acad. d. sc., Comptes rendus **122**, 1896, 829—830, 857—859.

Kikuchi, D., A series for π^2 obtained by the old Japanese mathematicians.
Tokyo, Sugaku butsurigaku kwai, Kiji **7**, 1896, 107—110. — La série dont M. KIKUCHI rend compte, semble être due au mathématicien SEKI (mort en 1708), fondateur des études mathématiques en Japon.

Kikuchi, D., Ajima's method of finding the length of an arc of a circle.
Tokyo, Sugaku butsurigaku kwai, Kiji **7**, 1896, 113—117. — Le mathématicien japonais AJIMA vivait vers la fin du 17e siècle.

Klein, F., Über Arithmetisirung der Mathematik.
Gottingen, Gesellsch. d. Wissensch., Nachrichten 1895 (Geschäftl. Mittheil.), 82—91. — [Traduit en italien par S. PINCHERLE:] *Palermo*, Circolo matematico, Rendiconti **10**, 1896, 107—117. — [Traduit en anglais par ISABEL MADDISON:] *New York*, Americ. mathem. soc., Bulletin 2_2, 1896, 241—249.

Klein, F., L'oeuvre géométrique de Sophus Lie.
Nouv. ann. de mathém. 15_3, 1896, 1—20. — Traduit de l'anglais par M. LAUGEL.

Kluyver, J. C., Korteweg, D. J. en **Schoute, P. H.,** David Bierens de Haan. 1822—1895.
Amsterdam, Wisk. Genootsch., Nieuw Archief 2_2, 1896, I—XXVIII. — Avec une liste des écrits de BIERENS DE HAAN, composée par D. J. KORTEWEG.

Korteweg, D. J., Descartes et les manuscrits de Snellius, d'après quelques documents nouveaux.
Revue de métaphysique et de morale (Paris) **4**, 1896, 489—501.

Künssberg, H., Zum Andenken an Ludwig Oíterdinger.
Biblioth. Mathem. 1896, 50—52.

°**Kusch, E.,** C. G. J. Jacobi und Helmholtz auf dem Gymnasium. Beitrag zur Geschichte des Victoria-Gymnasiums zu Potsdam. Potsdam 1896.
4°, 44 p. + 2 facsim. — [1·60 Mk.]

Loria, G., Il passato ed il presente delle principali teorie geometriche. Seconda edizione accresciuta ed interamente rifatta. Torino, Clausen 1896.
8°, XX + 346 + (1) p. — [8 lire.]

·**Lynn, W. T.,** Claudius Ptolemy and his works.
Nature (London) **53**, 1896, 488—490. — [Analyse:] Cosmos (Paris) **45**, 1896, 339—340. (J. BOYER.)

Mansion, P., Notice sur les travaux mathématiques de Eugène-Charles Catalan.
Bruxelles, Acad. de Belgique, Annuaire **62**, 1896. 60 + 2 p. + portrait.

Meyer, F., Rapport sur les progrès de la théorie des invariants projectifs. Traduction annotée par H. FEHR. (Fin.)
Bullet. d. sc. mathém. $\mathbf{20}_2$, 1896, 139—151.

Millosevich, A., Aurelio Lugli.
Periodico di matem. **11**, 1896, 77—80. — Nécrologie.

Musici scriptores graeci, ARISTOTELES, EUCLIDES, NICOMACHUS, BACCHIUS, GAUDENTIUS, ALYPIUS et Melodiarum veterum quidquid exstat. Recognovit, prooemiis et indice instruxit C. JANUS. Leipzig, Teubner 1896.
8°, XCIII + 503 p. — [Analyse:] Zeitschr. für Mathem. **41**, 1896; Hist. Abth. 104—105. (CANTOR.)

Obenrauch, F. J., Monge, der Begründer der darstellenden Geometrie als Wissenschaft. Eine mathematisch-historische Studie. Schluss. Brünn 1895.
4°, 44 p. — [Analyse des parties II—III:] Zeitschr. für Mathem. **40**, 1895; Hist. Abth. 106; **41**, 1896; Hist. Abth. 77—78. (CANTOR.)

°**Ritter, Fr.,** Viète. Notice sur sa vie et son oeuvre. Paris 1895.
8°, 102 p. — Ouvrage rédigé en 1888 par l'auteur († 1893). — [Analyse:] Bullet. d. sc. mathém. $\mathbf{20}_2$ 1896, 204—211. (P. TANNERY.)

Sacerdote, G., Il trattato del pentagono e del decagono di Abu Kamil Shogia ben Aslam per la prima volta pubblicato in Italiano.
Festschrift zum achtzigsten Geburtstage Moritz Steinschneiders (Leipzig, Harrassowitz 1896), p. 169—194.

Schlegel, V., Die Grassmann'sche Ausdehnungslehre. Ein Beitrag zur Geschichte der Mathematik in den letzten fünfzig Jahren. (Schluss.)
Zeitschr. für Mathem. **41**, 1896; Hist. Abth. 41—59.

°**Serenus Antissensis,** Opuscula. Edidit et latine interpretatus est J. L. Heiberg. Leipzig, Teubner 1896.
8°, 19 + 303 p. — [5 Mk.]

Simon, H., Vandermondes Vornamen.
Zeitschr. für Mathem. **41**, 1896; Hist. Abth. 83—85.

Smith, D. E., History of modern mathematics.
Higher mathematics. A textbook for classical and engineering colleges. Edited by M. Merriman and R. S. Woodward (New York, Wiley 1896), p. 508—570.

Stäckel, P., Ein Brief von Gauss an Gerling.
Göttingen, Gesellsch. d. Wissensch., Nachrichten (Math. Kl.) 1896, 40—43.

Steinschneider, M., Die Mathematik bei den Juden.
Biblioth. Mathem. 1896, 33—42.

Sturm, A., Das delische Problem. (Fortsetzung.) Linz 1896.
8°, (2) p. + p. 57—97. — [Analyse de la 1e partie:] Zeitschr. für Mathem. **41**, 1896; Hist. Abth. 76—77. (Cantor.)

Tischer, E., Die Begründung der Infinitesimalrechnung durch Newton und Leibniz. Leipzig, Hinrichs 1896.
4°. — [1 Mk.]

Vigarié, E., La bibliographie de la géométrie du triangle.
| Association française pour l'avancement des sciences (Congr. de Bordeaux) 1895. 14 p.

Zeuthen, H. G., Die geometrische Construction als »Existenzbeweis» in der antiken Geometrie.
Mathem. Ann. **47**, 1896, 222—228.

Question 59 [sur les méthodes équivalant à l'usage de logarithmes d'addition et de soustraction].
Biblioth. Mathem. 1896, 64. (G. Eneström.)

Ball, W. W. R., A primer of the history of mathematics. London, Macmillan 1895. 8°.
Biblioth. Mathem. 1896, 55—63. (G. Eneström.) — The physical review (New York) **3**, 1896, 487—489. (D. E. Smith.) — Nature (London) **53**, 1896, 121—122. (G. B. M.)

Boyer, J., Le mathématicien franc-comtois François-Joseph Servois, d'après des documents inédits. Doubs 1895. 8°.
Cosmos (Paris) **45**, 1896, 404—405. (J. Boyer.)

CANTOR, M., Vorlesungen über Geschichte der Mathematik. Dritter Band. Vom Jahre 1668 bis zum Jahre 1759. Zweite Abtheilung. Die Zeit von 1700 bis 1726. Leipzig, Teubner 1896. 8°.

Monatshefte für Mathem. **7**, 1896, 21. — [Analyse de la 2e édition du 1er tome:] Monatshefte für Mathem. **7**, 1896, 4—8.

DIOPHANTI ALEXANDRINI Opera omnia cum graecis commentariis. Edidit et latine interpretatus est P. TANNERY. I—II. Leipzig, Teubner 1893—1895. 8°.

Zeitschr. für Mathem. **41**, 1896; Hist. Abth. 101—104. (CANTOR.)

FAVARO, A., Sette lettere inedite di Guiseppe Luigi Lagrange al P. Paolo Frisi tratte dagli autografi nella Biblioteca Ambrosiana di Milano. Torino 1896. 8°.

Cosmos (Paris) **45**, 1896, 404. (J. BOYER.)

HULTSCH, F., Die Elemente der ägyptischen Theilungsrechnung. Erste Abhandlung. Leipzig 1895. 4°.

Deutsche Litteraturzeitung 1896, 790—791. (M. CURTZE.)

HUYGENS, CHR., Oeuvres complètes publiées par la société hollandaise des sciences. Tomes II—VI. La Haye, Nijhoff 1888—1895. 4°.

Bullet. d. sc. mathém. **20**$_2$, 1896, 121—131. (J. BERTRAND.)

NEPER, J., Mirifici logarithmorum canonis constructio; et eorum ad naturales ipsorum numeros habitudines; una cum appendice, de alia eâque præstantiore Logarithmorum specie condenda. Quibus accessere Propositiones ad triangula sphærica faciliore calculo resolvenda: Vnà cum Annotationibus aliquot doctissimi D. HENRICI BRIGGII in eas, et memoratam appendicem. Lugduni M.DC.XX. Paris, Hermann 1895. 8°.

Bullet. d. sc. mathém. **20**$_2$, 1896, 81—85. (P. TANNERY.)

STÄCKEL, P. und ENGEL, F., Die Theorie der Parallellinien von Euklid bis auf Gauss. Eine Urkundensammlung zur Vorgeschichte der Nicht-Euklidischen Geometrie. Leipzig 1895. 8°.

Zeitschr. für Mathem. **41**, 1896; Hist. Abth. 105—106. (CANTOR.)

ZEUTHEN, H. G., Geschichte der Mathematik im Altertum und Mittelalter. Vorlesungen. Kjöbenhavn, Höst 1896. 8°.

Deutsche Litteraturzeitung 1896, 438. (M. CURTZE.) — Nature (London) **53**, 1896, 120—121. (G. B. M.) — Monatshefte für Mathem. **7**, 1896, 15—17. — Bullet. d. sc. mathém. **20**$_2$, 1896, 105—108. (P. TANNERY.)

Mathematisches Abhandlungsregister. 1895. Erste Hälfte: 1. Januar bis 30. Juni.

Zeitschr. für Mathem. **41**, 1896; Hist. Abth. 110—120.

[Listes d'ouvrages récemment publiés.]

Biblioth. Mathem. 1896, 63—64. — Zeitschr. für Mathem. **41**, 1896; Hist. Abth. 107—109, 151—152. — Fiziko-matem. naouki **13**, 1896, 68—76.

Bemerkung zur Biblioth. Mathem. 1896, S. 4. JOHANN VON GEMUNDEN war aus Gmund »in Niederdeutschland», nach der *hebräischen* Übersetzung seiner Beschreibung eines astronomischen Instruments, was ich für Schwaben geltend gemacht habe (siehe *Hebräische Übersetzungen des Mittelalters* S. 637, wo auch die Wiener *Tabulae* citiert sind).

(M. Steinschneider.)

ANFRAGEN. — QUESTIONS.

60. Dans la Biblioth. Mathem. 1892, p. 32 nous avons inséré une question sur l'origine du terme *regula cecis* (ou *coeci*), et nous y avons fait mention de quelques interprétations de ce terme, dont le dernier mot a été dérivé de *coecus*, de *Zeche*, ou de *zecca*. Or dans la question 860 (p. 152—153), de L'intermédiaire des mathématiciens 1896, M. ZEUTHEN vient de rapporter un passage de l'*Arithmetica* (Sorö 1643) de J. W. LAUREMBERG, où l'on trouve l'indication suivante: »Reperitur in nonnullis libellis arithmeticis ... regula, corruptâ voce *Cecis* ... appellata ... Eam ... Arabes ... *Cïntu Sekis*, hoc est adulteram indigetarunt: propterea, ut opinor, quòd uno ac legitimo quæstionis enodatu non contenta, plures plerumque admittat solutiones.» Il semble donc que toutes les interprétations données jusqu'à présent du mot *cecis* soient fautives, et que ce mot tire son origine de l'arabe.

Est-ce que l'indication de LAUREMBERG est exacte, et, en cas affirmatif, quel est le premier auteur arabe qui se soit servi du terme dont il s'agit.

(G. Eneström.)

Inhalt. — Table des matières.

STOCKHOLM, TRYCKT I CENTRAL-TRYCKERIET, 1896.

BIBLIOTHECA MATHEMATICA

ZEITSCHRIFT FÜR GESCHICHTE DER MATHEMATIK

JOURNAL D'HISTOIRE DES MATHÉMATIQUES

HERAUSGEGEBEN VON / PUBLIÉ PAR

GUSTAF ENESTRÖM.

1896.

NEUE FOLGE 10. NOUVELLE SÉRIE 10.

STOCKHOLM
G. ENESTRÖM.
BRAHEGATAN 43.

BERLIN
MAYER & MÜLLER.
PRINZ LOUIS FERDINANDSTR. 2.

CENTRAL-TRYCKERIET, STOCKHOLM, 1896.

PARIS
A. HERMANN.
RUE DE LA SORBONNE 8.

Inhalt. — Table des matières.

BIBLIOTHECA MATHEMATICA

ZEITSCHRIFT FÜR GESCHICHTE DER MATHEMATIK — JOURNAL D'HISTOIRE DES MATHÉMATIQUES



HERAUSGEGEBEN VON — PUBLIÉ PAR

GUSTAF ENESTRÖM.

1896. STOCKHOLM. N° 4.

NEUE FOLGE. 10. — NOUVELLE SÉRIE. 10.

BERLIN. MAYER & MÜLLER. Prinz Louis-Ferdinandstr. 2.

Preis des Jahrgangs 4 M. Prix par an 5 fr.

PARIS. A. HERMANN. Rue de la Sorbonne 8.

Esquisse de l'histoire du calcul fractionnaire.

Par V. V. Bobynin à Moskwa.

Dans son origine le calcul fractionnaire et la première formation du système de numération qui en dérive, remontent à l'espace de temps énorme durant lequel la notion du nombre *trois* s'était formée, alors que tout le domaine du calcul dont disposait l'humanité se bornait à l'unité et à *deux* comme notions définies des nombres, à la multitude comme notion indéfinie. La *moitié* fut la première fraction que connut le genre humain. D'autres fractions du système binaire vinrent enrichir à sa suite la conception numérique de l'homme. La moitié de n'importe quel objet fut à son tour divisée en deux *demi-moitiés,* celles-ci en deux *demi-demi-moitiés* et ainsi de suite, la limite étant posée par les besoins de la vie pratique. Ce système binaire des fractions nous donne un exemple frappant de sa formation dans l'ancien système russe des mesures agraires. Les manuscrits et les actes officiels traitant de l'arpentage à l'époque antérieure à Pierre le grand allaient jusqu'à répéter huit, neuf et même dix fois la particule *demi* devant le mot *moitié.*[1]

Le calcul fractionnaire dans son développement qui en suivit de près l'origine, se borna longtemps à multiplier les subdivisions de l'unité par des nombres nouvellement découverts, à mesure que la conception indéfinie de la multitude les dévoilait à la raison humaine. Le *tiers* fut donc la première fraction ajoutée aux fractions du système binaire. Celui-ci

appliqué à un tiers en donnait les subdivisions binaires d'un *demi-tiers,* d'un *demi-demi-tiers* etc. La Russie ancienne nous en offre de très bons modèles dans ses mesures agraires comme dans celles des céréales.[2] Des applications analogues de la même loi eurent pour conséquence que pas toutes les subdivisions de l'unité successivement découvertes ne servirent à élargir le domaine fractionnaire en question. Ainsi, par exemple, la fraction d'un *quart* issue du nombre quatre était connue antérieurement comme appartenant au système binaire, nommément comme une demi-moitié. On ne saurait douter cependant que l'identité de ces deux notions, celle d'un quart et celle d'une demi-moitié ne devînt claire pour l'humanité qu'à l'époque relativement postérieure. On en voit une preuve suffisante dans l'usage simultané des fractions binaires et des subdivisions binaires d'un quart dans le système russe ancien des mesures agraires.

Les subdivisions de l'unité dont l'humanité prenait successivement connaissance par la voie que nous venons de tracer, apparaissant toujours sous la forme concrète d'un tel ou tel objet réel, on en opérait le compte comme celui des objets entiers, c'est à dire, on arrivait à des résultats exprimés en nombres entiers. De cette manière, dans les époques le plus reculées, de même qu'aux temps plus récents et à un degré de culture correspondant, l'unité concrète et ses subdivisions à leur tour acceptées comme des unités concrètes des ordres inférieurs, était bien l'unique objet du calcul. Celui des fractions dut se renfermer à cause de cela dans la partie de son domaine actuellement appelée dans l'arithmétique calcul des nombres concrets.

La première phase du calcul fractionnaire fut donc le calcul des nombres concrets. L'état et les formes des quatre règles d'arithmétique appliquées aux fractions dans cette première phase sont représentés par les plusieurs manuscrits agraires de l'ancienne Russie,[3] qui contiennent les articles traitant de l'addition et de la soustraction, par les »minutiae» romaines[4] et par les fractions sexagésimales employées par les astronomes de la Grèce Antique.[5] Les »minutiae» romaines ou les subdivisions diverses et pour la plupart binaires de la fraction $\frac{1}{12}$ représentent justement le premier cas de l'application du système métrologique avec ses règles et procédés (généralement parlant l'application du calcul des nombres concrets) à des fractions abstraites soumises aux opérations du calcul. L'idée de la fraction à l'époque des »minutiae», séparée des notions des objets réels qui lui avaient été liées antérieurement, autrement

dit l'apparition de l'unité abstraite comme objet de calcul à côté de l'unité concrète ont eu pour résultat inévitable cette application. Le degré suivant et en même temps le dernier que nous connaissions dans le développement du calcul fractionnaire sous la forme des nombres concrets fut l'application immédiate aux fractions abstraites du système métrologique dans ses formes extérieures comme dans les règles et les procédés qui en dérivent. Créé de cette manière le calcul fractionnaire est très bien représenté par le système sexagésimal cité plus haut et employé par les astronomes grecs. Tel que nous le trouvons dans la phase du calcul des nombres concrets, l'état du calcul des fractions abstraites se manifestait essentiellement par là, que de tout le domaine des fractions abstraites les calculateurs des époques correspondantes ne pouvaient opérer qu'avec des quantièmes. Toutes les autres fractions extérieurement assimilées dans leur emploi aux nombres entiers n'apparaissaient aux calculateurs des époques en question que sous des formes si vagues et si peu claires qu'elles excluaient toute possibilité d'opérations arithmétiques en dehors du calcul des nombres concrets. Par conséquent on en vint à la nécessité d'exprimer la partie fractionnaire du quotient, obtenue dans certains cas de division, par les quantièmes. Tout d'abord, l'humanité connut les fractions abstraites dans la forme qui leur était propre et qui ne dépendait pas du calcul des nombres concrets, le procès servant à exprimer la partie fractionnaire du quotient au moyen des quantièmes ne pouvait s'opérer qu'à l'aide des schèmes trouvés dans le calcul des nombres concrets. Justement, il consistait à prolonger la division par le reste moindre que le diviseur moyennant la transformation de ce reste en telles ou telles subdivisions de l'unité. Cette méthode de transformer le quotient fractionnaire dans les quantièmes peut être appelée celui *de la division* et fut suivi plus tard par celui *de la réduction* (exactement parlant *la méthode de la réduction d'une fraction à sa plus simple expression*). Ce dernier dont l'origine est aussi à chercher dans le calcul des nombres concrets arrive à transformer le quotient fractionnaire en quantièmes en divisant le dividende et le diviseur par le dividende. Avec le temps, ces deux méthodes principales en développèrent bien d'autres, particulières et générales, en en figurant les combinaisons et les variétés plus ou moins éloignées. L'oeuvre de LEONARDO PISANO, *Liber Abbaci*[6] en 1202, nous donne la description précise et détaillée de la plupart de ces méthodes. A l'aide de toutes ces nombreuses méthodes servant

à exprimer le quotient fractionnaire ou la fraction en général par les quantièmes (à l'origine presque exclusivement à l'aide du procédé de la division comme se prêtant le plus à toutes sortes d'applications), les fractions au numérateur plus grand que l'unité, purent être entièrement éliminées de la pratique du calcul fractionnaire, suivant qu'en eurent besoin les calculateurs des époques éloignées et ceux qui ne les dépassèrent pas intellectuellement aux temps plus récents. Le calcul des fractions abstraites en fut donc exclusivement borné au domaine des quantièmes. *La seconde phase du calcul fractionnaire* qui remplaça la phase primitive du calcul des nombres concrets fut par conséquent *celle du calcul des fractions abstraites, exclusivement représentées par les quantièmes.* Les matériaux servant à étudier l'état, les formes et les progrès des quatre règles d'arithmétique dans leur application aux fractions, dans cette seconde phase de leur développement historique, nous sont amplement fournis par le papyrus égyptien de Rhind[7] et par les oeuvres mathématiques de la Grèce Antique (surtout les oeuvres de Héron d'Alexandrie) et de Byzance (le papyrus gréco-égyptien d'Akhmîm[8] remontant au VII—VIII s.).

Dans ces monuments littéraires on ne rencontre pas du tout l'usage des fractions abstraites au numérateur plus grand que l'unité, à moins d'une seule exception représentée par la fraction $\frac{2}{3}$. Selon toute apparence ce n'est ni en Grèce, ni en Egypte que l'usage s'en est d'abord développé, mais dans le pays où la science des nombres avait atteint dans l'antiquité son point culminant, voire l'Hindoustan. Il est à regretter que le manque absolu de monuments littéraires des mathématiques indiennes antérieures au V siècle avant J. C. ne nous permette ni d'en tracer la voie, ni d'en montrer le progrès. Les Indous auront transmis l'usage des fractions abstraites au numérateur plus grand que l'unité aux Arabes et aux Byzantins et ceux-là aux Italiens et aux autres peuples de l'Europe occidentale. Ce fut *la troisième et dernière phase dans le progrès historique du calcul fractionnaire.* Le *Liber Abbaci* de Leonardo Pisano[9] nous en donne le premier exposé précis et complet; nous y trouvons en même temps des articles et des règles inutiles aux contemporains de l'auteur, mais représentant l'héritage de la phase précédente du calcul fractionnaire.

[1] V. Bobynin, *Quelques mots sur l'histoire des connaissances mathématiques antérieures à la science.* Bibliotheca Mathematica 1889, p. 105.

[2] V. Bobynin, l. c. p. 105.

[3] V. Bobynin, »Esquisses d'histoire du développement des connaissances mathématiques et physiques en Russie.» V. L'arpentage [en russe]. Fiziko-matematitcheskaia naouki 3, 1886, p. 222—224.

[4] H. Hankel, *Zur Geschichte der Mathematik im Alterthum und Mittelalter* (Leipzig 1874), p. 57—62. — V. Bobynin, »Leçons d'histoire des mathématiques» [en russe]. Appendice au journal Fiziko-matematitcheskaia naouki 11, 1892, p. 174—179.

[5] Nesselmann, *Die Algebra der Griechen* (Berlin 1842), p. 136—147. — V. Bobynin, »Leçons d'histoire des mathématiques», l. c. p. 179—186.

[6] *Scritti di* Leonardo Pisano *pubblicati da* B. Boncompagni. I (Roma 1857), p. 77—83.

[7] A. Eisenlohr, *Ein mathematisches Handbuch der alten Aegypter (Papyrus Rhind des British Museum).* Erster Band (Leipzig 1877), p. 36—48, 226—250.

[8] J. Baillet, *Le papyrus mathématique d'Akhmîm.* Mémoires publiés par les membres de la mission archéologique française au Caire. Tome neuvième. 1-er fascicule. Paris 1892, p. 1—89.

[9] *Scritti di* Leonardo Pisano, I, p. 23—83.

Johannes Anglicus und sein Quadrant.

Von MORITZ STEINSCHNEIDER in Berlin.

In seinem lehrreichen Artikel über Feldmessungs-Instrumente (Biblioth. Mathem. 1896, S. 70 und 72 Anm. 13) berührt Herr CURTZE ROBERTUS ANGLICUS, auch JOHANNES VON MONTPELLIER genannt, »dessen Zeit P. TANNERY auf etwa 1240—1272 festgestellt habe, und dessen '*Quadrans cum cursore*' die Grundlage aller späteren Abhandlungen *de quadrante* sei, welche man geradezu als Plagiate bezeichnen könnte, wenn die damalige Zeit diesen Begriff schon gekannt hätte«.[1] Mir ist leider nicht bekannt, wo und wann P. TANNERY von ROBERTUS ANGLICUS gehandelt, also auch nicht, ob er meine Erörterungen über ROBERTUS gekannt hat; Letzteres ist mir sehr unwahrscheinlich; ich erlaube mir daher eine Hinweisung darauf mit einigen Ergänzungen, die dorthin nicht gehörten.

Meine Untersuchungen über den Quadranten, welchen JAKOB BEN MACHIR, genannt PROPHIAT, vulgo PROFATIUS, von Montpellier kurz vor 1300 erfand und in einer hebräischen Schrift (in 2 Recensionen)[2] darstellte, die bald 3 Bearbeitungen in *lateinischer* Sprache hervorrief, wovon eine wieder ins Hebräische zurückübersetzt wurde — führten mich darauf, dass JAKOB's Erfindung als »Quadrans *novus*« bezeichnet wurde, im Gegensatz zu einem »Quadrans *vetus*«, oder *antiquus*, welcher unter verschiedenen Titeln, anfangend: »Geometriae duae sunt partes« (daher auch als »Geometria« bezeichnet) in nicht wenigen *anonymen* lateinischen mss. von mir nachgewiesen wird.[3] Mehrere mss. nennen den Verf. »JOHANNES (Anglicus) in Monte Pessulano«. Nur in 2 mss. — Museum Correr in Venedig und Amplon. qu. 348 — fand ich den Namen ROBERTUS ANGLICUS, wofür der Catal. Ampl. ohne Weiteres ROBERT VON LINCOLN setzt! Auch eine *hebräische* Bearbeitung des »alten Quadranten« wies ich nach.

Der Namen ROBERTUS schien mir verdächtig, da JOHANN besser bezeugt ist, und beide zugleich höchst unwahrscheinlich sind. Ich sprach daher die Vermutung aus, dass ROBERTUS aus einer Verwechslung entstanden sei mit dem bekannten Übersetzer ROBERT RETINENSIS (oder Ketinensis, Castrensis) aus England, der den Koran (1143) und *mathematische* Schriften

aus dem Arabischen übersetzte, worauf ich anderswo zurückkomme.[4]

An ROBERTUS RETINENSIS knüpft LECLERC (*Hist. de la médecine Arabe*, II, 382) die Übersetzung eines astrologischen Buches *de Judiciis* von AL-KINDI, obwohl ein Bodleianisches ms. das Datum 1272 trägt, welches sich auf die Abschrift beziehen könnte; aber p. 494 bekennt er selbst: »Nous ignorons quel peut être ce personnage.« In einer Aufzählung der ins Lateinische übersetzten Schriften von AL-KINDI (Zeitschr. der deutschen morgenl. Gesellsch. **24**, 1870, S. 348) habe ich beinahe 10 mss. von »*de judiciis*« aufgezählt, worunter eine, oder mehrere, den Übersetzer ROBERTUS ANGLICUS *de chebil* nennen, wie schon TANNER, *Bibl. Britt.* p. 636, einen Commentar über SACROBOSCO's *Sphaera* 1272 für die Studenten in *Montpellier* verfasst von ROBERTUS ANGLICUS, oder Angliginus, de Chebil, angiebt; in der Note dazu heisst es: »claruit a. 1326(!) BALAEUS V, 23, PITS 419«. Den Commentar verzeichnet MACRAY unter ms. Digby 48, 4, *de judiciis* unter n. 91, ohne den Namen Chebil. Letzteren hält WÜSTENFELD (*Die Übersetzungen arabischer Werke* etc. S. 119) sicher für *Sevilla;* das Jahr 1326 möchte er als Todesjahr emendiren. Von einem JOHANNES ANGLICUS spricht WÜSTENFELD nicht. ROBERT soll auch Alchemist gewesen sein, so dass man bei der Übersetzung *alchemistischer* Schriften wieder auf ROBERT RETINENSIS geführt wird; doch möchte ich meine Notiz nicht auf das entlegene, der geschichtlichen Kritik ohnehin viel Rätselhaftes entgegenbringende Gebiet ausdehnen, und nur eine hier nahe liegende Nachricht heranbringen. KOPP (*Beiträge* III, 34) bemerkt zu RODOGERUS HISPALENSIS, Übersetzer von GEBER (DJABIR BEN 'HAJJAN), *Liber fornacum:*[5] »Über welche Persönlichkeit irgend Etwas in Erfahrung zu bringen ich mich jedoch ohne Erfolg bemüht habe«. Ich möchte kaum zweifeln, dass Rodoger aus Robert entstanden ist; bei JOURDAIN kommt auch ROBERT RETINENSIS als »Rodbertus« vor (*Recherches* p. 105 ed. I).

Ich resumire nun dahin: JOHANNES ANGLICUS ist schwerlich identisch mit ROBERTUS ANGLICUS dem jüngeren, wenn es einen solchen gab, also ist auch seine Zeit nicht ganz sicher; doch hat er vor 1300 gelebt, sein »alter Quadrant« rief in Montpellier den »neuen« hervor, dessen Eigentümlichkeit noch aus hebräischen und lateinischen mss. zu ermitteln wäre, um ihn nicht zu den »Plagiaten« zählen zu müssen.

Über ROBERT sind die Acten noch lange nicht geschlossen; meine flüchtigen Notizen sollten nur veranlassen, dass Männer

von Fach, welchen die handschriftlichen Quellen zugänglich sind, den ganzen Apparat nochmals prüfen, wenn es von Herrn TANNERY noch nicht gethan sein sollte.

[1] Über eigentliche Plagiate wird wohl auch im Mittelalter geklagt, wenn man auch nicht ängstlich genug citirte; ich habe allerlei darüber gesammelt, was hier nicht am Orte wäre.

[2] Einige Nachweisungen darüber werden so eben im Anhange zu meinem zweiten Verzeichnisse der hebr. Handschr. der K. Bibliothek in Berlin gedruckt.

[3] *Die Hebr. Übersetzungen* S. 612.

[4] Quellen über ihn s. in Hebr. Bibliogr. XXI (1881—1882) S. 11; in L. STEPHAN, *Dictionary of native Biography* t. IX, finde ich ROBERT CASTRENSIS nicht.

[5] Eine Schrift dieses Titels citirt IBN ESRA mit Angabe eines unsicheren Autornamens (Zeitschr. der deutschen morgenl. Gesellsch. **24**, 1870, S. 378). »Ofen» heisst auch das Gefäss »Alambîk», worüber s. Deutsches Archiv für Gesch. d. Medicin **1**, 1878, S. 441.

Beitrag zur Geschichte der prosthaphäretischen Methode in der Trigonometrie.

Von A. von Braunmühl in München.

Die Erfindung der sogenannten prosthaphäretischen Methode, welche vor Bekanntwerden der Logarithmen dazu diente, die Multiplikation zweier Zahlen durch Addition zu ersetzen, schreibt R. Wolf, der sich mit ihrer Geschichte eingehend beschäftigte,[1] dem Paul Wittich (um 1580) zu; mir scheint dieselbe jedoch weit älteren Ursprungs zu sein. Ich will daher im Folgenden mitteilen, was ich hierüber auffinden konnte.

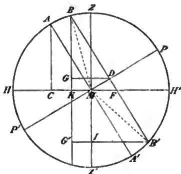
Eine Spur dieser Methode findet sich bereits bei Ibn Yûnos († 1008). In meinen demnächst erscheinenden Beiträgen zur Geschichte der Trigonometrie glaube ich im Gegensatze zu Delambre's Anschauung[2] nachgewiesen zu haben, dass die Araber alle ihre astronomischen Rechnungen an einer Figur ableiteten, die sich durch Orthogonalprojektion der Kugel auf die Ebenen des Meridians und des Horizontes ergibt, eine geometrische Methode, welche sie dem Analemma des Ptolemäus entnahmen und mit dem Rechnungsverfahren der Inder verbanden. Aus derselben Figur aber folgerten sie auch die prosthaphäretische Methode, genau so, wie es die Gelehrten des 16. und 17. Jahrhunderts wieder gethan haben.

So teilt Delambre mit,[3] dass Ibn Yûnos die Formel gekannt habe:

$$\cos\varphi\,\cos\delta = \tfrac{1}{2}\left\{\cos(\varphi-\delta) + \cos(\varphi+\delta)\right\},$$

das will sagen, dass er den Inhalt dieser Formel, welche eine der prosthaphäretischen ist, in Worten angab.

Nach allem was ich in den erwähnten Beiträgen nachgewiesen habe, besteht für mich kein Zweifel mehr, dass Ibn Yûnos die in dieser Formel ausgesprochene Regel in folgender Weise fand:



Sei in nebenstehender Figur $ZPZ'P'$ der Meridian, ZZ' die Zenitlinie, PP' die Weltaxe, HH' der Schnitt des Horizonts mit der Meridianebene und BB' die senkrechte Projektion der

Bahn des Sternes auf diese Ebene, dann ist arc $AZ = \varphi$ = Polhöhe, arc $AB = \delta$ = Deklination, AM = sinus totus = 1, $AC \perp HH'$ $= \cos\varphi$, $BD = \cos\delta$. Zieht man noch $BK \perp HH'$, $B'G' \parallel HH'$ und $DG \parallel HH'$, so ist

$$(1) \quad BG = \tfrac{1}{2} B'G' = \tfrac{1}{2}(BK + MI) = \tfrac{1}{2}\{\cos(\varphi - \delta) + \cos(\varphi + \delta)\}$$

Aber $\Delta ACM \sim \Delta BGD$, also $MA : AC = BD : BG$ oder sin. tot. : $\cos\varphi = \cos\delta : BG$, und hieraus

$$(2) \qquad BG = \cos\varphi \cos\delta.$$

Durch Vergleich von (1) und (2) folgt die gesuchte Formel.

Hiemit ist gezeigt, dass die Araber unsere Methode wenigstens in einem speziellen Falle anwendeten. Ich vermute jedoch, dass es Kennern der arabischen Literatur nicht schwer fallen dürfte, noch mehr solche Beispiele nachzuweisen.

Aber von den Orientalen abgesehen ist Wittich auch unter den Gelehrten des Abendlandes keineswegs der erste, der sich dieser Methode bediente — sie erfand. Dieselbe verwendete vielmehr schon anfangs des 16. Jahrhunderts der bekannte Johann Werner aus Nürnberg, wie ich nachweisen werde.

R. Wolf sagt a. a. O.: »Jacob Christmann soll in seiner *theoria lunae* (Heidelbergae 1611, in fol.) behaupten, es habe schon Werner in einem ungedruckt gebliebenen Tractate De triangulis, von der Prosthaphäresis Gebrauch gemacht: Genaueres wird jedoch nicht mitgeteilt.« Letztere Bemerkung hätte Wolf jedenfalls nicht niedergeschrieben, wenn er Christmanns angeführtes Werk selbst in Händen gehabt hätte. *Denn dieser teilt* Werner's *Verfahren vollständig mit* und erklärt ausdrücklich, dass es in jener Abhandlung über die Dreiecke auseinandergesetzt sei, für die Werner, wie bekannt, leider keinen Verleger finden konnte. Seine Auseinandersetzung knüpft an eine Beobachtung der *Spica* an, die in den *Adnotationes* zu der Schrift *De motu octavae sphaerae*[1] Werner's mitgeteilt ist.

Durch Beobachtung am 16. Dezember 1514 $1^h\ 4'$ nach Sonnenaufgang findet Werner nämlich die Deklination der *Spica virginis* $\delta = 8^\circ\ 29'\ 30''$, dann setzt er die Ekliptikschiefe $\varepsilon = 23^\circ\ 28'\ 30''$, die Breite des Sternes $\beta = 2^\circ$, die Polhöhe des Beobachtungsortes Nürnberg $\varphi = 49^\circ\ 23'\ 30''$ und berechnet die Länge λ des Sternes. Dies wird (Proposition II) mit folgenden Worten angegeben: »Igitur *juxta praeceptiones theorematum praedicti tertii libri sphaeralium triangulorum memoratae proportionis primus terminus invenitur* 3981067. Secundus

10000000 partes semidiametri zodiaci, Tertius 5137615.» Hieraus folgt dann auf bekannte Weise das vierte Glied der Proportion = 12905120. Zieht man hievon 10000000 ab, so bleiben 2905120 Teile, welche den Sinus der gesuchten Länge ausmachen. Mittelst der Tabelle ergibt sich dann $\lambda = 16^\circ 53' 19''$.

Indem nun CHRISTMANN diese Beobachtung WERNER's in seiner erwähnten *Theoria Lunae*[5] mitteilt, sagt er (p. 124 daselbst): »Usus etiam est peculiari prosthaphaeresi, cujus demonstrationem attulit in proprio opere de Triangulis scripto, in quo etiam *tres casus Prosthaphaeresium,* per tres distinctas figuras explicavit, *et nonnullis transcriptoribus occasionem praebuit, ut cum opus hoc lucem nondum viderit, sed manuscriptum duntaxat apud nos extet, inventionem Prosthaphaereseos sibi vendicaverint,* eamque multis partibus amplificârint.» Hierauf gibt CHRISTMANN unter Überschrift: »Praeceptum ex sententia WERNERI» an, wie WERNER zu den oben angeführten 4 Proportionsgliedern gelangt, indem er (p. 124—125) sagt: »Latitudinem stellae adde et subtrahe maximae Solis declinationi: et utriusque arcus, tam compositi. quam residui, accipe sinum. Sinum minorum adde majori: et semissis aggregati, dabit primum numerum in regula proportionum. Deinde sinum arcus residui adde sinui declinationis stellae: et productum dabit numerum tertium in regula proportionum. Pro secundo numero regulae proportionis, pone sinum totum: qui ex hypothesi Analemmatis, aequatur sinui complementi latitudinis stellae, sive semidiametri et radio paralleli.» Diese Proportion heisst also in der uns geläufigen Schreibweise:

$$\tfrac{1}{2}\left\{\sin(\varepsilon+\beta)+\sin(\varepsilon-\beta)\right\} : \text{sin. tot.} = \left\{\sin\delta+\sin(\varepsilon-\beta)\right\} : x\,,$$

und das hieraus resultirende x setzt er gleich dem sinus versus der gesuchten Länge λ, so dass

$$\operatorname{sinv}\lambda = \frac{\sin\delta+\sin(\varepsilon-\beta)}{\tfrac{1}{2}\left\{\sin(\varepsilon+\beta)+\sin(\varepsilon-\beta)\right\}}$$

wird.

Für uns ist im Augenblick nur der Nenner dieses Ausdruckes von Interesse, indem durch ihn das Produkt $\sin\varepsilon\cos\beta$ ersetzt wird, *also eine der prosthaphäretischen Regeln gegeben ist.*

Vergleicht man die Worte WERNER's mit der Regel, die CHRISTMANN, als jenen Dreiecksbüchern entnommen, zur Bildung des fraglichen ersten Termes der Proportion gibt, so wird wohl kein Zweifel mehr bestehen, dass die Mitteilung des Letzteren auf Wahrheit beruht.

Dass des Weiteren Werner die Ableitung seiner prosthaphäretischen Formel, sowie die der ganzen mitgeteilten Proportion ebenso wie die Araber und wie ihnen folgend seinerzeit Regiomontan seinen Cosinussatz aus der Figur des Analemmas abgeleitet hat, bestätigt Christmann, indem er (p. 224) noch sagt: »Atque hic fuit locus spicae virginis á Wernero observatus *et beneficio Analemmatis demonstratus.*«

Auch Christmanns eigene Beweise der prosthaphäretischen Regeln, die er p. 155 und 156 des angeführten Werkes gibt, beruhen ebenso, wie die des Clavius[6] und anderer auf der Projektion der Kugel auf die Meridianebene.

Ob Johann Werner, der nicht nur die Sinusse sondern auch die Tangenten in seinen Dreiecksbüchern verwendet hat, auch für jene sphärischen Formeln, in denen ein Produkt aus einer Tangente und einem Sinus oder Cosinus vorkommt, die diesbezüglichen Regeln bereits angegeben hat, wie sie sich z. B. in dem Werke von Clavius finden, oder ob er sie gar schon zur Multiplication *beliebiger* Zahlen verwendete, lässt sich natürlich mit diesem Material nicht entscheiden, ist aber bei Werner's practischem Blicke sehr wahrscheinlich.

[1] R. Wolf, *Handbuch der Astronomie, ihrer Geschichte und Literatur*, 1890, I, p. 227—228, Anmerkung, und *Astronomische Mitteilungen* N° 31 und 32. Vgl. auch Kaestner, *Gesch. der Math.* I, p. 567.

[2] Delambre, *Histoire de l'Astronomie du moyen âge*, p. 128.

[3] Delambre, l. c. p. 108.

[4] Die *Adnotationes* finden sich in dem bekannten Sammelbande Werner'scher Schriften (vgl. etwa Cantor, *Geschichte der Mathematik* II, p. 418 ff.), und führt das einschlägige Capitel die Überschrift: De motu octavae sphaerae tractatus primus, qui triginta quattuor cum theorematibus tum problematibus, quae propositiones libuit apellare, consummatur. Das 1522 bei L. Alantsee veröffentlichte Werk ist nicht paginirt.

[5] Jacobi Christmanni *Theoria lunae ex novis hypothesibus et observationibus demonstrata* (Heidelbergae 1611, fol.). Christmann lebte 1554—1613. In seinen *Observationum solarium libri tres* (Breslau 1607, 4°) behandelt er die Prosthaphäresis ebenfalls p. 144 ff.

[6] Vgl. Christophori Clavii *Opera mathematica* (Moguntiae 1612, fol.) t. III. Lemma I, III libri I Astrolabii.

Die Mathematik bei den Juden.

Von MORITZ STEINSCHNEIDER in Berlin.

Das XIII. Jahrhundert.

27. Im XIII. *Jahrhundert* beginnen die *Übersetzungen arabischer* mathematischer Schriften ins Hebräische, die wir äusserst kurz erledigen werden, indem wir unter den betreffenden Übersetzern die von ihnen übersetzten Schriften, mit Verweisung auf meine Monographie, aufzählen.[1]

An der Grenze der beiden Jahrhunderte verzeichne ich folgende Autoren:

SIMSON BEN MORDECHAI, den ich in einem, zwischen 1150 und 1250 geschriebenen Ms. als Verfasser eines Kalenderreimes, anfangend שמעו מלכים (*Schim'u Melachim*), sonst nirgends gefunden habe.

Im Jahre 1203 verfasste SALOMO BEN NATAN aus Segelmesa (in Nordafrika)[2] ein arabisches Ritualwerk, wovon die Bodleiana ausser dem von URI (298) beschriebenen Codex noch andere unvollständige, von mir erkannte, besitzt. Dies Werk, worüber ich zuerst eine Notiz gab, widmet das 26. Kapitel in 7 Paragraphen der Zeitrechnung; die Aufnahme dieses Thema's in Ritualwerken ist nichts Neues; wir haben sie bereits in dem hebräischen grossen Werke des MAIMONIDES gefunden; sie ist daraus hervorgegangen, dass die jüdischen Feiertage frühzeitig einen festen Kalender ausbildeten; sie bewirkte, dass die jüdischen Gesetzkundigen eine Anregung fanden, sich wenigstens mit den Elementen der Astronomie zu beschäftigen. Allein je mehr und je gründlicher die Astronomie in besonderen hebräischen Schriften behandelt wurde, desto mehr schwand sie aus den gesetzlichen Schriften, welche das religiöse Leben der Ungelehrten regeln sollten; wir finden noch einen chronologischen Abschnitt in dem practischen Codex des Toledaners JAKOB BEN ASCHER (1340), allein in dem daraus hervorgegangenen, am meisten zur Autorität gelangten, so vielfach citirten *Schulchan Aruch* des JOSEF KARO (1565 in Palästina, I, K. 417—28) schliesst die Observanz des Neumondhalbfestes alle theoretische Berechnung aus.

Eine Copie des Werkes des SALOMO BEN NATAN hat der Copist, SA'ADJA BEN JEHUDA BEN EBJATAR (1203), mit einem arabischen chronologischen Nachtrag versehen, den er *Kitab al-Dastur fi 'Sana'at al-'Ibbur* (Buch des Canon, über die Kunst

der Intercalation) betitelte. Ich bin noch nicht dazu gekommen, meine Notizen darüber (vom Jahre 1850) zu verarbeiten, und hier wäre kein Raum dafür; ich beschränke mich auf die Bemerkung dass dieser SA'ADIA mehrere Formeln im Namen des homonymen Gaon mitteilt.

28. 1207—1208 starb der Astrolog und Arzt ABU'L-FADHL BEN JAMIN (= Benjamin) AL-'HALABI (aus Aleppo), genannt AL-SCHUREITI, ein Schüler des SCHARAF AL-DIN AL-TUSI, des Erfinders eines Astrolabs, welches man *al-Khatti* (auf Linien reducirendes) nennt,[3] von welchem er Zahl- und Tabellen-Kunde erlernte; von den Juden wurde er injurirt (oder übel behandelt). Derselbe ist ohne Zweifel der »jüdische Astronom ABU'L-FADHL«, bei IBN ABI O'SEIBIA (II, 244 Z. 3) unter dem Arzte DAKHWAR erwähnt. HAMMER VII, 734 und LECLERC II, 279 haben diesen Passus nicht.[4]

DAVID (1228—1244) war Dolmetsch aus dem Arabischen für den Canonicus SALIO aus Padua, bei der Übersetzung der Astrologie von »ALBUBATHER« (ABU BEKR...? — noch nicht näher festgestellt); nach einer Lesart lebte er in Barcelona (*Hebr. Übers.* S. 546).

Um 1230 lebte wohl DAVID IBN NAHMIAS in Toledo, dessen Commentar zum *Almagest* des PTOLEMAEUS angeführt wird; vielleicht rühren von ihm, etwa in jenem Commentare, Widerlegungen der eigentümlichen astronomischen Hypothesen des DJABIR (»Geber«) IBN AFLA'H her, welche jedenfalls nicht jünger als 1247 sind (*Hebr. Übers.* S. 546).

Vor 1235 starb in St. Jean d'Acre der, als Erklärer des Talmud berühmte SIMSON BEN ABRAHAM aus Sens in Frankreich, welchem Kalendarisches beigelegt wird; allein seine Kentnisse in der elementen Geometrie waren sehr geringe.[5]

1231—1235 arbeitete in Neapel unter der Protection und auf Veranlassung Kaiser FRIEDRICH's II. JAKOB ANATOLI (vulgo ANTOLI) aus der Provence. Er übersetzte aus dem Arabischen den *Almagest* des PTOLEMAEUS und das Compendium des AVERROES,[6] auch die Astronomie von AL-FERGANI, dessen Übersetzung von JACOB CHRISTMANN (1590) benutzt ist.

Anonyme Kalendertabellen über die Jahre 4998—5027 (1238—1267) in ms. Vat. 329[2] gehören vielleicht zu einer Monographie.

29. Eine interessante Persönlichkeit, welche eine Monographie verdiente, ist JEHUDA BEN SALOMO KOHEN aus Toledo, Verfasser eines grossen encyklopädischen Werkes, ursprünglich arabisch abgefasst und wahrscheinlich verloren, später von ihm selbst ins Hebräische übersetzt unter dem Titel *Midrasch ha-Chochma,* wovon kein einziges durchaus vollständiges Exemplar erhalten ist, während einzelne Teile in den Bibliotheken zu

finden sind; — im Augenblick, wo ich dieses schreibe, wird mir der grösste Teil des Werkes in 2 Quartbänden von sehr junger deutscher Hand vorgelegt, um es zu recognosciren und der k. Bibliothek zu empfehlen; die genaue Beschreibung kommt als Nachtrag des Verzeichnisses.

Uns interessiren aus diesem Werke folgende Bestandteile:

a) Ein Auszug aus Euklid I—VI und XI—XIII; die Bücher VII—X, welche für das Studium des *Almagest* (der ja als Ziel des mathematischen Studiums galt) unnötig sind, blieben ausgeschlossen.

Daran knüpft sich eine (ursprünglich arabische) Correspondenz zwischen dem, damals 18 Jahre alten, noch in Spanien weilenden Verf. und dem »Philosophen« des Kaisers (nach meiner Vermutung Theodorus, Philosoph Friedrichs II.) über sehr einfache mathematische Fragen, so dass Jehuda seine Verwunderung über die Unkenntnis des »Philosophen« demselben ungenirt zu erkennen gibt. Eine Abschrift dieser Correspondenz liess ich vor mehr als 40 Jahren in Oxford anfertigen; sie wird mit dem angebotenen ms. verbunden werden, worin sie fehlt.

b) Eine Bearbeitung des *Almagest* von Ptolemaeus, wo zu I, 8 auf Djabir ben Afla'h's Erklärung der *Figura sector* hingewiesen und manche kritische Notiz eines David eingeschaltet wird (s. oben § 28);

c) Eine Bearbeitung der Schrift des Araber's Bitrodji (»Alpetrongi«);

d) Eine kurze Einleitung in die Astrologie, nebst dem Allgemeinen aus dem *Quadripartitum* des Ptolemaeus. Diese erschien zum ersten Male mit einem ungenauen neuen Titel in Warschau 1886, nebst einer Nativität vom Jahre 1160 (welche in der That von Abraham ibn Esra herrührt, vgl. oben § 23, S. 41 n. 16).

Jehuda kam 1247 nach Toscana, wo er den kaiserlichen Hof kennen lernte und seine Mitteilung mit der lakonischen Bemerkung abfertigt: »Alles hängt vom Gestirn (Glück) ab«.[7]

30. In der Provence blühte um jene Zeit (1245—1275) Moses ibn Tibbon, welcher das Übersetzen aus dem Arabischen ins Hebräische zur ausschliesslichen Beschäftigung gemacht zu haben scheint, nachdem sein Grossvater Jehuda und sein Vater Samuel ihm in der Ausbildung eines *arabisirenden Hebraismus* vorangegangen waren. Seine eigenen Übersetzungen leiden an zu grosser Wörtlichkeit, trotz der richtigen Anweisungen seiner eben genannten Vorfahren, wie man übersetzen müsse. Die in unseren engeren Bereich fallenden Übersetzungen sind: Afla'h (Djabir ibn), Astronomie; Bitrodji (»Alpetragius«), Astronomie; Euklid,

Elemente; Desselben *Data;* AL-FARABI, Commentar zu Stücken aus EUKLID; GEMINUS, *Isagoge*, ohne Namen des Autors, daher bis vor Kurzem unbekannt; AL-'HA'S'SAR, Arithmetik; IBN HEITHAM, Commentar zu Stücken aus EUKLID; THEODOSIUS, *Sphaerica*.[8]

Ich stelle hierher ein *anonymes* Fragment über Kalenderrechnung, welches die »Verschiebungen» (*Dechijjot*) gegen die Ketzer (etwa Karaiten?) verteidigt, MAIMONIDES citirt und von verflossenen 5000 Jahren spricht, also nicht vor 1240, wohl aber viel später verfasst sein kann; ms. Michael 675, bei NEUBAUER n. 914[4].

Wenn man dem unzuverlässigen LEO AFRICANUS trauen darf, so war der arabische Dichter IBRAHIM IBN SAHL aus Sevilla (1211—1250), welcher durch einen unaufrichtigen Übertritt zum Islam es mit den Bekennern des Judentums vollends verdarb, ohne bei den neuen Glaubensgenossen festes Vertrauen zu gewinnen, auch *Astronom*, oder Astrolog.[9] Eine Auswahl aus dem Diwan IBRAHIM's, gesammelt von HASAN BEN MUHAMMED AL-'ATTHAR, erschien s. l. (Bulak?) 1292 (1875) in kl. 8° (55 S.); im Nachdruck, Beirut 1855 (48 S.) ist die biographische Notiz von IBN 'HAJJAN, am Ende der 1. Ausgabe, weggelassen. Es ist merkwürdig, dass bisher, so weit ich weiss, kein Orientalist von diesen Gedichten Notiz genommen, aus welchen vielleicht sich Etwas über die Sternkunde des Verfassers ergiebt.[10]

31. Mit der zweiten Hälfte des XIII. Jahrhunderts treten vor Allem die, von ALFONS X. als Dolmetscher aus dem Arabischen ins *Spanische* und als Ergänzer der übersetzten Schriften beschäftigten Juden in Toledo, fast alle Ärzte, in den Vordergrund; einer von ihnen, ISAK IBN SID, Cantor, oder Synagogenbeamter anderer Art, in Toledo, darf nach unverdächtigem Zeugnis als Beobachter der Sterne und Redacteur der berühmten *Alfonsinischen astronomischen* Tafeln (1252) bezeichnet werden, über deren Abfassung und angebliche neue Redaction (1256) die Acten noch nicht geschlossen sind.[11] Die umfangreichen Arbeiten jener Juden, welche durch christliche Gelehrte wahrscheinlich im sprachlichen Ausdruck emendirt und redigirt wurden, liegen uns in der prachtvollen Ausgabe durch RICO Y SINOBAS vor (*Libros del Saber de astronomia del Rey* ALONSO, Madrid 1863—67, V Bände in folio; zum Teil mit colorirten Figuren), ein Monument, das die Schandthaten der Inquisition überdauert hat.[12] Aus den in diesen Übersetzungen vorkommenden Namen von arabischen Autoren älteren Datums, den übersetzenden Juden und redigirenden Christen hat ein unkritischer Chronist den sogenannten »*astronomischen Congress*» unter ALFONS erfunden, der noch heute in achtbaren Quellen spuckt, obwohl

ich ihn vor ungefähr einem halben Jahrhundert als eine Fabel nachgewiesen habe.

In den *Libros del Saber* erscheint ein »Rabbi ZAG«, den ich mit dem oben genannten ISAK IBN SID identificire, und zwar in den Prologen zu folgenden Schriften (Bd. II—IV): 1) *Dell astrolabio redondo,* 2) *Lamina universal,* und über die Operation damit, 3) *Libro de los Armellas,* 4) *del Quadrante,* 5) *Piedra della sombra,* 6) *Libro del Relogio del aqua,* 7) in dem unedirten *Lib. del Estrumiento del levamiento, en Arabigo Atacir* (= *Tasjir,* Genaueres in *Hebr. Übers.* S. 277); — »ibn Said» bei KAYSERLING, *Biblioteca Españ.,* p. 105 (nach GRÄTZ?) ist unbegründet.

JEHUDA BEN MOSES KOHEN (»Mosca el menor») übersetzt angeblich: 1) 1256 den *Libro de las Figuras,* welcher 1276 unter Mitwirkung des SAMUEL HA-LEVI (s. weiter unten) corrigirt wurde. Ich habe in diesem Werke ohne Autornamen den Sternkatalog des ABD AL-RA'HMAN AL-'SUFI (geb. 968) erkannt, welcher jetzt in der französischen Übersetzung von SCHJELLERUP (1874) vorliegt und meine Vermutung bestätigt (*Hebr. Übers.* S. 573, 616); — 2) COSTA BEN LUCA, *Libro de Aleora* (1258); — 3) ALI IBN ABI'L-RIDJAL (vulgo ABEN RAGEL — 1256), Astrologie, woraus die gedruckte latein. Übersetzung geflossen ist; — 4) ABOLAYS (ob ABU'L-AISCH?), *de la propriedad de las piedras,* ein halbastrologisches Werk über Steine, welches die Academie in Madrid mit einem nicht dazu gehörigen Prolog herausgegeben hat.[13]

Im *Libro del Saber* erscheint ferner der Arzt SAMUEL HA-LEVI, wahrscheinlich aus der Familie Abulafia in Toledo, welcher *Fabrica y usos del Relogio della candela* eines arabischen Anonymus übersetzt und die Übersetzung des 'SUFI (1278) revidirt hat (*Hebr. Übers.* S. 986).

Im Auftrag des Königs ALFONS übersetzt, oder paraphrasirt, der Arzt DON ABRAHAM IBN HEITHAM's Weltconstruction, welche daraus ins Lateinische (*de coelo et mundo*) übersetzt, handschriftlich erhalten ist, — und war bei der in Burgos 1277 verbesserten Übersetzung der Tafel (*Safi'ha*) des ZARKALI beteiligt (*Hebr. Übers.* S. 972).

[1] Ich citire dieselbe kurz: *Hebr. Übers.*

[2] *Catal. libr. h. in Bibl. Bodl.* p. 1912, 2172, 2204, 2244; Hebr. Bibliogr. XX, 47; NEUBAUER, Catal. n. 896 giebt den Ortsnamen nicht, der im Index (Solomon of S.) nachgetragen und für die Stelle im Index maassgebend ist.

[3] AL-KIFTI, ms., s. Hebr. Bibliogr. XVI, 10, wo S. 11 das Citat aus HAMMER, *Lit.-Gesch.* VI, 432 dahin zu berichtigen ist, dass TUSI zuerst über dieses Astrolab geschrieben hätte. — Zum Namen *Schureiti* vgl. ABU ZEID AHMED (bei HAMMER), Encyklop. Übersicht, S. 252; SCHURÛTI bei HAGI KHALFA VII, 1253 n. 9382; ABU SCHUREITI in einer Erzählung ms. Fischl 15 c.

[4] Hierher gehört nicht JOSEF BEN ISRAEL in *Catal. Bodl.* p. 2490[5], zu berichtigen nach ms. Turin bei B. PEYRON, p. 228, wo aber eine falsche Combination WOLF's zu berichtigen, nach ms. Paris 400 von ELIA BEN JOSEF.

[5] *Verzeichnis der hebräischen Handschriften in Berlin*, **2** (bald beendet und edirt) S. 73, ob ein homonymer Neffe? Über seine Stellung zur Geometrie s. mein *Jewish Lit.* p. 362 n. 90.

[6] *Hebr. Übers.* S. 547 u. XXIX, nachzutragen im Index p. 1056.

[7] Über diesen § s. *Hebr. Übers.* S. 1 ff. und S. 725.

[8] S. *Hebr. Übers.* im Index S. 1062.

[9] Über ihn s. LEBRECHT, im Magazin f. d. Lit. d. Auslands 1841 n. 38 (abgedr. im Lit.-Bl. des Orient II, 249), die Quelle für GRÄTZ, *Gesch. d. Jud.* VII, 98; vgl. Allgem. Zeitung des Judenth. 1837 S. 312; AL-MAKKARI I, 664, II, 351, 354, 510; HAGI KHALFA III, 241 (VII, 1098 n. 3758) VII, 724 (über die Quelle s. VI, 224); HAMMER, *Lit.-Gesch.* VII, 924 n. 8874 unter *ägyptischen* Dichtern! DE JONG, *Catal. Academ.* p. 115. — Eine Schrift in Prosa ms. Landberg n 178, jetzt in Leyden.

[10] Im Index von E. FAGNAU's Catal. der mss. in Algier (1893) p. 619 werden unterschieden: IBN SAHL in n. 1298[4], 1332, 1806, 1810, 1819 und MUHAMMED(!) B. SAHL ISRAELI in n. 1807 (f. 52, 36 u. 33); allein ms. 1332 enthält Gutachten von »ABU'L-A'SBAG ISA BEN SAHL.» (gest. 486 H.) seit 472 H., und ein Auszug daraus ist ms. 1298. Die anderen mss. sind Gedichtsammlungen, in n. 1806 wird unser IBRAHIM »IBN SAHL AL-ISCHBILI» genannt, f. 27[6], = »ibn Sahl» f. 9 und 96; ms. 1810 u. 1819 nennen nur »ibn Sahl», wahrscheinlich denselben.

[11] *Hebr. Übers.* S. 616.

[12] Über eine unvollständige *italienische* Übersetzung (1341) berichtete E. NARDUCCI, s. *Hebr. Übers.* S. 975.

[13] Zeitschr. d. deutschen morgenl. Ges. **49**, 1895, S. 266 — Über JEHUDA s. *Hebr. Übers.* S. 979.

RECENSIONEN. — ANALYSES.

F. Cajori. A HISTORY OF ELEMENTARY MATHEMATICS WITH HINTS ON METHODS OF TEACHING. New York, Macmillan 1896. 8°, VIII + 304 p.

Dans la préface, M. CAJORI avertit qu'un grand nombre de passages de ce livre sont tirés, avec de légères modifications, de son *History of mathematics.* En effet, presque toutes les mathématiques de l'antiquité et du moyen âge appartiennent au domaine des mathématiques élémentaires, et sans doute il aurait été inutile d'essayer une exposition tout à fait nouvelle de ces périodes. Mais d'autre part le lecteur qui connaît déjà l'*History of mathematics,* trouvera aisément, que le nouvel ouvrage n'en est nullement une copie ou un extrait, même pour ce qui concerne les périodes mentionnées.

M. CAJORI a divisé son livre en trois parties embrassant respectivement l'antiquité (p. 1—92), le moyen âge (p. 93—138) et les temps modernes (p. 139—289); à la fin il a ajouté (p. 290—304) une table des noms et des matières.

Il va sans dire qu'il est beaucoup plus facile de rendre compte du développement des mathématiques élémentaires que d'écrire une histoire générale des mathématiques, et, à notre avis, M. CAJORI a aussi réussi mieux dans sa nouvelle entreprise que dans son *History of mathematics.* Les remarques critiques que nous avons faites relativement à celle-là dépendent peut-être en partie de notre ignorance des principes que M. CAJORI a suivis pour circonscrire le domaine assez indéfini des mathématiques élémentaires et pour répartir l'espace disponible sur ses différentes branches. Quant aux erreurs, elles semblent être relativement peu nombreuses et en général sans importance; on voit sans peine que M. CAJORI s'est efforcé de les réduire au minimum.

L'espace restreint de ce numéro ne nous permet de reproduire ici que quelques-unes des notes que nous avons prises en parcourant l'*History of elementary mathematics.*

P. 136. »A *Geometria speculativa* was printed in Paris in 1511 as the work of BRADWARDINUS, but has been attributed by some to a Dane, named PETRUS, then a resident of Paris». Par le mot »then», le lecteur est induit à croire que PETRUS DE DACIA a vécu vers l'an 1511; comme on sait, ce mathématicien était antérieur à BRADWARDIN.

P. 180—181. »JOHN NORFOLK ... wrote ... an inferior treatise on progressions which was printed in 1445». Cette

indication, tirée de la page 7 de l'*History of the study of mathematics at Cambridge* (Cambridge 1889) de M. W. W. R. BALL, est évidemment absurde; le traité de JOHANNES NORFOLK a été publié pour la première fois par HALLIWELL dans les *Rara Mathematica.*

P. 228. »CHRISTOFF RUDOLFF ... wrote the earliest textbook in algebra in the german language». Il convient de faire observer que le livre de GRAMMATEUS rédigé en 1518 et publié en 1523 avec le titre: *Ayn new künstlich Buech*, etc., contient aussi un traité de l'algèbre (cf. p. ex. CANTOR, *Vorlesungen über Geschichte der Mathematik* II, p. 364).

P. 235. »In his *Geometry* 1637, he [DESCARTES] uses ... x in the first place, then the letters y, z, to designate unknown quantities». Cette indication, reproduite d'après les *Vorlesungen* de M. CANTOR, a peut-être besoin d'être un peu modifiée (cf. ENESTRÖM, Biblioth. Mathem. 1892, p. 92).

P. 257. BRIANCHON nacquit en 1783 (non 1785) et mourut à Versailles en 1864 (cf. Biblioth. Mathem. 1894, p. 91). — P. 278. J. HOÜEL nacquit en 1823 et mourut en 1886.

M. CAJORI a utilisé pour son ouvrage une partie assez considérable des écrits récents sur l'histoire des mathématiques, mais il y en a aussi quelques-uns d'une certaine importance auxquels il ne semble pas avoir eu recours; ainsi p. ex. il ne cite pas les *Elemente der ägyptischen Theilungsrechnung* (1895) de M. F. HULTSCH (cf. p. 19), les *Näherungswerte irrationaler Quadratwurzeln bei Archimedes* (1893) du même auteur (cf. p. 28), l'édition de DIOFANTOS (1893—1895) par M. P. TANNERY (cf. p. 35), l'écrit: *Archimedes, Huygens, Lambert, Legendre. Vier Abhandlungen über die Kreismessung. Deutsch herausgegeben und mit einer Übersicht über die Geschichte des Problems von der Quadratur des Zirkels von den ältesten Zeiten bis auf unsere Tage versehen* (1892) par M. F. RUDIO (cf. p. 249).

La rédaction de l'ouvrage est soignée; nous avons noté seulement quelques inadvertances insignifiantes, p. ex. la répétition de notices sur la naissance et la mort de certains auteurs, ou de quelques autres indications. Parmi les fautes d'impression nous ne mentionnerons que celle à la page 234, où il faut lire $x^3 *$ au lieu de x^{3*} (l'astérisque signifie que le coefficient de x^2 est zéro).

Stockholm. G. ENESTRÖM.

NEUERSCHIENENE SCHRIFTEN. — PUBLICATIONS RÉCENTES.

Bibliotheca Mathematica. Zeitschrift für Geschichte der Mathematik herausgegeben von || journal d'histoire des mathématiques publié par G. ENESTRÖM. Stockholm. 8°.
1896: 3.

Historisch-literarische Abtheilung der Zeitschrift für Mathematik und Physik herausgegeben von M. CANTOR. Leipzig. 8°.
41 (1896): 5.

Adam, H., Calcul de Mons. Des Cartes ou introduction à sa géométrie, 1638.
Bullet. d. sc. mathém. **20**₂, 1896, 221—248.

Cajori, F., A history of elementary mathematics with hints on methods of teaching. New York, Macmillan 1896.
8°, VIII + 304 p. — [1.50 doll.]

Callandreau, O., Notice sur M. Hugo Gyldén.
Paris, Acad. de sc., Comptes rendus **123**, 1896, 771—772.

Curtze, M., Über die im Mittelalter zur Feldmessung benutzten Instrumente.
Biblioth. Mathem. 1896, 65—72.

Dickstein, S., Wiadomosc o korrespondencyi Kochanskiego z Leibnizem.
Krakow, Akad. umiej., Rozprawy **33**, 1896, 1—9. — Notice sur la correspondance d'A. A. KOCHANSKI avec LEIBNIZ.

Dickstein, S., Katalog dziel i rekopisów Hoene-Wronskiego. Catalogue des oeuvres imprimées et manuscrites de Hoëne Wronski. Krakow 1896.
8°, VIII + 111 p. + portr. + facsim.

Dupuy, P., La vie d'Evariste Galois.
Paris, Ecole normale, Annales **13**₃, 1896, 197—266.

Eneström, G., Note bibliographique sur les femmes dans les sciences exactes.
Biblioth. Mathem. 1896, 73—76.

°**Euclidis** Opera omnia. Ediderunt J. L. HEIBERG et H. MENGE. Vol. VI. Data cum commentario MARINI et scholiis antiquis. Edidit H. MENGE. Leipzig, Teubner 1896.
8°, 6 + 336 p. — [5 Mk.]

Favaro, A., Per la edizione nazionale delle opere di Galileo Galilei sotto gli auspicii di S. M. il re d'Italia. Indice cronologico del Carteggio Galileiano. Firenze 1896.
4°, 101 p.

°**Graf, H.,** Briefwechsel zwischen J. Steiner und L. Schäfli.
| *Bern,* Naturf. Gesellsch., Mittheilungen 1896. 208 p.

°**Hellmann, W.**, Über die Anfänge des mathematischen Unterrichts an den Erfurter Schulen im 16. und 17. Jahrhundert und bis etwa 1774. Theil II. Erfurt 1896.
4°, 16 p. — [1·20 Mk.]

Korteweg, D. J., Descartes et les manuscrits de Snellius, d'après quelques documents nouveaux.
Amsterdam, Wisk. Genootsch., Nieuw Archief **3**: 1, 1896, 57—71. — Réimpression de la note signalée à la Biblioth. Mathem. 1896, p. 93.

°**Müller, C. F.**, Henricus Grammateus und sein Algorismus de integris. Zwickau, Thost 1896.
4°, 33 p. — [1 Mk.]

°**Pacioli, L.**, Divina proporzione. Die Lehre vom goldenen Schnitt. Nach der Venezianischen Ausgabe vom Jahre 1509 neu herausgegeben, übersetzt und erläutert von C. Winterberg. Wien 1896.
8°, 6 + 367 p. — [6 Mk.]

Poggendorff's Biographisch-literarisches Handwörterbuch zur Geschichte der exacten Wissenschaften, enthaltend Nachweisungen über Lebensverhältnisse und Leistungen von Mathematikern, Astronomen, Physikern, Chemikern, Mineralogen, Geologen, Geographen u. s. w. aller Völker und Zeiten. Dritter Band (die Jahre 1858 bis 1883 umfassend). Herausgegeben von B. W. Feddersen und A. J. van Oettingen. 1. Lieferung. Leipzig, Barth 1896.
8°, 96 p. — [3 Mk.] — [Analyse:] Zeitschr. für Mathem. **41**, 1896; Hist. Abth. 181—182. (Cantor.)

Répertoire bibliographique des sciences mathématiques. Fiches 101—400. Paris, Gauthier-Villars 1895—1896.
8°, 300 feuillet. — [6 fr.]

°**Rosenberger, F.**, Isaak Newton und seine physikalischen Principien. Ein Hauptstück aus der Entwickelungsgeschichte der modernen Physik. Leipzig, Barth 1895.
8°, VI + 536 p. — [Analyse:] Zeitschr. für Mathem. **41**, 1896; Hist. Abth. 185—186. (Cantor.)

Rudio, F., Die naturforschende Gesellschaft in Zürich 1746—1896.
Festschrift der Naturforschenden Gesellschaft in Zürich 1746—1896 (Zürich 1896), I, p. 1—274.

Ruska, J., Das quadrivium aus Severus bar Sakkû's Buch der Dialoge. Inaugural-Dissertation (Heidelberg). Leipzig 1896.
8°, 79 p.

(**Schevichaven, S. R. J. van**,) Bouwstoffen voor de geschiedenis van de levensverzekeringen en lijfrenten in Nederland. Bijeengebracht en bewerkt door de Directie van de Algemeene Maatschappij van Levensverzekering en Lijfrente. Amsterdam 1897.
4°, (6) + 370 p. + 9 portraits + 2 planches.

Schlegel, V., Nauka rozciaglosci Grassmanna. Przyczynek do historyi matematyki w ostatnich piecdziesieciu latach przelozyl za upowaznieniem autora S. Dickstein. Warszawa 1896.
8°, (4) + 51 p. — Traduction du mémoire: *Die Grassmann'sche Ausdehnungslehre. Ein Beitrag zur Geschichte der Mathematik in den letzten fünfzig Jahren* (cf. Biblioth. Mathem. 1896, p. 29, 94).

Steinschneider, M., Die Mathematik bei den Juden.
Biblioth. Mathem. 1896, 77—83.

Steinschneider, M., Bemerkung zur Biblioth. Mathem. 1896, S. 4 [über den Geburtsort des Johann von Gemunden].
Biblioth. Mathem. 1896, 96.

°**Vassilief, A.**, Eloge historique de Lobatchevsky, prononcé dans la séance solennelle de l'université de Kazan le 22 octobre 1893. Traduit du russe par Mlle A. Fichtenholtz. Paris, Hermann, 1896.
8°, 40 p. — [2 Mk.]

Wertheim, G., Die Arithmetik des Elia Misrachi. Ein Beitrag zur Geschichte der Mathematik. Zweite verbesserte Auflage. Braunschweig, Vieweg 1896.
8°, (10) + 68 p. — [3 Mk.]

Wessel, C., Om Directionens analytiske Betegning, et Forsög, anvendt fornemmelig til plane og sphaeriske Polygoners Oplösning. Med en Fortale af S. Lie.
Archiv for Mathem. og Naturv. **8**, 1896. 69 p. + 2 pl. — [2 Mk.]

Zelbr, K., Das Problem der kürzesten Dammerung.
Zeitschr. für Mathem. **41**, 1896; Hist. Abth. 121—145, 153—179.

Question 60 [sur l'origine du terme »regula cecis«].
Biblioth. Mathem. 1896, 96. (G. Eneström.)

Ball, W. W. R., A primer of the history of mathematics. London, Macmillan 1895. 8°.
Zeitschr. für Mathem. **41**, 1896; Hist. Abth. 183—184. (Cantor.)

Brill, A. und Nöther, M., Die Entwickelung der Theorie der algebraischen Functionen in älterer und neuerer Zeit. (Jahresber. der deutschen Mathematiker-Vereinigung **3**.)
Zeitschr. für Mathem. **41**, 1896; Hist. Abth. 146—148. (P. Stäckel.)

Bosscha, J., Christian Huygens. Rede zum 200. Gedächtnisstage seines Lebensendes. Mit erläuternden Anmerkungen. Übersetzt von T. W. Engelmann. Leipzig 1895. 8°.
Zeitschr. für Mathem. **41**, 1896; Hist. Abth. 184—185 (Cantor.)

Fiorini, M., Erd- und Himmelsgloben, ihre Geschichte und Konstruktion. Nach dem Italienischen frei bearbeitet von S. Günther. Leipzig, Teubner 1895. 8°.
Zeitschr. für Mathem. **41**, 1896; Hist. Abth. 186—187. (Cantor.)

LORIA, G., Il passato ed il presente delle principali teorie geometriche. Seconda edizione accresciuta ed interamente rifatta. Torino, Clausen 1896. 8°.
Biblioth. Mathem. 1896, 87—89. (G. ENESTRÖM.) — *Mexico*, Soc. científ. »Antonio Alzate« **9**, 1896, 71—72.

SMITH, D. E., History of modern mathematics. New York, Wiley 1896. 8°.
Biblioth. Mathem. 1896, 84—86. (G. ENESTRÖM.)

STURM, A., Das delische Problem. [I. Behandlung des Problems in der Platonischen Zeit.] Linz 1895. 8°.
Zeitschr. für Mathem. **41**, 1896; Hist. Abth. 76—77. (CANTOR.)

ZEUTHEN, H. G., Geschichte der Mathematik im Altertum und Mittelalter. Vorlesungen. Kjöbenhavn, Höst 1896. 8°.
Zeitschr. für Mathem. **41**. 1896; Hist. Abth. 182—183. (CANTOR.)

[Listes d'ouvrages récemment publiés.]
Biblioth. Mathem. 1896, 89—95. — Zeitschr. für Mathem. **41**, 1896; Hist. Abth. 191—192.

ANFRAGEN. — QUESTIONS

61. Dans l'ouvrage de HANKEL: *Zur Geschichte der Mathematik im Alterthum und Mittelalter* (Leipzig 1874), on trouve à la page 341 l'indication suivante relative à l'usage de chiffres arabes sur des monnaies: »Erst seit einer Ordonnanz HENRY's II. vom Jahre 1549 erscheinen sie auf Münzen.« Cependant cette indication ne peut être exacte, car déjà en 1478 on a frappé en Suède une monnaie portant des chiffres arabes.

Quelle est la première monnaie frappée en Europe où l'on trouve des chiffres arabes? (G. Eneström.)

Bemerkung zur Anfrage 60*. Das Wort *sekîs* ist bis jetzt in arabischen Werken nicht gefunden worden (wenigstens von mir nicht), aber man könnte vermuthen, dies Wort sei identisch mit *scheqîss* = Theilhaber, auch Antheil. Nach einer Mittheilung von Seite des Herrn Superintendenten RUDLOFF in Wangenheim (Gotha) heisst das Wort »Antheilrechnung«, das im *Kâfî fîl hisâb*, herausgegeben von ADOLF HOCHHEIM, vorkommt, arabisch *hisâb el-muqâsama* und nicht *hisâb el-scheqîss*. — Möglich ist auch, dass *sekîs* im Zusammenhang stehen könnte mit *seqî* = das Zutrinkengeben, das Tränken. (H. Suter.)

* Sur ma demande, M. ZEUTHEN a bien voulu m'avertir que, par un malentendu de la part du typographe, le mot *Cîntu* a été introduit dans la question 860 de l'Intermédiaire des mathématiciens. En effet, *sikish*, écrit en caractères *arabes*, a quelque ressemblance avec *Cîntu*.
(G. Eneström.)

Index.

BIBLIOTHECA MATHEMATICA

ZEITSCHRIFT FÜR GESCHICHTE DER MATHEMATIK



JOURNAL D'HISTOIRE DES MATHÉMATIQUES

HERAUSGEGEBEN VON — PUBLIÉ PAR

GUSTAF ENESTRÖM.

1897. STOCKHOLM. Nº 1.

NEUE FOLGE. 11. — NOUVELLE SÉRIE. 11.

BERLIN. MAYER & MÜLLER. Prinz Louis-Ferdinandstr. 2. — Preis des Jahrgangs 4 M. Prix par an 5 fr. — PARIS. A. HERMANN. Rue de la Sorbonne 8.

Sur le sens exact du mot "al-djebr".

Par CARRA DE VAUX à Paris.

Le mot *al-djebr* n'est pas toujours opposé au mot *al-mukâbalah,* comme on pourrait le croire d'après le titre de l'ouvrage d'AL-KHÂRIZMI. On le trouve aussi opposé au mot *el-hall,* et défini de la manière suivante (Arithmétique de TAKI ED-DIN EL-HANBALI; ms. de la Bibliothèque Nationale de Paris, suppl. arabe, 951, Livre I, chapitre V): »Le *djebr* et le *hall* ont chacun deux sens distincts. C'est le *djebr* lorsqu'on dit: De combien accrois-tu (*tudjabbir*) 10 pour obtenir 17, ou bien lorsqu'on cherche par quelle quantité il faut multiplier 10 pour obtenir 17. C'est le *hall* lorsqu'on demande: quelle est la quantité telle que lorsqu'on l'a multipliée par le nombre qu'il faut abaisser (*el-mahtout*), on obtienne le nombre jusqu'auquel il faut l'abaisser (*el-mahtout ileïhi*); par exemple quand on demande: par quoi faut il diviser 10 pour obtenir 7. Ou bien lorsqu'on demande ce qu'il faut retrancher de 10 pour obtenir 7.»

Le même auteur, au L. II, Ch. III, traite du *djebr* et du *hall* pour les fractions.

Voici une autre définition des deux mots *djebr* et *hall* (Arithmétique d'IBN EL-HÂÏM; ms. de la Bibliothèque Ambrosienne de Milan, &, 64, sup. fº 28, rº.): »Le *djebr* c'est de compléter un nombre de façon qu'il devienne égal à un nombre donné. Exemple: on demande de rendre $\frac{5}{8}$ égal à 1 entier.

Tu divises 1 par $\frac{5}{6}$; tu as $1 + \frac{1}{5}$, que tu multiplies par $\frac{5}{6}$, et tu obtiens 1. Ou bien: Tu prends le rapport de la différence $1 - \frac{5}{6}$ à $\frac{5}{6}$; tu as $\frac{1}{5}$; et si tu ajoutes à $\frac{5}{6}$ leur sixième, tu obtiens 1. Le *hatt* c'est de réduire un nombre de façon qu'il devienne égal à un autre nombre donné.» L'auteur fournit un exemple analogue.

Il est donc clair que le *djebr* c'est l'opération exprimée par les deux équations:

$$a + x = b, \qquad a \times x = b.$$

et que le *hatt,* c'est l'opération qu'expriment ces deux-ci:

$$a - x = b, \qquad \frac{a}{x} = b.$$

Comme ces quatre opérations sont les plus simples possible de l'algèbre, on doit croire que tel est bien le sens primitif des deux mots. Dans la langue le verbe *djabbara* signifie: restaurer quelque chose de brisé, et le verbe *hatta* signifie: descendre.

AL-KHÂRIZMI n'a pas donné la définition des termes *djebr* et *mukâbalah.* HADJI KHALFAH dans son célèbre dictionnaire bibliographique (t. II, p. 582) la donne de la façon suivante: »le *djebr* c'est ajouter ce qui manque à l'une des deux quantités mises en équation pour qu'elle devienne égale à l'autre; le *mukâbalah,* c'est ôter l'excès de l'une des deux quantités pour la rendre égale à l'autre.»

L'auteur donne ici à *mukâbalah* le sens du mot *hatt;* selon la langue, *mukâbalah* signifie: comparaison.

Le mot *djebr,* dont nous venons d'indiquer le sens primitif, a ensuite servi à désigner un nombre indéterminé de questions diverses, parmi lesquelles six sont fondamentales, selon AL-KHÂRIZMI (trad. p. 35) et selon AL-KHAWWÂM (ms. de la Bibl. nat. de Paris, 1133, anc. fonds arabe L. IV). Le mot *hatt,* devenu impropre à cause de la complication des problèmes, a disparu devant le mot *mukâbalah.*

Magister Robertus Anglicus in Montepessulano.

Par PAUL TANNERY à Paris.

L'article de M. STEINSCHNEIDER sur *Johannes Anglicus und sein Quadrant* (Biblioth. Mathem. 1896, p. 102—104), appelle peut-être une réponse de ma part.

Je dois dire tout d'abord que jusqu'à présent je n'ai encore rien publié de mes recherches sur ce sujet; j'ai seulement fait, au commencement de l'année 1896, une communication verbale à l'Académie des Inscriptions et Belles-Lettres de Paris; puis en juillet dernier, j'ai présenté à cette Académie un mémoire dont l'impression est commencée pour le Recueil des Notices et Extraits des MSS., et qui comprend, en dehors des prolégomènes:

1° le texte, établi sur les trois plus anciens manuscrits de Paris, du traité du »*Quadrans*» attribué à JEAN DE MONTPELLIER;

2° une ancienne traduction grecque de ce traité;

3° la partie inédite de l'opuscule *Compositio tabulae quae saphea dicitur sive astrolabium Arzachalis*, dont SÉDILLOT a donné (*Recherches sur les instruments astronomiques des Arabes*) quelques extraits, comme faisant partie d'une traduction par PROFATIUS d'un ouvrage d'ARZACHEL, mais qui, comme M. STEINSCHNEIDER[1] la reconnu le premier, est un traité original, rédigé en 1231 par un GUILLELMUS ANGLICUS. Grâce à un second manuscrit de ce traité (Bibl. Nat. lat. 16652), j'ai d'ailleurs constaté que ce GUILLELMUS, Anglais de naissance, bourgeois de Marseille, médecin de profession (et enseignant l'astronomie, probablement à Montpellier), est bien l'auteur du traité *De urina non visa*, que BALE et PITZ font vivre vers 1350 et dont ils font absurdement le père du pape URBAIN V, qui était de la famille des Grimoard du Gévaudan.

M. CURTZE, qui était, indépendamment de moi, arrivé à la conviction que l'auteur du traité du *quadrans* s'appelait Magister ROBERTUS (et non JOHANNES) ANGLICUS *in Monte Pessulano*, a bien voulu me fournir de précieux renseignements que j'ai utilisés pour les prolégomènes de mon travail. J'ai amplement profité d'autre part des indications fournies par M. STEINSCHNEIDER dans ses *Hebr. Übersetzungen*.

Je comprends très bien que l'illustre savant de Berlin, d'après l'ensemble des matériaux qu'il avait réunis, persiste dans

ses précédentes conclusions, mais je suis persuadé que s'il avait pu utiliser les manuscrits de Paris, comme je l'ai fait, ou examiner ceux d'Allemagne que M. CURTZE m'a signalés, il reconnaîtrait que le nom de JOHANNES n'a été introduit que par une confusion de l'abréviation *Ro.* avec l'abréviation *Jo.*, et que si le nombre des manuscrits qui donnent JOHANNES, est relativement considérable, cela vient seulement de ce que le prénom JEAN est plus commun que celui de ROBERT.

Le même Magister ROBERTUS ANGLICUS *in Montepessulano* a composé également un Commentaire sur la sphère de SACROBOSCO, commentaire qui existe à Paris comme à Oxford (*Digby* 48), mais aussi dans le manuscrit de Salzbourg, analysé par MORITZ CANTOR (*Römischen Agrimensoren*, p. 158), le dernier manuscrit donne comme finale: »Finita est ista compilatio super materiam de spera celesti ad maiorem introductionem scolarium *Parisiis* studentium, quam composuit Magister ROBERTUS ANGLICUS et finivit anno domini 1271.» Les deux autres manuscrits donnent la même finale, mais avec *Monte Pessulano* au lieu de *Parisiis*, et celui d'Oxford a 1272 comme date.

Sans le traité du »Quadrans», qui fut certainement écrit au XIIIe siècle à Montpellier, nous ne saurions pas si le *Magister* ROBERTUS ANGLICUS qui composa le Commentaire sur la Sphère de SACROBOSCO, professait à Paris, à Montpellier, ou même à Oxford. Mais il me semble que le doute n'est pas permis. J'ajoute qu'un acte de 1240 du Cartulaire de l'université de Montpellier mentionne un ROBERTUS ANGLICUS, et qu'il est possible de supposer un lien de parenté entre ce personnage et GUILLELMUS ANGLICUS; si en effet pour ce dernier le surnom d'*Anglicus* indique certainement l'origine immédiate, pour ROBERTUS ce peut déjà être un nom de famille.

J'arrive maintenant aux remarques, nouvelles pour moi, du dernier article de M. STEINSCHNEIDER. Je regrette de ne pouvoir y souscrire, car rien ne me paraît prouver ni que le *Magister* ROBERTUS ANGLICUS *in Montepessulano* ait jamais traduit aucun ouvrage arabe, ni qu'il ait écrit des traités d'alchimie.

Tout d'abord le ROBERTUS ANGLICUS alchimiste, dont parle TANNER (*Bibl. Brit.* p. 636), d'après LELAND et celui-ci d'après GESNER et CORNELIUS AGRIPPA, a daté un de ses ouvrages *(De impressionibus aeris)* de 1325. Il est donc sensiblement postérieur; d'ailleurs, s'il faut s'en rapporter à BALEUS (p. 389) »sub Fratris Perscrutatoris cognomine suos vulgabat foetus». Il serait du reste né à York et aurait appartenu à l'ordre des Domini-

cains. Aucun de ses écrits ne paraît enfin, ni être une traduction, ni intéresser les mathématiques.

C'est évidemment tout-à-fait à tort que TANNER a attribué à ce *frater Perscrutator* le Commentaire sur SACROBOSCO de *Magister* ROBERTUS ANGLICUS. Quant à la traduction de l'opuscule ALKINDUS *de judiciis*, qu'il lui attribue également, elle a été certainement faite par un troisième ROBERTUS.

Tout d'abord il ne me paraît nullement établi que cette traduction doive être datée de 1272, comme le Commentaire. En effet, dans aucun des manuscrits énumérés par M. STEINSCHNEIDER, la mention ALKINDUS *de judiciis ex arabico latinus factus per* ROBERTUM ANGLICUM *anno 1272* n'est tirée du texte; ce n'est qu'une indication de catalogue, due sans doute à GERARD LANGBAINE, qui aura transporté la date du Commentaire *(Digby 48)* sur un manuscrit de la traduction *(Digby 91)*, parce qu'il a cru qu'elle était du même auteur.

Mais il est facile de reconnaître que d'auteur du catalogue faisait confusion. Il n'y a en fait que trois manucrits connus de la traduction qui portent un nom; ce sont les suivants, qui donnent les mentions ci-après:

1. Ashmol. 434 (XVI[e] siècle). »Finit liber ALKINDI, translatio ROBERTI ANGLIGENI de c. h. o. e. l. l. e.»

2. Ashmol. 179 (vers 1600). »Finit liber ALKINDI, translatio ROBERTI ANGLIGENI Anglici de ch. c. 81. l. e.»

3. Ashmol. 209 (17[e] siècle). »Finit liber ALKINDI, translatio ROBERTI ANGLIGINÆ de chebil.»

Evidemment ces trois manucrits représentent un même prototype où le traducteur, sans se qualifier de *Magister*, s'était nommé ROBERTUS ANGLIGENUS *(Anglicus* dans 2 n'est qu'un doublet qui a provoqué la confusion; *Angliginæ* dans 3 n'est qu'une correction de latiniste, avec un *lapsus calami)*. Il avait ajouté un nom d'origine (?), qui paraît avoir été assez peu lisible sur le prototype, mais pour lequel on peut admettre la leçon *de Chebile*, jusqu'à plus ample informé.

Il ne m'appartient pas de discuter si ce ROBERTUS ANGLIGENUS *de Chebile* doit être identifié avec ROBERTUS RETINENSIS par exemple, ou s'il faut le considérer comme une personnalité bien distincte. Mais en tous cas, je me refuse à le confondre avec le *Magister* ROBERTUS ANGLICUS *in Montepessulano*, de même que je regarde ce dernier comme incontestablement différent de tout autre ROBERTUS qualifié d'ANGLICUS sur les manuscrits (et non pas seulement sur les catalogues), comme par

exemple au XIII[e] siècle, ROBERT GROSSETESTE (l'évêque de Lincoln) ou ROBERT KILWARDEBY.

P. S. Pour répondre à un désir exprimé par M. STEINSCHNEIDER, j'ajoute les indications suivantes, en regrettant de ne pouvoir, pour le moment, leur donner plus de précision.

Autant que j'en ai pu juger par un examen rapide des manuscrits de la Bibliothèque Nationale de Paris qui contiennent le texte des diverses éditions latines du *Quadrans novus* de PROFATIUS, ce dernier n'a commis aucun plagiat à l'égard de ROBERTUS ANGLICUS. L'instrument de PROFATIUS est nettement différent du *quadrans vetus* et sensiblement plus complexe, devant remplacer l'astrolabe dans tous ses usages. La partie géométrique de l'opuscule de ROBERTUS n'a pas davantage été copiée par PROFATIUS.

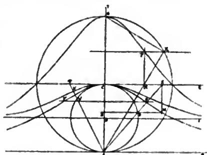
Mais il ne m'est pas possible de dire dès maintenant jusqu'à quel point l'invention de PROFATIUS est originale ou au contraire imitée des modèles arabes. Quant au quadrant de ROBERTUS ANGLICUS, c'était certainement un instrument connu dans l'occident latin bien avant cet auteur. Cet instrument serait même tout-à-fait arabe, s'il ne comportait pas une adaptation aux mois romains; mais une pareille adaptation a très bien pu être faite en Espagne même pour l'usage des chrétiens du pays, si non pour l'exportation dans les contrées voisines.

[1] STEINSCHNEIDER, *Etudes sur Zarkali;* Bullett. di bibliogr. d. sc. matem. **20**, 1887, p. 579, 593, etc.

Versiera, Visiera e Pseudo-versiera.

Appunti di Gino Loria a Genova.

Nell' ottimo periodico L'intermédiaire des mathématiciens il sig. E. N. Barisien [1] ha segnalato il fatto che sotto il nome di »curva d'Agnesi» vennero designate due figure differenti ed ha chiesto quale di esse vi avesse indiscutibile diritto. Il suo desiderio venne prontamente soddisfatto.[2] Tuttavia non venne ancora osservato come sotto quel medesimo nome siano state comprese altre curve le quali, pur presentando qualche analogia con quella immaginata (od almeno divulgata) da Maria Gaetana Agnesi, ne differiscono per il modo di generazione e le proprietà. Scopo di questa nota è di chiarire tali equivoci ed impedire la diffusione di concetti e denominazioni non esatti.



Dato il cerchio di diametro AC, il luogo di un punto M tale che, condotta da esso la perpendicolare al diametro AC e determinatene le intersezioni B, D con quel diametro e la periferia di quel cerchio, si abbia

(1) $AB:BD = AC:BM$,

è una curva che s'incontra a pag. 380—381 del T. I delle famose *Istituzioni analitiche ad uso della gioventù italiana di D^na^ Maria Gaetana Agnesi* (Milano 1748), ove essa è designata col nome di »la Versiera». Se la scienziata italiana sia l'inventrice di tale curva non risulta dalle sue parole; ma siccome sino ad ora non fu possibile trovare qualche traccia anteriore della curva, così non a torto questa vien denominata »visiera di Agnesi». Quanto alle ragioni che indussero la Agnesi a scegliere il nome di versiera, esse si cercherebbero invano nelle citate *Istituzioni*, nè è facile indovinarle tenendo presente il significato di tale vocabolo;[3] meglio è, a parer nostro, tener presente la forma sinuosa della curva e collegarla al verbo latino *vertere* che significa volgere, rivolgere, voltare o rivoltare.

Nell' opera citata della curva di cui ci occupiamo non è nemmeno iniziato uno studio metodico. Soltanto è notato (p.

391—393) che la versiera è costruibile come segue Si conduca pel punto A una trasversale arbitraria, che tagli la periferia del dato cerchio in D ed in E la tangente (t) in C al cerchio stesso; le parallele condotte da E a AC e da D a t si tagliano in uno punto M della curva. Infatti, dalla costruzione emerge essere $AB:BD=AC:CE$, proporzione che coincide con la (1) essendo $CE=BM$.

Detto a il diametro AC e presa per asse delle x la tangente e per asse delle y la normale in A al cerchio dato, la proporzione (1) si traduce subito nell'equazione seguente

$$x^2y=a^2(a-y). \tag{2}$$

Da questa emerge che la versiera è una cubica piana razionale avente per punto isolato il punto all'infinito dell'asse delle y e per asintoto d'inflessione l'asse delle x; di più passa pel punto C e tocca ivi la retta t. Altre particolarità della curva si possono dimostrare notando che l'equazione (2) è sostituibile colle due seguenti:

$$x=\lambda, \qquad y=\frac{a^3}{a^2+\lambda^2}; \tag{3}$$

da tale rappresentazione parametrica della versiera, si deduce che

$$\lambda_1+\lambda_2+\lambda_3=a^2$$

è la condizione di collinearità dei tre punti di essa aventi per parametri λ_1, λ_2, λ_3 e che in conseguenza essa possiede a distanza finita due flessi F, F' aventi per coordinate

$$x=\pm\frac{a}{\sqrt{3}}, \qquad y=\frac{3a}{4}.$$

È opportuno notare qui due altre forme sotto cui venne scritta l'equazione della versiera. Una s'incontra nel passo dianzi citato del BOOTH ed è

$$y=2a\sqrt{\frac{x}{2a-x}}; \tag{4}$$

scambiando in essa x con y e ponendo $2a=a'$ essa diviene

$$x=a'\sqrt{\frac{y}{a'-y}},$$

e ponendo poi $x'=x$, $y'=a'-y$ la si muta in

$$x'=a'\sqrt{\frac{a'-y'}{y'}} \quad \text{cioè} \quad x'^2y'=a'^2(a'-y'),$$

che non differisce in sostanza dalla (2). — Se invece nella (4) si cambia $2a$ in a si ottiene

$$(5) \qquad y = a\sqrt{\frac{x}{a-x}},$$

forma usata dal sig. J. MISTER [4] e ricordata dal sig. BARISIEN nel c. l.

La versiera di AGNESI è fornita di interessanti proprietà metriche, di cui almeno un pajo vogliamo quì dimostrare. Osserviamo a tale scopo che dalla (2) si trae

$$\int y dx = a^3 \int \frac{dx}{a^2 + x^2} = a^2 \operatorname{arctg} \frac{x}{a} + \text{cost.},$$

epperò

$$\int_{-\infty}^{+\infty} y dx = a^2\, 2 \cdot \frac{\pi}{2} = \pi a^2 = 4\pi \left(\frac{a}{2}\right)^2;$$

e questa relazione dice: *l'area compresa fra la versiera ed il proprio asintoto equivale al quadruplo dell' area del circolo che serve a costruire la curva.* Dalla stessa equazione (2) si deduce:

$$\int y^2 dx = \int \frac{a^6 dx}{(a^2 + x^2)^2} = \frac{1}{2} \frac{a^4 x}{a^2 + x^2} + \frac{a^3}{2} \operatorname{arctg} \frac{x}{a}$$

in conseguenza

$$\pi \int_{-\infty}^{+\infty} y^2 dx = \frac{\pi a^3}{2}\, 2 \cdot \frac{\pi}{2} = \frac{\pi^2 a^3}{2}.$$

Se ora si osserva che il cerchio considerato ruotando attorno all'asintoto della curva genera un solido il cui volume è dato da $\pi \left(\frac{a}{2}\right)^2 \cdot 2\pi \left(\frac{a}{2}\right) = \frac{\pi^2 a^3}{4}$, si arriva al seguente teorema: *La versiera ed il circolo che serve a costruirla ruotando attorno all'asintoto della curva generano due solidi di cui il primo ha un volume doppio del secondo.*

Il Prof. PEANO nelle sue *Applicazioni geometriche del calcolo infinitesimale* (Torino 1887) ha considerata (p. 87) una curva, da lui chiamata »visiera di AGNESI» e che si costruisce come segue: Si consideri ancora il cerchio che interviene nella costruzione della versiera e si tracci per A una trasversale arbitraria; siano T e U le sue intersezioni con la tangente t e la periferia del dato cerchio; il punto medio N del segmento TU appar-

tiene al luogo trattato dal PEANO. Detto φ l'angolo della trasversale col diametro AC e ρ la lunghezza del segmento AN, avremo:

$$\rho = AN = \frac{1}{2}(AT + AU) = \frac{a}{2}\left(\frac{1}{\cos\varphi} + \cos\varphi\right);$$

e poichè $y = \rho\cos\varphi$, $\rho = \sqrt{x^2 + y^2}$, si conclude che l'equazione cartesiana del luogo in discorso è:

$$(6) \qquad (2x - a)(x^2 + y^2) - ax^2 = 0.$$

È una cubica circolare (cioè passante pei punti ciclici del piano), avente A per punto isolato e per asintoto d'inflesso la perpendicolare s condotta dal centro O del dato cerchio al diametro AC. È dunque una curva ben distinta dalla versiera; è una curva abbastanza notevole a cui ci sembra guistizia applicare il nome di »visiera di PEANO».

Le coordinate dei punti della visiera si possono esprimere come segue in funzione razionale di un parametro:

$$(7) \qquad x = \frac{a}{2}\frac{\lambda^2 + 2}{\lambda^2 + 1}, \qquad y = \frac{a}{2}\frac{\lambda^3 + 2\lambda}{\lambda^2 + 1};$$

segue da queste che la condizione di collinearità di tre punti aventi per parametri λ_1, λ_2, λ_3 è:

$$\lambda_2\lambda_3 + \lambda_3\lambda_1 + \lambda_1\lambda_2 - 2 = 0,$$

e che la curva possiede al finito due flessi aventi per coordinate

$$x = \pm\frac{4a}{5}\sqrt{\frac{2}{3}}, \qquad y = \frac{4a}{5}.$$

Anche la visiera dà argomento a notevoli proposizioni metriche. Per citarne una osserviamo che dalle tre equazioni

$$x = \rho\,\text{sen}\,\varphi, \qquad y = \rho\cos\varphi, \qquad \rho = \frac{a}{2}\left(\cos\varphi + \frac{1}{\cos\varphi}\right)$$

si deducono le due altre

$$x = a\left(\text{sen}\,\varphi\cos\varphi + \frac{\text{sen}\,\varphi}{\cos\varphi}\right), \qquad y = \frac{a}{2}(\cos^2\varphi + 1);$$

onde, se si prende per nuovo asse delle x l'asintoto della visiera si avrà

$$x = a\left(\frac{1}{4}\text{sen}\,2\varphi + \frac{1}{2}\text{tg}\,\varphi\right), \qquad y = \frac{a}{2}\cos^2\varphi$$

e

$$\int x dy = -\frac{a^2}{2}\int (2\,\text{sen}^2\varphi - \text{sen}^4\varphi)d\varphi$$

$$\int_{\frac{\pi}{2}}^{0} x dy = \frac{a^2}{2}\left(2\int_0^{\frac{\pi}{2}}\text{sen}^2\varphi\, d\varphi - \int_0^{\frac{\pi}{2}}\text{sen}^4\varphi\, d\varphi\right) = \frac{1}{2}\frac{5}{4}\pi\left(\frac{a}{2}\right)^2.$$

Ciò prova che: *l'area compresa fra la visiera ed il proprio asintoto è $\frac{5}{4}$ dell'area del circolo che serve a costruire la curva.*

Vi è uno terzo luogo geometrico che a torto venne identificato colla versiera di Agnesi. Infatti nell' *Essai sur la géométrie de la règle et de l'équerre par M.* G. de Longchamps (Paris 1890) si legge la seguente pretesa costruzione della »courbe d'Agnesi». Dati tre punti A, C, G in linea retta, il secondo dei quali bisechi il segmento terminato dagli altri due, si conduce da esso la perpendicolare t alla retta ACG; poi si traccia per A una retta arbitraria incontrante t in H, e si abbassa sopra di essa la perpendicolare GK: le parallele condotte da H a ACG e da K a t si tagliano in un punto P di cui si cerca il luogo geometrico. A tale scopo osserviamo che, descritta la circonferenza di centro e raggio $CA=CG$, il punto K altro non è che l'intersezione di essa con la trasversale condotta per A. Presi poi ACG per asse delle y e la perpendicolare ad essa in A per asse della x, e detto φ l'angolo della trasversale con ACG, avremo

$$y = 2a\cos^2\varphi, \qquad x = a\,\text{tg}\,\varphi$$

donde eliminando φ si ottiene

$$(6) \qquad x^2y = a^2(2a-y);$$

se in essa si fa $2a-y=x'$, $x=y'$, si ottiene l'equazione

$$y' = a\sqrt{\frac{x'}{2a-x'}},$$

ricordata pure dal sig. Barisien.

La curva rappresentata dall' equazione (6) è una cubica razionale, ma non è una versiera di Agnesi; essa — che può chiamarsi »pseudo-versiera di Longchamps» — ha però colla versiera (2) una relazione geometrica assai semplice. Infatti se

sulla curva rappresentata dall' equazione (6) noi eseguiamo la trasformazione (affinità) determinata dalle equazioni

$$x = x', \qquad y = 2y',$$

otterremo la curva rappresentata dalla

$$x'^2 y' = a^2(a - y');$$

ora questa curva è la versiera, onde possiamo dire: *La pseudo-versiera di* LONGCHAMPS *si ottiene dalla versiera di* AGNESI *raddoppiandone tutte le ordinate perpendicolari all' asintoto.*

[1] L'intermédiaire des mathématiciens **1**, 1894, p. 153 (Question 288).

[2] L'intermédiaire des mathématiciens **2**, 1895, p. 83.

[3] »Nome finto di un demonio« dice il MANUZZI (*Vocabolario della lingua italiana,* T. II, 2ª Parte, Firenze 1840), il quale cita ancora i due versi seguenti in cui s'incontra la parola versiera:

»Hai tu veduto Costei, che certo la versiera fia?« (PULCI, *Morgante maggiore*).

»Come il diavol si fugge o la versiera« (BERNI, *Orlando innamorato*).

Senza dubbio gli è in vista di tale significato della parola *versiera* che il BOOTH chiamò la curva in questione »the witch or the curve of AGNESI« (*A treatise on some new geometrical methods,* T. I, London 1873, p. 302—303).

[4] MISTER, *Propriétés de la courbe d'Agnesi.* Mathesis **7**, 1887, p. 1.

Die Mathematik bei den Juden.

Von MORITZ STEINSCHNEIDER in Berlin.

32. Wir haben zuletzt uns mit den Juden beschäftigt, welche in Spanien unter ALFONS X. von diesem ebenso abergläubischen als nach Wissen strebenden Fürsten, insbesondere zu Übersetzungen, Bearbeitungen und Ergänzungen arabischer Werke über theoretische und praktische Astronomie — letztere so viel als Astrologie — herangezogen wurden. Eine in ihrer Art so merkwürdige Zeit erzeugt gewöhnlich ein Geschlecht von *Epigonen*, die, vielleicht teilweise in Erkenntnis ihrer eigenen Bedeutungslosigkeit, sich hinter bekannte Namen stecken. Auf diesem Boden kann kaum die strenge Kritik zu sichern Resultaten führen, indem alle ihre sachlichen und sprachlichen Mittel in Anwendung gebracht werden, was nur unter Autopsie der hier hauptsächlich in Betracht kommenden Manuscripte möglich ist. In wie weit Herr RICO Y SINOBAS in seiner Übersicht des Materials (Einleitung zu t. V der *Obras del Saber de Astron.*) dieser Aufgabe gerecht geworden, ist nicht leicht zu beurteilen. Mir scheint, als ob er in einer, im Ganzen berechtigten Voreingenommenheit für den hohen Mäcen, Alles für verdächtig oder unecht erkläre, was ihm nicht wissenschaftlich genug vorkommt, um der hohen Protection würdig zu sein. Diesem persönlichen Kriterium widerspricht eine Anzahl echter Schriften und die sichtbare Tendenz einiger auch der Wissenschaft dienenden.

Daneben bedarf es auch einer historischen Kritik gegenüber den Angaben nicht bloss jüngerer Catalogisten und Bibliographen, sondern auch der Manuscripte selbst. In Anwendung dieser allgemeinen Bemerkungen auf unser specielles Thema erklärte ich den angeblichen grossen Astronomen Rabbi MOSES zur Zeit ALFONS' (nach SUAREZ ARGUELLO, bei RICO Y SINOBAS l. c. V, 49) für eine Fiction, wahrscheinlich entstanden aus dem oben (§ 31) erwähnten JEHUDA BEN MOSES (Hebr. Bibliogr. XXI, 135).

Notizen über noch zu wenig bekannte Manuscripte, meist Kalenderkunde betreffend, aus der 2. Hälfte des XIII. Jahrh. werde ich am Ende dieses Zeitraums mit kurzen Citaten erledigen; hier sei nur ein einziges hervorgehoben. Das Wiener ms. 59 (Goldenthal) citirt die Formel eines vierjährigen Cyklus

(wenn ich recht verstehe) der Quatemberberechnung, auf alle Zeiten anwendbar, angeblich berechnet von einem rühmlich bekannten älteren französischen Gelehrten Josef, genannt *Bechor Schor* (nach Deut. 33, 17), anfangend mit dem Jahre 5017 der Welt (1257), nachzutragen in dem bibliographischen *Thesaurus* von Benjacob, S. 670. Geiger meint, der Copist könnte sich im Datum geirrt haben, da Josef noch im XII. Jahrh. lebte (s. *Catal. Bodl.* p. 1446 u. Add.); G. Walter (*Joseph Bechor Schor*, Leipzig 1890 S. 14 A. 5) citirt Geiger, ohne dessen Bedenken zu erwähnen, und spricht einfach davon, dass Josef das Kalenderwesen »durch kleinere Arbeiten» (der plural ist ganz unbegründet) bereichert habe. Die Notiz stammt aus einer unedirten Schrift des Isak Israeli in Toledo (nach 1310) und beruht wohl auf einer älteren Nachricht; es wäre ja auch möglich, dass der Schreiber dieser Notiz das Datum des Anfangs nach seiner eigenen Zeit geändert habe, wie das häufig in Tabellen vorkommt, dass die verflossenen Jahre weggelassen werden. Dann würde Josef in der Reihe seiner französischen Zeitgenossen (oben § 24 S. 78) nachzutragen sein. (Vergl. unten § 35 zum Jahre 1259.)

Beachtenswert ist das Bekenntnis des Spaniers Abraham Abulafia (geb. 1250), den seine allgemeine Bildung nicht von den abstrusesten Ausgeburten einer ungezügelten Phantasie zurückhielt, die sich auch in Zahlcombinationen erging; er gesteht, sich mit Mathematik wenig beschäftigt zu haben, weil »Nichts davon *ins Hebräische übersetzt sei*».[1] In der That ist der arabische Euklid erst 1270 von Moses ibn Tibbon übersetzt. Danach haben wir die *Verpflanzung arabischer Mathematik auf hebräischen Boden* in die 2. Hälfte des XIII. Jahrhunderts zu setzen.

Hingegen gehört der angebliche Astronom Jakob al-Karschi spät ins XIV. Jahrhundert, wenn er, wie ich vermute, identisch ist mit Jacob Carsono, von dem unter dem Jahre 1378 die Rede sein wird.

33. Um 1260—80 lebte Salomo ben Moses Melgueiri (d. h. aus Melgueil), von welchem sich Übersetzungen philosophischer und medicinischer Schriften aus dem *Lateinischen* erhalten haben [2]. Von einer seiner Schriften ist bloss der etwas befremdliche Titel: *Kez li-Techuna* bekannt, vielleicht eine Kosmographie, oder eine Astronomie [3]; ob ein Originalwerk oder eine Übersetzung aus dem Lateinischen, lässt sich nicht feststellen.

Einen Mathematiker, Meir ibn Na'hmias, ohne Zweifel

in Toledo, vor 1272, finde ich in meinen Notizen ohne Quellenangabe, wahrscheinlich nach einem Citat aus diesem Jahre.

Durch das XIII. Jahrhundert zieht sich ein Kampf um die Religionsphilosophie, namentlich um die allegorische Bibeldeutung des MAIMONIDES (gest. 1204); der Schauplatz war vorzugsweise die Provence nebst Nordspanien, die Grenzen arabischer und christlicher Bildung. Allein neben dem Philosophen MAIMONIDES hatte sich der Exeget ABRAHAM IBN ESRA mit seiner, von MAIMONIDES perhorrescirten *Astrologie* geltend gemacht, und, seltsam genug, verstanden sich Wortführer des Rationalismus zu einem Eklekticismus aus solchen Gegensätzen. Eine hervorragende Stellung unter diesen nahm der Encyklopädiker LEVI BEN ABRAHAM BEN CHAJJIM, geboren gegen 1240—1250 zu Villefranche de Conflent (unweit Perpignan) ein, nicht durch Originalität, sondern durch Volkstümlichkeit, obwohl er es wagte, die jüdischen Casuisten auf die christlichen Rechtslehrer hinzuweisen. Seine Encyklopädie (1275) enthält in Kap. 36—40 *wörtliche* Auszüge aus den hebräischen astrologischen Schriften des ABRAHAM IBN ESRA, so dass man Verfasser und Epitomator leicht verwechseln konnte [4].

34. In Italien, namentlich in Rom, hatte sich die jüdische Gelehrsamkeit, mit wenigen Ausnahmen, auf die specifischen Studien von Bibel, Talmud und Gesetz beschränkt; erst kurz vor der Mitte des XIII. Jahrhunderts begannen profane Disciplinen, teilweise in eingewanderten Provençalen und Spaniern, erwähnenswerte Vertreter zu finden. Unter den Gesetzkundigen zeichnete sich eine der vier ältesten Familien aus, deren Namen hebräisch ANAWIM (Bescheidene), italienisch: MANSI oder PIATELLI [5]. Zu dieser gehört BENJAMIN BEN ABRAHAM, welcher (um 1260—69) in einem Ritualwerk einen Cyklus von 14 Jahresformen aufstellte, welcher unter der Benennung »14 Pforten« später, abgesondert, oder in anderen Kalenderwerken, meist anonym, copirt und auf andere Zeiten angewendet wurde, vielleicht auch einem sehr seltenen Drucke vom J. 1547 zu Grunde liegt [6].

Im J. 1268 soll in Znaim (in Mähren) ein Jude (?) ISAK WETZLAR, Verfasser von arithmetischen Tabellen, gestorben sein. Ich habe für diese Nachricht keine andere Quelle finden können, als M. P. YOUNG, *Alphabetische Liste aller gelehrten Juden* etc. (Leipzig 1817) S. 431. So lange die Originalquelle nicht aufgefunden ist, darf man, bei der sonstigen Beschaffenheit jener, ohne Kenntnis und Kritik zusammengestoppelten Liste an der Thatsache zweifeln [7].

Eben so wenig zuverlässig ist Assemani's Catalog der hebr. mss. im Vatican, unter N. 389[a], wo (f. 61—123) eine Abhandlung über die Ursachen der Sonnen- und Mondfinsternisse, über die Aspecte der Planeten und die entsprechenden Urteile, also ein Werk über Astrologie, in 14 Kapp. (wovon 1—6, 12, 13 fehlen) von Natan ha-Meati (nach meiner Namensdeutung aus Cento stammend) am 3. Mai 1280 beendet sein soll. Bartolocci bezog das Epigraph auf den vorhergehenden Alfergani in hebräischer Übersetzung (des Jakob Anatoli, 1231—5); Assemani übersetzt das zweideutige hebr. Verb (*ha'ataķti*): *»descripsi«*. Allein Natan ist als Übersetzer mehrerer *medicinischer* Werke aus dem Arabischen bekannt, unter andern des Kanon von Avicenna (1279); es ist daher unwahrscheinlich, dass er ein astrologisches Werk 1280 copirt habe, weshalb ich dieses ms. in meinem Werke (*Hebr. Übersetz.* S. 595), am Schluss der arabischen Mathematiker aufgeführt habe. Nach wiederholter Erwägung möchte ich fast vermuthen, dass das Epigraph gar nicht zu einem astrologischen Werke gehöre; Positives kann nur fachkundige Untersuchung lehren.

Um diese Zeit verfasste der Kabbalist Josef Gikalilia (richtiger Chiquitilla) in Medinat Celi (Spanien) im Alter von 26 Jahren seine, auch Zahlenmystik enthaltende Compilation. *Ginnat Egos,* zuerst gedruckt in Hanau 1614; der II. Teil hat einen astronomischen Excurs, aus welchem wir hervorheben, dass dem Monde ein Eigenlicht beigelegt wird (s. den Artikel: Josef G. von D. Cassel in Ersch und Gruber, Bd. 31 S. 77; vgl. mein *Intorno ad Aven Natan e le teorie sulla origine della luce lunare* ecc.; Bullet. di bibliogr. d. sc. matem. **1**, 1868, S. 38. Aven Natan erkannte ich später als ibn Heitham).

Die verhältnismässige Dürftigkeit dieses halben Jahrhunderts wird reichlich aufgewogen durch einen einzigen Mann, der demselben angehörte, aber wahrscheinlich noch bis 1307—1308 lebte, nämlich Jakob b. Machir oder Prophatius. Seine Stelle ist nach seinen bedeutendsten Schriften am Ende des XIII. Jahrh.; wir werden daher zunächst die erwähnten kalendarischen Manuscripte kurz erledigen und dann mit Prophatius den Übergang zum materienreichen XIV. Jahrh. machen.

35. *Kalender*-Werke, theoretische Anweisungen, mit oder ohne Begründung, Tabellen über bestimmte Jahrescyklen, in Handschriften erhalten, meist nicht näher geprüft, entweder ausdrücklich datirt oder eine Jahrzahl als Beispiel angebend (was allerdings nicht immer für die Abfassungszeit maassgebend ist, da jüngere Copien ihre Zeit für die des Prototyps setzen)

werden hier in der vorausgesetzten *chronologischen* Reihenfolge aufgezählt:

1257 »Goldene Tabelle» über Cyklus 265—92, ms. Bodl. URI 376 (NEUBAUER 1639). Die »goldne Zahl» gehört dem *christlichen* Kalender an.

1258—1259 Fragment? (zuletzt *ha-Ibbur*), ms. Hamburg 80 (N. 187 meines Catalogs) f. 46, wahrscheinlich identisch mit ms. 29 des Breslauer Seminars, in ZUCKERMANN's Catalog (*Jahresbericht des Seminars* 1870) S. 4. Ob zusammenhängend mit dem Quatembercyklus des JOSEF BECHOR SCHORR? s. oben § 32.

1264—1357 Tabellen in einem Gebetbuch, ms. Paris 644.

1267 Beispielsjahr in einem Kalenderwerk vom J. 1300—1301; s. unten.

1269—74 Tabellen, ms. Paris 620.

1275 Kalenderregeln, ms. Bodl., Michael 535 (NEUBAUER 1098, XXI, 12).

1276—1512 (Cyklus 276—8), nach CARMOLY, Revue Orientale I, 225 ms. Paris, Suppl. 1; der Pariser Catalog, unter n. 20, weiss Nichts davon; vgl. Hebr. Bibliogr. XIV, 79.

1279 beginnen Tabellen in einem ms. welches auch ein Kalenderwerk (*Ibbur*) von MOSES BEN JAKOB BEN MOSES BEN JOMTOB aus Londres (לונדריש, London) enthält (KAUFMANN in Jewish Quarterly Review III, 561).

1285 (ms. Fischl), s. später unter 1385.

1286—1379 Tabellen, ms. Rubens (Auctionscatalog S. 97, Cod. 9 Quarto).

1287—1331 Tabellen und Regeln, ms. Bodl. Oppenh. Qu. 668 (NEUBAUER 1100 II, Ende).

1290—1834 Tabellen in *persischer* Sprache, ms. Paris, nach MUNK (*Notice sur Saadia* p. 67), wovon Nichts im Catalog unter n. 129.

1300/1 eine interessante Compilation (*Sod ha-Ibbur*), jetzt ms. Berlin Oct. 352, weitläufig beschrieben in meinem Catalog 2 S. 70 n. 221.

[1] Hebr. Bibliogr. IV, 78.

[2] *Hebr. Übersetz.* S. 283 (so lies im Index S. 1064, für 253). — Seine Schriften sind in einer alten, erst kürzlich edirten Quelle irrtümlich dem MOSES IBN TIBBON beigelegt; s. die Berichtigung in Hebr. Bibliogr. VIII, 76; sie entging

S. BUBER, der im Text des von ihm edirten ISAK DE LATAS (mit dem ungenauen Titel: *Scha'are Zion*, Jaroslaw 1885 S. 42) und in seiner Note den falschen Namen *Samuel*, für SALOMO, adoptirt.

[3] Im Titel liegt eine Anspielung auf Na'hum 2, 10; eben so benennt er eine medicinische *Übersetzung* nach I. Sam. 23, 14 (*Hebr. Übersetz.* S. 822).

[4] Näheres im Verzeichnis der hebr. Handschr. der k. Bibl. in Berlin, 2 S. 140. — Über LEVI s. den Artikel in ERSCH u. GRUBER Bd. 45 S. 295 (wo noch ms. Deinard 34 hinzukommt) und *Hist. Lit. de la France* XXXI, 606.

[5] Auch UMANI. Ob auch *Rofe* (Arzt) Familiennamen geworden sei, ist fraglich.

[6] Hebr. Bibliogr. XVIII, 99.

[7] Ein Moralist ISAK WETZLAR (nicht *Heckscher*, wie BENJACOB, *Thesaur.* p. 261 n. 192 angiebt) lebte im XVIII. Jahrh.; s. Serapeum 1864 S. 58 n. 404^b, NEUBAUER n. 743^2

RECENSIONEN. — ANALYSES.

A. Carli ED **A. Favaro.** BIBLIOGRAFIA GALILEIANA (1658—1895) RACCOLTA ED ILLUSTRATA. Roma 1896. In-8° VIII + 402 pages.

Cet ouvrage contient, en ordre chronologique, les titres de plus de deux mille écrits, avec des indications bibliographiques et des notes explicatives. On s'étonnera un peu qu'il existe un si grand nombre d'écrits concernant GALILEI, mais nous nous empressons d'ajouter, que les auteurs ont chiffré séparément différentes *éditions* de certains livres et nombré aussi à part des *analyses* d'ouvrages relatifs à GALILEI; de plus ils ont cité certains écrits où GALILEI n'est mentionné qu'en passant. Ainsi p. ex. dans l'ouvrage de PARASIN: *Systema mundi, in quo terræ immobilitas præcipue asseritur, ductis ex s. scriptura, ratione, et experientia argumentis* (Stockholmiæ 1648; [12] + 233 pages in-4°) signalé à la page 48 sous le n° 226, nous n'avons trouvé que dix lignes (p. 215, l. 4—8, p. 226, l. 1—5) se rapportant directement à GALILEI, et la *Storia di Inghilterra di* DAVID HUME (voir n° 761 à la page 183) semble avoir été signalée seulement parce qu'elle contient en passant un bref jugement sur la philosophie de GALILEI. En tout cas, les auteurs ont mis à jour par leur Bibliographie que les écrivains se sont occupés de l'éminent savant florentin beaucoup plus qu'on ne pourrait le croire à l'avance.

A la fin de la *Bibliografia Galileiana* il y a une table alphabétique des auteurs, et par un passage (p. VIII) de la préface on voit que MM. CARLI et FAVARO avaient originairement l'intention de dresser aussi une table des matières, mais qu'ils y ont renoncé à cause des difficultés qui s'opposaient à la réalisation de cette intention. Nous nous permettons de regretter vivement le manque d'une telle table, qui, selons nous, aurait été d'une très grande utilité, supposé naturellement qu'elle eût été convenablement rédigée. Par cette table on aurait pu trouver par un coup d'oeil p. ex. dans quels écrits les fameux mots »Eppur si muove» ont été mentionnés, et quels écrivains ont fait des études sur la philosophie de GALILEI. Par conséquent, nous ne pouvons nous ranger à l'avis des auteurs, que la table dont il s'agit »forse in ultima analisi sarebbe riuscito molto meno utile di quanto a prima giunta potrebbe credersi».

La *Bibliografia Galileiana* temoigne d'un grand zèle et d'une vaste érudition; cependant, en l'examinant de plus près, on est parfois tenté de croire que les auteurs, après avoir réuni et mis

en ordre les matériaux, ont été empêchés par d'autres occupations de soumettre l'ouvrage à une révision définitive. Voici quelques indications qui semblent confirmer cette supposition.

A la page VII de l'introduction on lit: »in generale, ogniqualvolta il titolo del lavoro non metteva nella necessaria evidenza l'argomento galileiano, lo abbiamo fatto seguire da illustrazioni». Il nous semble que cet avertissement concerne ce que les auteurs ont eu l'intention de faire, mais seulement avec des restrictions essentielles ce qu'ils ont fait, car nous avons noté un assez grand nombre d'écrits dont les titres sont reproduits sans additions, bien qu'ils ne fassent point de mention de GALILEI. S'il s'agit d'ouvrages relatifs au système de COPERNICUS, on peut très bien comprendre qu'il contiennent quelque chose sur GALILEI, mais peut-on dire que des écrits dont les titres sont p. ex. *Über die Himmelsgloben des* ANAXIMANDER *und* ARCHIMEDES (p. 202) et *Le recenti scoperte astronomiche* (p. 244) regardent évidemment GALILEI? En tout cas, des notes explicatives nous semblent avoir été à désirer pour les ouvrages dont les titres ne rendent point de compte du contenu, p. ex. celui intitulé (p. 250): *Scritti editi ed inediti di* VINCENZIO ANTINORI (Firenze 1868); sans doute le lecteur qui voudrait connaître tout ce qui a été écrit sur la philosophie de GALILEI, aurait été bien aise si la *Bibliografia Galileiana* avait reproduit au moins les renseignements que HOUZEAU et LANCASTER ont ajoutés en citant l'ouvrage d'ANTINORI (voir *Bibliographie générale de l'astronomie* I: 1 [Bruxelles 1889] p. 908).

P. 33. En s'appuyant sur une notice d'ALBÈRI, les auteurs signalent sans réserve, qu'un écrit de D. LIPSTORP: *Copernicus redivivus, sive de vero mundi systemate liber singularis* aurait été imprimé à Leide en 1635. Mais comme les ouvrages biographiques affirment que LIPSTORP ne naquit qu'en 1631, il est évidemment impossible qu'il eût publié son *Copernicus redivivus* déjà en 1635. En effet, la seule édition connue de cet écrit a paru en 1653 (cf. *Bibliografia Galileiana* p. 53), et la notice d'ALBÈRI renferme sans doute une simple faute d'impression, facile à corriger.

P. 130. Sous l'année 1762 est indiquée une note anonyme *De motu satellitum Jovis,* insérée aux Analecta transalpina, tome II, p. 104—111. Mais ce tome a aussi un autre feuillet de titre, savoir: »Epitome commentariorum regiæ scientiarum academiæ suecicæ pro annis 1747—1752, Suecico idiomate conscriptorum, sive analectorum transalpinorum volumen secundum», d'où il s'ensuit que

la note doit avoir été publiée en suédois plusieurs ans avant 1762. En effet, l'original suédois se trouve aux page 241—250 du tome IX (1748) des mémoires de l'académie des sciences de Stockholm (Vetenskapsakademiens handlingar), et on y voit que l'auteur était PEHR ELVIUS, secrétaire de l'académie (né en 1710, mort en 1749). Au reste, il y a deux autres traductions de cette note, savoir en allemand (*Von der Theorie der Bewegung der Jupitersmonden,* insérée à Der schwedischen Akademie der Wissenschaften Abhandlungen aus der Naturlehre, Haushaltungskunst und Mechanik X [1748], p. 243—252) et en russe (О теоріи движенія юпитеровыхъ спутниковъ, insérée aux Ежемѣсячныя сочиненія и извѣстія о ученыхъ дѣлахъ, 1763:1, p. 39—49).

P. 243. Après avoir mentionné un écrit de HENRI DE L'EPINOIS, les auteurs ajoutent: »Di questo medesimo autore abbiamo trovato citato un articolo dal titolo: „The history of Galileo" come inserito nei „Monthly notices of the astronomical society of London" dell' anno 1867, ma non ve lo abbiamo rinvenuto». Nous ignorons s'ils font allusion ici à quelque ouvrage imprimé ou seulement aux notes qu'ils ont prises eux-mêmes. En tout cas il est aisé de deviner comment on a pu attribuer par une erreur à L'EPINOIS un article sur GALILEI inséré au recueil cité. Si nous ouvrons le second tome de la *Bibliographie générale de l'astronomie* par HOUZEAU et LANCASTER, nous y trouverons à la colonne 141 le passage suivant:

L'Epinois, de. *Galilée, son procès, sa condamnation d'après des documents inédits etc.*
Revue des questions historiques, 1867.
*** *The history of Galileo.*
The Month, 1867.

Sans doute on a été induit à croire par ce passage que L'EPINOIS a publié dans les »Monthly notices» un article sur GALILEI. Mais par trois astérisques HOUZEAU et LANCASTER indiquent qu'un article est ***anonyme,*** et »The Month» ne signifie point »Monthly notices of the astronomical society of London». En effet, l'article »The history of Galileo» doit être identique à N° 1167 de la *Bibliografia Galileiana* (cf. aussi HOUZEAU et LANCASTER l. c. II, p. 1577).

P. 298. Les auteurs citent un article de SCHANZ: *Die Literatur zur Galilei-Frage* inséré à »Liter. Handw. n^{i} 16—18; 1878». Mais il faut très peu de sagacité pour deviner que cet article est identique à celui signalé à la page 302: P. SCHANZ: *Die Literatur zur Galilei-Frage* (Literarischer Handweiser, zu-

nächst für das katholische Deutschland XVIII, n° 16—18, pag. 252—254). — Münster 1879.

P. 326. On trouve ici l'indication suivante: »Über Descartes und sein Verhältniss zu Galilei, von MÄRTENS. — Leipzig, B. G. Teubner, 1885», avec la remarque: »Non sapremmo ben dire dove abbiamo pescata e in questi termini tale indicazione, la quale non abbiamo poi potuto riscontrare». Mais en consultant l'»Indice dei nomi» du tome **18** (1885) du Bullettino di bibliografia e di storia delle scienze matematiche e fisiche, recueil qui ne doit pas avoir été inaccessible aux auteurs, on apprend sans trop de travail que l'article de H. MÄRTENS dont il s'agit, est inséré aux pages 457—459 du tome **16** (1885) de la Zeitschrift für mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterricht.

Nous annexons ici quelques autrès remarques que nous avons faites pendant la lecture de la *Bibliografia Galileiana*.

P. 26. Nous ignorons pourquoi les auteurs n'ont pas mentionné l'original du N° 119 publié à Middelburg en 1629 avec le titre: *Bedenckingen op den dagelyckschen, ende jaerlyckschen loop van den aerdt-cloot, mitsgaeders op de ware af-beeldinghe des sienslijcken Hemels*, et réimprimé à Dortrecht [où à Middelburg?] en 1650 et en 1666 (cf. BIERENS DE HAAN, *Bibliographie néerlandaise historique-scientifique des ouvrages importants, dont les auteurs sont nés aux 16e, 17e et 18e siècles, sur les sciences mathématiques et physiques avec leurs applications*, Roma 1883, p. 161). D'après HOUZEAU (*Vade-mecum de l'astronome*, Bruxelles 1882, p. 352), il y en a aussi une traduction française par D. GOUBARD avec le titre: *Dissertation sur le mouvement diurne et annuel de la terre* (Middelbourg 1633).

P. 49. Il convient de faire observer que l'écrit anonyme *Epistola de terrae motu* (Ultrajecti 1651) a été réimprimé par D. GORLAEUS dans son *Idea physica* (cf. BIERENS DE HAAN, l. c. p. 316).

P. 131. Sous l'année 1766 on pourrait ajouter le *Nouveau dictionnaire historique-portatif, ou histoire abrégée de tous les hommes qui se sont fait un nom*, tome II (Amsterdam 1766) par l'abbé CHAUDON, où est rapportée à la page 207 la légende sur les mots »Eppur si muove», qui a été répétée plus tard par F. X. DE FELLER (cf. G. BERTHOLD, *»Eppur si muove»;* Zeitschr. für Mathem. **42**, 1897; Hist. Abth. p. 6).

P. 142. Sous le N° 586 les auteurs indiquent qu'une édition des *Historischen berichten van het leeven en de schriften van Galilei* de C. J. JAGEMANN a paru en 1784 à »Weimar bey

Hoffmann's Wittwe und Erben». Cette indication nous semble peu probable; selon HOUZEAU et LANCASTER (l. c. p. 905), la plupart des exemplaires de l'original *allemand* publié en 1783 et mentionné à la page 141 de la *Bibliografia Galileiana*, pourtent sur le feuillet de titre l'année 1784.

P. 252. D'après G. BERTHOLD (l. c. p. 5), la note de E. HEIS: *Das unhistorische des dem Galilei in den Mund gelegten: »E pur si muove»*, a paru aussi dans le recueil: Natur und Offenbarung (Münster) **14**, 1868, p. 371—376.

P. 371. Après le N° 2049 ajouter: O. LODGE, *Pioneers of science*, London 1893 (in-8°, XVI + 404 pages; contient aussi une notice sur GALILEI).

P. 393. Après LANSBERG, FILIPPO ajouter: LANSBERG, JACOPO, 130.

Dans sa *Serie duodecima di scampoli galileiani* (Atti e memorie della r. accademia di scienze, lettere ed arti di Padova **13**, 1897, p. 11—53), M. FAVARO a inséré aussi (p. 46—49) une bibliographie galiléienne pour l'année passée. A cette bibliographie on peut ajouter:

> Die Ausbreitung der Kopernikanischen Lehre durch Galilei. Galileo Galilei, Dialog über die beiden hauptsächlichsten Weltsysteme. 1632. (F. DANNEMANN, *Grundriss der Geschichte der Naturwissenschaften. Zugleich eine Einführung in das Studium der naturwissenschaftlichen Litteratur. I. Erläuterte Abschnitte aus den Werken hervorragender Naturforscher*, Leipzig, Engelmann 1896, p. 26—32).
>
> Galilei als Begründer der Dynamik. 1600. Vom Fall der Körper (DANNEMANN, l. c. p. 32—39).
>
> Die Entdeckuug der Jupitermonde und der Saturnringe. Zwei Briefe Galilei's an den ersten Staatssekretär des Grossherzogs von Toscana (DANNEMANN, l. c. p. 39—40).

A la fin nous nous permettons de joindre quelques petites observations sur les détails de la rédaction bibliographique de l'ouvrage dont nous avons rendu compte.

1) Les auteurs se sont fait une loi de copier toujours exactement les titres des tomes ou livraisons des recueils qu'ils leur faut mentionner. Donc, s'il s'agit d'une note insérée à la page 268 du tome **17** (1843) des »Comptes rendus» de l'académie des sciences de Paris, ils mettent à la suite du titre de la note:

> (*Comptes rendus hebdomadaires des séances de l'académie des sciences.* Tome dix-septième: Juillet—décembre 1843, pag. 268.) — *Paris, Bachelier, imprimeur-libraire*, 1843.

De même, les mots: *Bullettino di bibliografia e di storia delle scienze matematiche e fisiche. — Roma, tip. delle scienze matematiche e fisiche,* sont mis après le titre de chaque note publiée dans le »Bullettino» du prince BONCOMPAGNI.

Nous prenons la liberté de demander aux auteurs, s'il est véritablement nécessaire de répéter à chaque coup de tels titres *in extenso;* aux pages 254—261 on trouve p. ex. 47 fois l'indication ci-dessus mentionné relativement aux »Comptes rendus», et cette répétition devient à la longue très fatigante.

2) De nouvelles éditions ou traductions d'ouvrages relatifs à GALILEI sont en général rangées comme des écrits à part, sous l'année où l'édition ou la traduction a paru. Ce procédé nous semble recommandable seulement pour ce qui concerne les travaux de GALILEI lui-même; sinon, il vaut mieux mentionner sous la première édition tout ce qui se rapporte à l'écrit en question, et ajouter plus loin, s'il paraît nécessaire, des renvois bibliographiques.

3) De même, les auteurs ont mis à part un très grand nombre d'analyses d'ouvrages sur GALILEI; de notre côté, nous aurions préféré en général de ranger les analyses *sous* les ouvrages respectifs.

4) Par la bibliographie on peut apprendre le nombre de pages que contiennent les articles sur GALILEI parus dans des recueils, mais pour les écrits publiés séparément cela est impossible; n'est-ce pas qu'il y a là une petite inconséquence?

5) Dans les cas peu nombreux où MM. CARLI et FAVARO n'ont pas vu eux-mêmes l'écrit qu'ils mentionnent, ils ont marqué ce fait par un petit astérisque. Nous approuvons parfaitement cette mesure, mais nous regrettons qu'ils n'aient pas indiqué toujours où, à leur connaissance, l'écrit a été cité pour la première fois.

Par les remarques précédentes nous n'avons point voulu déprécier la valeur de l'ouvrage de MM. CARLI et FAVARO. Les indications y réunies seront toujours d'une grande utilité, et nous félicitons vivement les auteurs d'avoir enfin achevé le travail qui leur a donné tant de besogne. Si nous ne nous trompons pas, M. FAVARO a l'intention d'insérer au dernier tome des *Opere di* GALILEO GALILEI une nouvelle édition de la Bibliographie, et nous sommes convaincu que toutes les imperfections y seront éliminées.

Stockholm. G. ENESTRÖM.

A. Rebière. LES FEMMES DANS LA SCIENCE. Deuxième édition très augmentée et ornée de portraits et d'autographes. Paris, Nony 1897. In-8°, IX + 359 pages.

Il y a trois ans M. REBIÈRE publia une brochure de 85 pages avec le titre: *Les femmes dans la science;* maintenant il a consacré au même sujet un beau volume orné de 25 portraits, 5 autographes et 2 autres facsimiles. La partie principale consiste en un dictionnaire des femmes dans la sciences (286 pages) et l'auteur y a ajouté un compte rendu des opinions variées sur la question si la femme est capable de science, ainsi qu'un chapitre formé de menus propos sur les femmes et les sciences. Le dictionnaire mentionne, en ordre alphabétique, environ 600 femmes, parmi lesquelles MARIA GAETANA AGNESI, SOPHIE GERMAIN, HYPATIA, SOPHIE KOWALEVSKI, HORTENSE LEPAUTE, MARIA MITCHELL et MARY SOMERVILLE sont traitées plus largement.

En ouvrant le livre de M. REBIÈRE, on voit tout de suite que l'auteur n'a pas eu l'intention de séparer la paille du bon gré; il a mentionné parmi les femmes dans la science p. ex. la mère et la femme de KEPLER (p. 152), la fiancée d'ABEL (p. 169), la femme de CHR. COLUMBUS (p. 214), et la mère de D'ALEMBERT (p. 273). Par conséquent, il faut considérer son travail comme un recueil, aussi complet que possible, de matériaux pour l'histoire des femmes savantes, et à ce point de vue on ne peut le reprendre de son procédé. D'autre part, on aurait desiré peut-être qu'il eût cité plus amplement toutes les sources qu'il a utilisées.

Il va sans dire qu'un ouvrage tel que celui dont nous nous occupons, ne saurait jamais devenir ni complet ni tout à fait exact. Ci-après nous nous permettons de signaler quelques petites additions ou modifications qui nous semblent à propos.

P. 96. Müller (MARIA CLARA). Dans sa note: *Maria Klara Eimmart, ein Bild aus dem Gelehrtenleben des XVII. Jahrhunderts* (Germania 1895, p. 376—385), M. S. GÜNTHER a fait observer que l'écrit *Iconographia nova contemplationum de sole* (Nürnberg 1701) doit être attribué à G. CH. EIMMART et non pas à sa fille (cf. Biblioth. Mathem. 1896, p. 74—75).

P. 102. Fabri (CORNELIA). Ajoutez:

I primi moti vorticosi di ordine superiore al primo in relazione alle equazioni pel movimento dei fluidi viscosi. (*Bologna,* Accad. d. sc. dell' Istituto, Memorie 4_5, 1894, 383—392.)

Sulla teorica dei moti vorticosi nei fluidi incompressibili. (*Pisa,* Scuola normale superiore, Annali **7**, 1895, N° 4; 35 p.)

P. 112. **Gentry** (RUTH). Ajoutez:

On the forms of plane quartic curves. Dissertation presented to the faculty of Bryn Mawr College for the degree of doctor. New York 1896. 73 p.

P. 151. **Jaunez-Sponville** (LINA). La troisième édition du *Cours élémentaire de perspective* a paru à Paris en 1856.

P. 195. **Maddison** (ISABEL). Ajoutez:

On singular solutions of differential equations of the first order and the geometrical properties of certain invariants and covariants of their complete primitive. (Quart. journ. of mathem. **28**, 1896, 311—374.)

P. 230. Ajoutez: **Pullar** (ADELINE).

Geometry for kindergarten students specially adapted to meet the requirements of the examinations of the national Froebel union. New York, Macmillan 1897.

P. 252. **Scott** (CHARLOTTE ANGAS). Ajoutez:

Note on adjoint curves. (Quart. journ. of mathem. **28**, 1896, 377—381.)

P. 273. **Teupken** (WILLELMINE, actuellement Mme LIEFRINCK). Ajoutez:

Iets over fondsen en de overname er van bij maatschappijen van levensverzekering. (Archief voor de Verzekeringswetenschap **2**:6, 1897, 367—374.)

P. 283. **Wijthoff** (GEERTRUIDA). Ajoutez (cf. Biblioth. Mathem. 1896, p. 76):

Over de stabiliteit van elliptische banen, beschreven onder de werking van drie centrale krachten. (*Amsterdam,* Wisk. Genootsch., Nieuw Archief $\mathbf{3}_2$, 1896, 1—29.)

Parmi les fautes de plume, presque toutes faciles à corriger, nous n'indiquerons que les suivantes. P. 19: Les oeuvres *posthumes* d'une personne décédée en 1787 ne peuvent pas avoir été publiées en 1758; l'écrit d'ANNA AMORT est rédigé en tchèque (cf. Biblioth. Mathem. 1895, p. 65). — P. 40: Le non du mathématicien américain dont il s'agit est N. BOWDITCH (nom Boodwitch). — P. 191: Une découverte faite le 4 mai 1783 ne peut avoir été mentionnée par HEVELIUS, qui mourut en 1687. — Les noms et les titres d'écrits de femmes scandinaves sont parfois un peu maltraités; ainsi p. ex. il faut lire »på vattenståndet» au lieu de »pandet» à la page 218 et »läroämne» au lieu de »läroä» à la page 238. Les prénoms suédois »Nanny» et »Sanny» semblent être peu aimés par l'auteur, car il les a changés tous deux en »Fanny» (p. 52, 260).

L'intéressant ouvrage de M. REBIÈRE mérite incontestable-

ment d'être étudié par quiconque veut se former une opinion sur la question: à quel degré la femme est-elle capable de science? Mais pour répondre définitivement à cette question, il faut en premier lieu une analyse détaillée et impartiale des travaux scientifiques des femmes, et cette analyse nous manque encore. En effet, plusieurs des jugements cités par M. Rebière sentent évidemment un peu trop de la galanterie ou de la superficialité.

Stockholm. G. Eneström.

NEUERSCHIENENE SCHRIFTEN. — PUBLICATIONS RÉCENTES.

Bibliotheca Mathematica. Zeitschrift für Geschichte der Mathematik herausgegeben von || journal d'histoire des mathématiques publié par G. Eneström. Stockholm. 8°.

1896: 4. — [Analyse du cahier 1896:3:] Revue catholique des revues **1**:2, 1896, 1019—1020. (J. Boyer.)

Historisch-literarische Abtheilung der Zeitschrift für Mathematik und Physik herausgegeben von M. Cantor. Leipzig. 8°.

41 (1896): 6. — **42** (1897): 1.

Berthold, G., »Eppur si muove».

Zeitschr. für Mathem. **42**, 1897; Hist. Abth. 5—8.

Bobynin, V. V., Esquisse de l'histoire du calcul fractionnaire.

Biblioth. Mathem. 1896, 97—101.

Bobynin, V. V., Extraction des racines carrées dans la Grèce Antique.

Zeitschr. für Mathem. **41**, 1896; Hist. Abth. 193—211.

Boyer, J., Une savante milanaise au XVIII[e] siècle: la mathé maticienne Agnesi.

Revue catholique des revues **2**:1, 1897, 451—458 (avec portrait).

Braunmühl, A. von, Beitrag zur Geschichte der prosthaphäretischen Methode in der Trigonometrie.

Biblioth. Mathem. 1896, 105—108.

Dannemann, F., Grundriss der Geschichte der Naturwissenschaften. Zugleich eine Einführung in das Studium der naturwissenschaftlichen Litteratur. I. Erläuterte Abschnitte aus den Werken hervorragender Naturforscher. Leipzig, Engelmann, 1896.

8°, XII + 375 p. — [6 Mk.]

Dickstein, S., J. Bertrand o Wronskim.

Wiadomosci matematyczne (Warszawa) **1**. 1897, 23—26. — Sur un article par J. Bertrand relatif à Wronski.

Ebert, R., Die ältesten Rechentafeln der Welt.

Dresden, Gesellsch. Isis, Abhandl. 1896, 44—50.

Eneström, G., Bibliotheca Mathematica. General-Register der Jahrgänge | Table générale des années 1887—1896. Stockholm 1897.
8°, 85 p. — [5 fr.] — I. Table des auteurs (avec des notices biographiques et 43 portraits). II. Table méthodique des notes originales. III. Table des écrits analysés. IV. Table des noms et des matières.

Ernst, M., Tisserand. Gyldén. Gould.
Wiadomosci matematyczne (Warszawa) **1**, 1897, 29—36. — Nécrologies avec portraits.

°**Fano, G.**, Uno sguardo alla storia della matematica.
| *Mantova*, Accademia Virgiliana, Atti 1895. 34 p.

Favaro, A., Vent' anni di studi Galileiani. Roma 1896.
8°, 26 p.

Favaro, A., Serie duodecima di scampoli Galileiani.
Padova, Accad. di sc., Atti e Memorie **13**, 1897, 11—53.

Galilei, G., Opere. Edizione nazionale sotto gli auspicii di sua maestà il re d'Italia. Volume VI. Firenze 1895.
4°, 662 + (1) p. — Edition publiée sous la direction de M. A. Favaro.

°**Hagen, J. G.**, Index operum Leonardi Euleri. Berlin, Dames 1896.
8°, VIII + 80 p. — [2 Mk.] — [Analyse:] Mathesis **6**$_2$, 1896, 272—273.

Heiberg, J. L., Den græske Mathematiks Overleveringshistorie.
Kjöbenhavn, Vidensk. Selskab, Oversigt 1896, 77—93.

Hermite, Ch., Notice sur M. Weierstrass.
Paris, Acad. de sc., Comptes rendus **124**, 1897, 430—433.

Hill, J. E., Bibliography of surfaces and twisted curves.
New York, Americ. mathem. soc., Bulletin **3**$_2$, 1896, 133—146.

Hultsch, F., Erläuterungen zu dem Berichte des Jamblichos über die vollkommenen Zahlen.
Göttingen, Gesellsch. d. Wissensch., Nachrichten (Philol.-hist. Cl.) 1895, 246—255.

Hultsch, F., Poseidonios über die Grösse und Entfernung der Sonne.
Göttingen, Gesellsch. d. Wissensch., Abhandlungen (Philol.-hist. Cl.) **1**$_2$:5 [1897]. 48 p.

Hultsch, F., Eine Näherungsrechnung der alten Poliorketiker.
Jahrbücher für classische Philologie 1897, 49—54.

Krause, M., Gustav Ferdinand Mehler. †.
Mathem. Ann. **48**, 1897, 603—606.

Mansion, P., Notice bibliographique sur les travaux de Paul Mansion. Bruxelles 1897.
8°, 15 p. — Extrait de la Bibliographie académique.

°**Mortet, V.**, Un nouveau texte des traités d'arpentage et de géométrie d'Epaphroditus et de Vitruvius Rufus publié d'après le Ms. latin 13084 de la Bibliothèque royale de Munich. Avec une introduction de M. Paul Tannery.
| Notices et extraits des manuscrits de la bibliothèque nationale et autres bibliothèques **35**:2 (Paris 1896). (2) + 44 + (2) p. + 2 facsim. — [Analyse:] Deutsche Litteraturz. 1897, 414—417. (M. Curtze.)

°**Mortet, V.,** La mesure des colonnes à la fin de l'époque romaine d'après un très ancien formulaire.
Bibliothèque de l'école des chartes **57**, 1896. (4) + 48 p. — [Analyse:] Deutsche Litteraturz. 1897, 417. (M. CURTZE.)

°**Narbey,** Esquisse de l'histoire des origines du calcul infinitésimal.
Compte rendu du congrès scientifique international des catholiques 1891 (Paris 1891), **7**, 89—102. — [Analyse:] Cosmos (Paris) **45**, 1896, 340—341. (J. BOYER.)

Phillips, A. W., Hubert Anson Newton.
New York, Americ. mathem. soc., Bulletin 3_2, 1897, 169—173.

Rebière, A., Les femmes dans la science. Notes recueillies. Deuxième édition très augmentée et ornée de portraits et d'autographes. Paris, Nony 1897.
8°, IX + 359 + (1) p.

Reisner, G., Altbabylonische Maasse und Gewichte.
Berlin, Akad. der Wissensch., Sitzungsber. 1896, 417—426.

Schlesinger, L., Wilhelm Schrentzel.
Zeitschr. für Mathem. **42**, 1897; Hist. Abth. 1—5. — Nécrologie.

Steinschneider, M., Die arabischen Übersetzungen aus dem Griechischen. II. Mathematik.
Deutsche morgenl. Gesellsch., Zeitschrift **50**, 1896, 161—417.

Steinschneider, M., Johannes Anglicus und sein Quadrant.
Biblioth. Mathem. 1896, 102—104.

Steinschneider, M., Die Mathematik bei den Juden.
Biblioth. Mathem. 1896, 109—114.

Tannery, P., Sur l'inscription astronomique de Keskinto.
Paris, Acad. d. sc., Comptes rendus **120**, 1895, 363—365.

Vailati, G., Sull' importanza delle ricerche relative alla storia delle scienze. Prolusione a un corso sulla storia della meccanica (letta il giorno 4 dicembre 1896 nell' università di Torino). Torino 1897.
8°, 22 p.

Wessel, C., Essai sur la représentation analytique de la direction. Publié avec préfaces de H. VALENTINER et T. N. THIELE par l'académie royale des sciences et des lettres de Danemark à l'occasion du centenaire de sa présentation à l'académie le 10 mars 1797. Copenhague, Höst 1897.
4°, XIV + 60 p. + 3 pl. — La traduction a été revue par M. H. G. ZEUTHEN. La préface de M. VALENTINER contient aussi une notice biographique sur CASPAR WESSEL (né en 1745, mort en 1818).

Zanotti Bianco, O., Per la storia della teoria delle superficie geoidiche.
Torino, Accad. d. sc., Atti **31**, 1896, 621—638.

Question 61 [sur les premières monnaies portant des chiffres arabes].
Biblioth. Mathem. 1896, 120. (G. ENESTRÖM.)

Bemerkung zur Anfrage 60 [über den Ursprung der Benennung: »regula cecis»].
Biblioth. Mathem. 1896, 120. (H. Suter.)

Cajori, F., A history of elementary mathematics with hints on methods of teaching. New York, Macmillan 1896. 8°.
Biblioth. Mathem. 1896, 115—116. (G. Eneström.)

Cantor, M., Vorlesungen über Geschichte der Mathematik. Dritter Band. Vom Jahre 1668 bis zum Jahre 1759. Zweite Abtheilung. Die Zeit von 1700 bis 1726. Leipzig, Teubner 1896. 8°.
Edinburgh, Mathem. soc., Proceedings **14**, 1896, 148—174.

Carli, A. e Favaro, A., Bibliografia Galileiana (1568—1895) raccolta ed illustrata. Roma 1896. 8°.
Bullet. d. sc. mathém. **20**$_2$, 1896, 283—286. (P. Tannery.)

Fink, K., Lazare-Nicolas-Marguerite Carnot, sein Leben und sein Wirken nach den Quellen dargestellt. Tübingen, Laupp 1894. 8°.
Bullet. d. sc. mathém. **20**$_2$, 1896, 278—279. (G. D.)

Mathematisches Abhandlungsregister. 1895. Zweite Hälfte: 1. Juli bis 31. December.
Zeitschr. für Mathem. **41**, 1896; Hist. Abth. 219—232.

[Listes d'ouvrages récemment publiés.]
Biblioth. Mathem. 1896, 117—120. — Zeitschr. für Mathem. **41**, 1896; Hist. Abth. 217—218; **42**, 1897; Hist. Abth. 39—40.

ANFRAGEN. — QUESTIONS.

62. En parlant du mémoire de A. de Moivre *De fractionibus algebraicis radicalitate immunibus, ad fractiones simpliciores reducendis deque summandis terminis quarundam serierum æquali intervallo a se distantibus* (Philos. Transact. **32**, 1722, p. 162—178), M. Cantor (*Vorlesungen über Geschichte der Mathematik* **3**:2, 1896, p. 375) fait observer: »In De Moivre's Darstellung findet sich ein Begriff und ein dafür erfundenes Wort, welche von nun an der Mathematik angehören ... *recurrente Reihen.*» Cette remarque semble indiquer que le terme »série recurrente» a été introduit pour la première fois dans le mémoire qui vient d'être cité. D'autre part, on trouve dans quelques ouvrages d'histoire des mathématiques (voir p. ex. Hoefer, *Histoire des mathématiques,* Paris 1874, p. 519) des indications, par lesquelles on pourrait conclure que le terme »série recurrente» a été employé par Moivre déjà en 1718 dans la première édition de la *Doctrine of chances,* édition à

laquelle M. CANTOR n'a pas eu recours en rédigeant ses *Vorlesungen* (cf. CANTOR, l. c. p. 342).

Quand et où le terme »série recurrente» a-t-il été utilisé pour la première fois? (G. Eneström.)

---

63. A la page 86 de leur *Bibliografia Galileiana* (Roma 1896) MM. A. CARLI et A. FAVARO mentionnent un écrit de JOHN WILKINS intitulé: *A discovery of a new world or a discourse tending to prove that 't is probable there may be another habitable world in the Moon. With a discourse concerning the probability of a passage thither. Unto which is added: A discourse concerning a new planet, tending to prove that 't is probable our Earth is one of the planets. In two parts. The fourth edition corrected and amended* (London 1684), et ils ajoutent: »Non si rinvenne traccia alcuna delle tre edizioni anteriori, nemmeno nelle raccolte del British Museum». Mais dans le *Vademecum de l'astronome par* J. C. HOUZEAU (Bruxelles 1882) on trouve cités (p. 353, 354) deux écrits intitulés: *Discovery of a new world, or a discourse tending to prove that 't is probable there may be another habitable world in the Moon* (London 1638) et *Discourse concerning a new planet tending to prove that 't is probable our Earth is one of the planets* (London 1640; cf. CARLI e FAVARO l. c. p. 35), ainsi qu'un écrit intitulé: *Copernicus defended, or demonstration that the moon is a world and the Earth a planet* (London 1660; cf. CARLI e FAVARO l. c. p. 64).

N'est-ce pas que les écrits de 1660 et de 1684 sont de nouvelles éditions des deux brochures publiées en 1638 et 1640? En cas affirmatif, quand en a paru la troisième édition?

(G. Eneström.)

Réponse à la question 40.* Je ne puis, pas plus qu'en 1872, donner l'année et le lieu de la naissance de BÜRMANN, mais du moins l'anniversaire de sa mort ainsi que ses prénoms ont été découverts depuis. C'est HEINRICH VON FEDER qui, ayant fouillé les archives de Karlsruhe et de Mannheim pour son Histoire de cette dernière ville, a trouvé (*Geschichte der Stadt Mannheim* [Mannheim und Strassburg 1875—1876], t. I, p. 387, t. II, p. 60—65) que le professeur JOHANN HEINRICH BÜRMANN est mort à Mannheim le 21 juin 1817. Il avait fondé une Académie de commerce qui, sous ce titre pompeux,

* Reproduite d'après l'Intermédiaire des mathématiciens **4**, 1897, p. 47; la question a été réimprimée dans le tome **3** (1896) de ce recueil. (G. E.)

n'était et ne voulait être qu'une école dans laquelle on enseignerait à des élèves, à partir de l'âge de quinze ans, des connaissances nécessaires ou du moins utiles pour des commerçants. Cette école n'avait pas de vogue, à ce qu'il paraît, et le nombre des élèves diminuait au lieu d'augmenter, malgré une subvention de mille florins par an de la part du Gouvernement; aussi l'établissement fut-il fermé à la mort de BÜRMANN.

(Moritz Cantor.)

Remarque sur la question 60. Le mot que LAUREMBERG transcrit *Sekis* est aussi écrit, dans son *Arithmetica*, en caractères arabes dont la transcription exacte est *sikish*. Ce mot n'est pas arabe; mais on le trouve en turc où il signifie la cohabitation, le coïtus. C'est évidemment à cette idée que répond la traduction par adultère.

Cette remarque étant faite, je propose cette hypothèse: La lecture *sikish* doit être une lecture fautive; le mot qu'il aurait fallu lire est, selon toute probabilité, l'arabe *sikkîr*, qui ressemble beaucoup au premier. *Sikkîr* signifie buveur, ivrogne, et n'est autre chose que la traduction du latin *potator*. Le vrai nom de la règle serait donc: *règle des buveurs*, ce qui s'accorde très bien avec l'exemple que les arithméticiens en donnent. Les Arabes auront traduit ce nom dans leur langue, ce qui aura fait: règle des *sikkîr;* le nom *sikkîr*, mal lu et mal interprété, sera devenu *sikish*, puis par abréviation *siki*, et enfin *coeci*. Cependant je ne puis fournir la preuve formelle de cette dérivation, n'ayant pas retrouvé le mot *sikkîr* dans les ouvrages imprimés ni dans des traités manuscrits. (Carra de Vaux.)

Inhalt. — Table des matières.

Quatre numéros par an. Ce numéro est publié le 13 avril 1897.

STOCKHOLM, TRYCKT I CENTRAL-TRYCKERIET, 1897.

BIBLIOTHECA MATHEMATICA

ZEITSCHRIFT FÜR GESCHICHTE DER MATHEMATIK



JOURNAL D'HISTOIRE DES MATHÉMATIQUES

HERAUSGEGEBEN VON — PUBLIÉ PAR

GUSTAF ENESTRÖM.

1897. STOCKHOLM. N° 2.

NEUE FOLGE. 11. — NOUVELLE SÉRIE. 11.

BERLIN. MAYER & MÜLLER. Prinz Louis-Ferdinandstr. 2.

Preis des Jahrgangs 4 M. Prix par an 5 fr.

PARIS. A. HERMANN. Rue de la Sorbonne 8.

Versiera, Visiera e Pseudo-versiera.

Di Gino Loria a Genova.*

Che Gaetana Agnesi non sia stata la prima a considerare la versiera emerge da un passo di Fermat ove si tratta della quadratura della curva rappresentata dalla equazione[1]

$$y = \frac{a^3}{a^2 + x^2};$$

onde, sino a riduzione ulteriore, il merito della scienziata italiana deve limitarsi ad avere immaginate le costruzioni che ne riferimmo ed il nome con cui la curva viene di consueto indicata.

E poi curioso notare che la *pseudo-versiera* si ottiene applicando un metodo di trasformazione per le figure geometriche che risale alle origini del calcolo infinitesimale. Infatti Leibniz negli inizî delle sue indagini sulla quadratura delle aree piane[2] ha suggerito il seguente procedimento per dedurre da una curva piana Γ un' altra C: date due rette r e s fra loro perpendicolari, si conduce da un punto π di Γ la tangente a questa curva sinchè tagli r in T; poi da T si conduce la parallela a s e da π la parallela ad r; il loro punto d'incontro p sarà un punto di C. Questa curva si dice »figura resectarum» rispetto a Γ. Per trovare le formole che legano le coordinate ξ, η di π a quelle

* Aggiunte all' articolo inserito a pag. 7—12 di questo vol., nel quale articolo a pag. 7, lin. 8 dal basso, si deve leggere »versiera di Agnesi» in vece di »visiera di Agnesi».

x, y di p si assuma r per asse delle ascisse e s per asse delle ordinate.

Allora sarà evidentemente

$$x = \xi - \eta \frac{d\xi}{d\eta}, \qquad y = \eta.$$

E per ottenere l'equazione di C è sufficiente eliminare ξ, η fra queste equazioni e quella (o quelle) che rappresenta (o rappresentano) la curva Γ.

Sia per esempio Γ il cerchio di raggio a tangente nella origine all' asse delle x; si potrà porre

$$\xi = a \cos \varphi, \qquad \eta = a + a \operatorname{sen} \varphi,$$

onde

$$d\xi = -a \sin \varphi d\varphi, \qquad d\eta = a \cos \varphi d\varphi;$$

e le formole generali diverranno

$$\frac{x}{a} = \frac{1 + \operatorname{sen} \varphi}{\cos \varphi}, \qquad \frac{y}{a} = 1 + \operatorname{sen} \varphi.$$

Eliminando φ si vede che nel caso attuale la »figura resectarum» ha per equazione

$$y = \frac{2ax^2}{a^2 + x^2}$$

o anche

$$2a - y = \frac{2a^3}{a^2 + x^2},$$

equazione che rappresenta una pseudo-versiera di DE LONGCHAMPS, come si vede mutando in essa $2a - y$ in y. Resta così dimostrato quanto sopra asserimmo ed in pari tempo è provato come a torto si sia creduto[3] di far risalire a LEIBNIZ la versiera: tutt' al più si può connettere al grande emulo di NEWTON la pseudo-versiera.

[1] Vedi l'importante memoria *De aequationum localium transmutatione et emendatione* etc. (*Oeuvres de* FERMAT, T. I, Paris 1891, p. 279—280, T. III, Paris 1896, p. 233—234).

[2] LEIBNIZENS *Mathematische Schriften*. T. V (Halle a. S. 1858) p. 89 e 100.

[3] AUBRY, *De l'usage des figures de l'espace pour la définition et la transformation de certaines courbes* (Journ. de math. spéc. 5_4, 1896, p. 180).

Die Mathematik bei den Juden.

Von Moritz Steinschneider in Berlin.

Das XIV. Jahrhundert.

36. Ich beginne dieses Jahrhundert mit einem Gelehrten, dessen wissenschaftliche Thätigkeit wohl bis in das Jahr 1263 hinaufreicht, der aber jedenfalls noch einige Jahre nach 1300 gelebt hat.

Jakob ben Machir (oder Makhir), in der Landessprache Prophiat (?), lateinisch Prophatius genannt, von der Familie Tibbon (oder Tabbon), aus Marseille, in Montpellier, vielleicht Arzt, auch Übersetzer philosophischer Schriften aus dem Arabischen ins Hebräische, in hohem Alter, wahrscheinlich vor 1307 oder kurz vor 1309, als Vertreter der philosophischen Richtung im Sinne des Maimonides, gestorben, war seinen Hauptleistungen nach Mathematiker.[1] Er *übersetzte* aus dem Arabischen ins Hebräische folgende Schriften — nach den Namen der Verfasser geordnet, weil zu einer chronologischen Ordnung die Daten nicht ausreichend bekannt sind.

1. Autolykos, über die bewegte Sphäre (1273).
2. Costa ben Luka, über Behandlung des Himmelsglobus. Das angebliche Datum 1256 verdient keinen Glauben.
3. Djabir ben Afla'h, Astronomie.
4. Euklid, Elemente (inclusive Hypsikles, XV. Bücher). Das Verhältnis dieser Übersetzung zu der seines Verwandten Moses ibn Tibbon, bedarf noch einer genauen Untersuchung.
5. Euklid, Data (1272).
6. Ibn Heitham (vulgo Alhazen), Astronomie (1271). Näheres darüber in meiner *Notice sur un ouvrage inconnu d'ibn Haitham*. Extrait du Bullettino di bibliogr. d. sc. matem. **14**, Rome 1883 und mit neuem Titelbl. 1884 enthaltend das *Supplément* aus Bullettino **16**, 1883, p. 505—513. In dem (in Berlin gedruckten unpaginierten) *Appendice hébreu* (als p. 19—22 eingeheftet) gebe ich Proben dieser Übersetzung und der des Salomo ibn Pater (1322).
7. Menelaos, Sphærica.
8. Ibn 'Saffar, über das Astrolab.
9. Zarkali, die (von ihm erfundene) Scheibe. Für die lateinische Übersetzung dieser Abhandlung von Johann de Brixia (1263) hat Jakob wahrscheinlich als Dolmetsch gedient.[2]

Von eigenen hebräischen Schriften JAKOB's haben zwei eine grössere Verbreitung unter Juden und in lateinischer Übersetzung unter Christen gefunden.

1. Eine Abhandlung über einen von ihm erfundenen Quadranten, den er, mit Anspielung auf Num. 23, 10 und wohl auch auf seinen eigenen Namen JAKOB »Quadrant Israel's« benannte. Daraus wurde durch die lateinischen Bearbeitungen *Quadrans judaicus,* auch *Quadrans novus,* im Gegensatz zu einem älteren, in welchem ich denjenigen erkannte, welchen ich einem JOHANNES ANGLICUS zuschreiben musste, während Herr TANNERY als richtige Lesart den Namen ROBERTUS nachweist, so dass »Jo.« in den meisten Handschriften doch nur ein, allerdings auffallender, Schreibfehler für »Ro.«, der aber durch das häufigere Vorkommen des Namens JOHANNES *allein* nicht genügend motivirt scheint; doch kann uns ein unbekannter Umstand, der etwa den Irrtum gegen das Richtige begünstigte, gleichgiltig bleiben, da der Erweis nicht mehr zu bezweifeln ist. Durch diese Richtigstellung sind nicht bloss einige meiner Fragen und schüchternen Vermutungen in meinem Artikelchen »*Johannes Anglicus*« (Biblioth. Mathem. 1896, S. 102) erledigt, sondern auch einige Bemerkungen des Herrn TANNERY (Biblioth. Mathem. 1897, S. 3), da für mich »Robert« nicht den Verf. des *Quadrans vetus* bedeuten konnte.[2] Doch ist diese Namensfrage nur als Correctif von falschen Combinationen von Bedeutung; ungleich wichtiger ist das *sachliche* Verhältnis der beiden Quadranten zu einander, zu dessen Erörterung mich die Bemerkung des Herrn CURTZE veranlasst hatte, dass fast alle späteren Bearbeitungen des Quadranten Plagiate von der ROBERT's (dessen Namen ich nunmehr rückhaltlos anerkenne) seien. Ich meine, etwas Verdienstliches gethan zu haben, indem ich Herrn TANNERY veranlasste, schon jetzt zu erklären, dass der »jüdische Quadrant«, welcher zugleich das Astrolab vertreten sollte, eine Originalarbeit ist, über deren Bedeutung ich, als Laie, kein Urteil habe. Anderseits erklärt sich nur auf diese Weise, dass das hebräische Original in kurzer Zeit nicht weniger als drei lateinische Bearbeitungen fand.

Das hebräische Original besteht aus 16 Kapiteln, wovon das letzte für diejenigen bestimmt ist, welche das Instrument anfertigen wollen. Ich habe nachgewiesen, dass es zwei Recensionen dieser Abhandlung in verschiedenen Handschriften giebt; im Verzeichnis der hebr. Handschr. der K. Bibliothek in Berlin, Abth. 2 (1897) S. 153 teile ich den Index der Kapitel mit, der auf die, von NEUBAUER edirte Vorrede folgt,

und einige Differenzen der beiden Recensionen; die wichtigste ist der in die Vorrede eingeschobene Titel.

Die *lateinischen* Bearbeitungen, welche ich (*Hebr. Übers.* S. 608 ff.) näher bespreche, sind:

a) ARMENGAND (Hermengaud etc.) BLASIUS von Montpellier (gest. 1314), übersetzt »secundum vocem ejusdem«, also unter Dictat des Verfassers.

b) *Practila quadrantis novi*, wonach PROPHATIUS die Abhandlung 1288 verfasst und selbst 1301 verbessert hätte.

c) PETRUS DE S:TO AUDOMARE, wahrscheinlich Kanzler von Notre Dame, hat die Abhandlung corrigirt und vervollkommnet (»correcti et perfecti«), vielleicht 1320.

Vielleicht giebt es noch anonyme Auszüge.

Ein Anonymus hat eine der lateinischen Bearbeitungen ins Hebräische zurückübersetzt; nach meiner Auseinandersetzung steht das Hebräische dem lateinischen a) näher als dem b).

2. *Astronomische Tabellen* in hebräischer Sprache (mit der Radix 1300). Auch von diesem Werke giebt es verschiedene lateinische Bearbeitungen; ich weiss nicht, welche zuerst den Titel *Almanach perpetuum* einführte,[4] nämlich:

a) eine wörtliche Übersetzung;

b) eine Paraphrase, von welcher wieder eine *erweiterte* Recension existiert. Das Vorwort gab ich in hebräischem Original mit meiner lateinischen Übersetzung und den alten in der Abhandlung: PROPHATII etc. *Prooemium* (1876, s. oben Anm. 1).

3. Ein angebliches Compendium des *Almagest* ist nur eine kleine Abhandlung (4 Blätter ausfüllend) über Berechnung der Sehnen nach PTOLEMAEUS und EUKLID, als Ergänzung zu ABRAHAM BAR CHIJJA's Werk: Berechnung der (Stern-) Umläufe (oben § 22, S. 35; s. *Hebr. Übersetz.* S. 525).

37. Den ersten Jahrzehnten des XIV. Jahrh., ohne bekannte nähere sichere Grenze, gehören folgende Gelehrte an:

SALOMO FRANCO, ein freisinniger Exeget,[5] wird von JELLINEK als Verfasser von astronomischen Tafeln angesehen; doch vermute ich, dass sein Citat auf die Tafeln des ABRAHAM IBN ESRA (s. § 23 n. 3, S. 40) zu beziehen sei.

In Rom lebte BENJAMIN BEN JEHUDA, ebenfalls als Exeget bekannt, der Familie BOZECCO, wahrscheinlich auch der Familie ANAWIM (oben § 34) angehörig;[6] es ist nichts Mathematisches von ihm bekannt, und doch rühmt wohl niemand Anderen als ihn der bekannte Dichter und Freund DANTE's, IMMANUEL BEN SALOMO (um 1330) als »Vater (= Nestor) aller Arithmetiker

und Geometer», was bei aller poetischen Hyperbel nicht ohne allen Grund sein konnte!

Um 1330—1350 blühte wohl in Toledo JOSEF IBN NA'HMIAS, aus einer gelehrten Familie, welche mehrere Glieder mit demselben Vornamen zählt, darunter einen Verfasser eines astronomischen Werkes in arabischer Sprache, betitelt »Licht der Welt», wovon nur ein ms. mit hebräischen Lettern im Vatican n. 392 bekannt ist. Ein Anonymus übersetzte dieses Werk ins Hebräische; und von dieser Übersetzung ist gleichfalls nur ein ms. in der Bodleiana (Canon. 334) bekannt, welches in NEUBAUER's »*Catalogue*» übersehen ist.[7] — Einige Physiker, bemerkt er in der Vorrede, erheben Einwürfe gegen zwei mathematische Grundlagen der himmlischen Bewegungen, nämlich die excentrischen Sphären und die Epicykel, ferner die entgegengesetzten Kreisbewegungen, welche beide nach Ansicht der Gegner der Meinung des ARISTOTELES widersprechen. JOSEPH will gegen den zweiten Einwurf beweisen, dass in entgegengesetzten Kreisbewegungen kein logischer Widerspruch sei, auch nach der Ansicht des ARISTOTELES. In der Discussion des ersten Einwurfes erwähnt er des BITRODJI, welcher eine neue Theorie der Bewegungen ohne excentrische Sphären und Epicykel erfunden zu haben glaubte, auch die entgegengesetzten Bewegungen mit den Physikern verwarf. JOSEPH erteilt ihm das Lob, den Gegenstand zuerst behandelt zu haben, findet aber in seinen Principien nicht die Gründe für die wirklichen Differenzen der Bewegungen. BITRODJI's Lectüre hatte aber eine nachhaltige Einwirkung auf die Speculation JOSEPH's, welche ihm andere Gründe der Bewegungsdifferenzen als excentrische Sphären und Epicykel darbot, die er der Prüfung des Lesers vorlegt. — Das bisher fast unbekannte Werk verdiente wohl eine nähere Analyse.

38. Wir versuchen nunmehr in enger begrenzter chronologischer Reihenfolge andere Gelehrte des XIV. Jahrh. aufzuzählen.

JECHIEL B. JOSEF aus Lo Borgo (?) verfasste 1302 eine Schrift über das jüdische Kalenderwesen (*Injan Sod ha-Ibbur*), ms. in Petersburg, Firkowitz 370, dessen handschriftlicher Catalog dieselbe in der Stadt Cortona (?) verfasst sein lässt, wovon GURLAND, in seiner Beschreibung der mathematischen mss. in St. Petersburg (*Ginse* St. Pet. II, 1866, S. 25 n. 24) Nichts erwähnt, während das Datum auf »dem Titelblatt» (!) nicht ohne nähere Prüfung für das Werk selbst geltend gemacht werden darf.

Der Verfasser widmet ein Capitel dem christlichen Kalender, zuerst der Osterberechnung, welche bekanntlich eine modificirte jüdische und Gegenstand vielfacher Controverse ist. Die Namen der Sterne, der Zodiakalbilder und der Monate giebt das Werkchen auch in einer Sprache, welche als *la'az* bezeichnet wird, aber auch diese in hebräischem Schriftcharakter. Die Bezeichnung *la'az* bedeutet im Allgemeinen: »nicht-hebräsich«, wird aber im Mittelalter meist für die vernaculären, also romanischen Sprachen gebraucht; im späteren Mittelalter bedeutet es vorzugsweise italienisch, und die Sprache ist hier gemeint, sicherlich nicht »spanisch«, wie FIRKOWITZ ohne Bedenken und ohne Sachkenntnis angiebt. GURLAND verwirrt den sprachunkundigen Leser; er nennt die fremden Namen »lateinisch-italienisch« und schaltet in seiner Aufzählung hinter die hebräische Umschreibung, welche deutlich und correct, teilweise in Abbreviaturen, italienische Formen bietet, lateinische Namen in lateinischen Lettern ein! Die Sprachfrage ist nicht bloss für die Culturgeschichte der Juden in Italien von Bedeutung,[8] sondern auch für das Vaterland des Verfassers, auf welches auch der in Italien häufige Namen JECHIEL und die wahrscheinlichen Ortsnamen hinweisen.

Ein Cyklus (*Machsor*) von Gebeten und Hymnen nach römischem Ritus, geschrieben 1308, ms. Paris 609 (*Catalogue* p. 72 b) wegen seines Alters bemerkenswert, enthält die »14 Pforten« [des BENJAMIN BEN ABRAHAM, s. oben § 34] nach einem Synagogenkalender für 13 Lunarcykel [von NACHSCHON?].

39. Wir kommen nunmehr zu einem Autor und Werke, welche eine hervorragende Stelle in der jüdischen Literatur der Astronomie einnehmen und in gewisser Beziehung den Culminationspunkt dieser Wissenschaft bei den Juden im Mittelalter bilden.

Im Jahre 1310 verfasste der Toledaner ISAAK B. JOSEF aus der gelehrter Familie ISRAEL oder ISRAELI[9] für den dortigen, aus Deutschland geflohenen, in jener Wissenschaft unbewanderten Rabbiner ASCHER BEN JECHIEL ein umfassendes Werk über Astronomie in hebräischer Sprache, welches eine genauere Analyse verdiente, als hier der Platz gestattet.[10] Dasselbe gelangte sehr bald zu dem verdienten hohen Ansehen, so dass eine kürzere Bearbeitung nicht lange auf sich warten liess und schon vom eigenen Sohne JOSEF bearbeitet wurde. Das Werk ist auch von christlichen Bibliographen sehr gerühmt worden, welche es allerdings nur aus Handschriften kannten und nach dem Zeugnisse GRODECKS haben auch SCALIGER und PETAVIUS Vieles daraus geschöpft.

Das Buch, betitelt »Fundament der Welt», wurde zuerst in einer, für unsere Anforderungen nicht genügenden Weise herausgegeben von BARUCH BEN JAKOB aus Sklow (einem Fachkundigen) Berlin 1777 in 4°; dann aus einem ms. vervollständigt und mit den (rectificirten und complettirten) Tabellen und Noten herausgegeben von (dem sachkundigen) BERL GOLDBERG und ROSENKRANZ [letzterer nur buchhändlerisch beteiligt], nebst einer Analyse des Inhalts in deutscher Sprache [von DAVID CASSEL] Berlin 1846, 1848 (die V Tractate in II Abteilungen) in 4° (auch mit latein. Titel: »*Liber 'Jesod Olam' sive Fundamentum Mundi opus astronomicum celeberrimum auctore* R. ISAAC ISRAELI» etc.). — Zur Characteristik des klassischen Werkes müssen hier folgende Andeutungen genügen.

Den Impuls zur Abfassung desselben hatte allerdings das practische Bedürfnis der Kunde des jüdischen Kalenders gegeben, welcher im IV. Tractate nach allen Seiten hin behandelt, in den Tabellen (V. Tractat) practisch ausgeführt ist, und zwar nicht ohne Originalität, wie es scheint. Der Herausgeber findet hier zuerst den Schlüssel von 61 Kalendergrenzen, nach welchen die Berechnung oder Constitution der einzelnen Jahreskalender vereinfacht werden kann.[11] Allein ISRAELI ist auch ein geschulter Systematiker und, nach dem Muster der Alten, widmet er den I. Tractat den wichtigsten geometrischen Vorkenntnissen [wahrscheinlich nach EUKLID etc.], den II. der allgemeinen Astronomie, den III. dem Laufe von Sonne und Mond. Eine andere, noch heute anerkennenswerte Seite des Buches ist die vielfache Berücksichtigung der Geschichte der Astronomie nicht nur bei den Juden, sondern auch bei den Arabern (bei den Griechen aus indirecten Quellen) und Spaniern. Wir verdanken daher diesem Werke wertvolle Nachrichten, unter And. über AL-BATTANI, ZARKALI, IBN 'SÂID (in Toledo), über den Hauptbearbeiter der alfonsinischen Tafeln, ISAK IBN SID etc., welche erst seit kurzem durch indirecte Mitteilungen teilweise zur Kenntnis grösserer Kreise gelangen. Leider ist die Aufsuchung der betreffenden Stellen nicht durch einen Namensindex erleichtert. Seine wissenschaftliche Ansicht im Allgemeinen äussert ISAK am Schlusse des 7. Cap. des IV. Tr. (nach der deutschen Analyse): » Die Astronomie ist nun einmal eine Wissenschaft, die nicht auf blossen Verstandesschlüssen beruht, wie die Mathematik, sondern auch die Erfahrung, und nicht bloss die eines Menschenlebens, zu Hilfe nehmen muss. So fusste PTOLEMAEUS auf den Erfahrungen HIPPARCH's,

so wie des *Aftiman* und *Aktiman,*[12] die 600 Jahre vor ihm gelebt haben sollen.»

[1] PROPHATII, *Prooemium* etc. (s. weiter unten) 1876; vgl. *Histoire littér. de la France* **27** (1877) p. 603—607 (dazu 745—746) und p. 621; *Hebr. Übers.*, Index p. 1057.

[2] Genaueres s. in den Citaten: *Hebr. Übersetz.* S. 976.

[3] Herr TANNERY war so freundlich, mir seinen Artikel durch den Herrn Redacteur der Biblioth. Mathem. vorlegen zu lassen, als ich gerade in Folge eines Beinbruches in Dezember vorigen Jahres an der Benutzung meiner liter. Hilfsmittel verhindert war. Aus meiner (nicht abgedruckten) kurzen Nachbemerkung zu seinem Artikel nahm er Veranlassung zu seiner Nachschrift (oben p. 6). Auf das Übrige einzugehen wäre ich jetzt durch einen andern Zufall verhindert, halte es aber auch für angemessen, den Abdruck seiner Abhandlung in den *Notices et Extraits* abzuwarten.

[4] Näheres in dem unter b) citirten: PROPHATII etc. *Prooemium.*

[5] S. AD. JELLINEK, in der Zeitschrift Ben Chananja 1861 S. 88; doch ist die von ihm benutzte Handschrift *nicht* von SALOMO FRANCO selbst, sondern der Supercommentar von GATIGNO, worin Citate aus SALOMO FRANCO vorkommen; s. ERSCH und GRUBER, unter *Gatigno.* Vgl. KAYSERLING's Homil. Beibl. I S. 35 a. 3; GEIGER's Jüd. Zeitschrift VI, 122 und meine Mitteilung bei A. BERLINER, Pletath Soferim, S. 52 a. 5.

[6] Hebr. Bibliogr. XVIII, 9; vgl. A. BERLINER, *Gesch. d. Juden in Rom* II, 118; VOGELSTEIN und RIEGER, *Gesch. d. Juden in Rom* I, 388; der daselbst angeführte BERGER erwähnt nichts von Mathematik des BENJAMIN.

[7] *Hebr. Übersetz.* S. 597; M. L. BAMBERGER weiss auch im zweiten Teil seiner Diss. über IBN NA'HMIAS (1893) nichts von dem astronomischen Werke.

[8] Vgl. mein: *Letteratura italiana dei giudei,* Sonderabdruck aus dem Buonarroti 1884.

[9] Quellen in meinem *Catal. Bodl.* p. 1124 und Add. — Die Abstammung der englischen Familie (Lord BEACONSFIELD) von dieser Toledanischen ist mehr als zweifelhaft.

[10] Vgl. meine Anzeige eines Teiles der Berl. Ausgabe 1846 im Magazin für die Literatur des Auslandes desselben Jahres S. 378, woraus hier Einiges wiederholt ist.

[11] B. GOLDBERG selbst hat in der That diese Entdeckung seinem Büchlein: »Chronologische Tafeln zur immerwähren-

den Berechnung des jüdischen Kalenders» (Königsberg 1847) zu Grunde gelegt, ohne eine Quelle dafür zu nennen!

[12] Arabistische Entstellung von METON und EUKTEMON: s. Zeitschr. d. deutschen morgenl. Gesellsch. **24,** 1870, S. 355, 358, 390.

Sur la découverte de l'intégrale complète des équations différentielles linéaires à coefficients constants.

Par G. ENESTRÖM à Stockholm.

Au commencement du 18e siècle la théorie générale des équations différentielles était encore peu développée. On avait intégré certaines classes d'équations du premier ordre, et on s'était aussi occupé avec succès de quelques équations du second ordre, dont l'intégration pouvait être effectuée par réduction au premier ordre. De même, quand un problème proposé menait à une équation différentielle du troisième ordre, on essayait de le résoudre par trois intégrations successives, et JEAN BERNOULLI avait trouvé[1] avant 1700 une méthode d'intégrer par n opérations successives l'équation différentielle

$$y + Ax\frac{dy}{dx} + Bx^2\frac{d^2y}{dx^2} + \ldots + Nx^n\frac{d^ny}{dx^n} = 0.$$

C'est à EULER qu'on doit la découverte de la première méthode d'intégrer par une seule opération une équation différentielle du $n^{\text{ème}}$ ordre. Cette méthode est applicable à des équations linéaires à coefficients constants, et elle a été exposée premièrement dans le mémoire: *De integratione æquationum differentialium altiorum graduum* publié en 1743 dans le tome VII (p. 193—242) des Miscellanea Berolinensia. Mais déjà quelques ans plus tôt, EULER l'avait trouvée, et il en avait rendu compte dans sa correspondance avec JEAN BERNOULLI. Comme il n'est pas sans intérêt de connaître la première exposition qu'EULER a donnée de sa méthode, nous allons la reproduire d'après ses lettres inédites.

La première lettre où EULER parle de l'intégration d'équations différentielles linéaires d'ordre quelconque est celle du 15 septembre 1739. Il y écrit:

> Inveni nuper singularem modum æquationes differentiales altiorum graduum una vice ita integrandi, ut statim ad æquationem finitam perveniatur. Patet autem hæc methodus ad omnes æquationes, quæ in hac generali forma continentur:

$$y + \frac{a\,dy}{dx} + \frac{b\,ddy}{dx^2} + \frac{c\,d^3y}{dx^3} + \frac{d\,d^4y}{dx^4} + \frac{e\,d^5y}{dx^5} + \text{etc.} = 0$$

posito dx constante. Ad hanc æquationem generatim integrandam considero æquationem hanc seu expressionem algebraicam:

$$1 - ap + bp^2 - cp^3 + dp^4 - ep^5 + \text{etc.} = 0.$$

Hæc expressio si fieri potest in factores simplices reales hujus formæ $1 - \alpha p$ resolvatur: sin autem hoc fieri nequeat, resolvatur in factores duarum dimensionum hujus formæ $1 - \alpha p + \beta pp$, quæ resolutio realiter semper institui potest, hocque modo prodibit superior expressio sub forma producti ex factoribus vel simplicibus $1 - \alpha p$ vel duarum dimensionum $1 - \alpha p + \beta pp$, omnibus realibus. Facta autem hac resolutione, dico valorem ipsius y finitum per x et constantes expressum constare ex tot membris, quot factores habeantur expressionis illius algebraicæ, singulosque factores præbere singula integralis membra. Nempe factor simplex $1 - \alpha p$ dabit integralis membrum

$$Ce^{-\frac{x}{\alpha}},$$

factor autem compositus $1 - \alpha p + \beta pp$ dabit integralis membrum hoc

$$e^{-\frac{\alpha x}{2\beta}}\left(C \sin A. \frac{x\sqrt{4\beta - \alpha\alpha}}{2\beta} + D \cos A. \frac{x\sqrt{4\beta - \alpha\alpha}}{2\beta}\right)$$

ubi $\sin A$ et $\cos A$ mihi denotant sinum vel cosinum arcus sequentis in circulo cujus radius $= 1$ sumti: notandum autem est, si expressio $1 - \alpha p + \beta pp$ in factores simplices reales resolvi nequeat uti pono, tum fore $4\beta > \alpha\alpha$ ideoque integrale reale. Proposita sit exempli gratia hæc æquatio

$$ydx^4 = k^4 d^4 y, \quad \text{seu} \quad y - \frac{k^4 d^4 y}{dx^4} = 0;$$

ex hac nascetur expressio algebraica hæc $1 - k^4 p^4$, cujus factores reales sunt tres $1 - kp$, $1 + kp$ et $1 + k^2 p^2$; ex quibus oritur æquatio integralis hæc:

$$y = Ce^{-\frac{x}{k}} + De^{\frac{x}{k}} + E \sin A. \frac{x}{k} + F \cos A. \frac{x}{k};$$

in qua expressione ob quadruplicem integrationem unica operatione peractam quatuor insunt novæ constantes C, D, E et F, uti natura integrationis postulat. Alia vice, si tibi, vir excellentissime, placuerit, hujus methodi demonstrationem perscribam.

A cette lettre JEAN BERNOULLI répondit le 9 décembre 1739:[2]

Non minus quoque curiosus videtur modus tuus æquationes differentiales altiorum graduum una vice ita integrandi, ut statim ad signationem finitam perveniatur. Memini me jam ante multos annos simile quod invenisse, quod in adversariis meis consignavi, sed nunc inquirere non vacat.

Par ces mots on pourrait se douter que JEAN BERNOULLI eût trouvé le premier une méthode d'intégrer des équations différentielles d'ordres supérieurs, mais en poursuivant la lecture de la réponse, on voit qu'il n'en est rien. JEAN BERNOULLI renvoie à son article: *Clar. Taylori mathematici Angli problema analyticum, quod omnibus geometris non-Anglis proposuit, solutum* (Acta eruditorum 1719, 256—270), où il s'agit de la décomposition de l'expression $x^4 + a^4$ en deux facteurs réels du second degré, et il fait voir que l'équation

$$\frac{d^n y}{dx^n} + a_1 \frac{d^{n-1} y}{dx^{n-1}} + \ldots + a_{n-1}\frac{dy}{dx} + a_n y = 0$$

a toujours une intégrale *particulière* de la forme

$$y = e^{mx}$$

où m est une constante (réelle ou imaginaire), mais il n'est pas en état de déduire l'intégrale complète, ni même une intégrale réelle de l'équation

$$y + \frac{k^4 d^4 y}{dx^4} = 0.$$

Dans sa lettre du 19 janvier 1740, EULER continuait ses renseignements sur sa découverte. Voici ce qu'il y dit:

Quod suspicaris, vir exc., ad methodum meam integrandi æquationes differentiales altiorum graduum, quæ hac forma generali continentur

$$0 = y + \frac{ady}{dx} + \frac{bddy}{dx^2} + \frac{cd^3 y}{dx^3} + \text{etc.}$$

ansam mihi præbuisse ingeniosam illam tuam analysin, qua problema Cotesianum a TAYLORO propositum resolvisti, quanquam insignis similitudo intercedit, tamen postquam problema multis modis tractassem, prorsus inopinato in meam solutionem incidi, atque ante nequidem suspicione agnoveram, resolutionem æquationum algebraicarum in hoc negotio quicquam subsidii afferre posse. Mox quidem pariter ac tu, vir celeb., intellexi in hujusmodi æquationibus logarithmicas contineri, modo plures, modo pauciores, sæpius etiam nullas, quæ parametros habeant reales. Verum meum institutum in hoc præcipue versa-

batur, non tam ut unam atque alteram æquationem integralem exhiberem, quæ propositæ differentiali satisfaceret, quam ut æquationem integralem completam eruerem, quæ æque late ac ipsa differentialis pateret, et quæ omnes omnino æquationes particulares satisfacientes simul in se complecteretur. Imprimis autem in eo eram occupatus, ut æquatio integralis a quantitatibus imaginariis penitus esset libera, id quod mihi ex voto consecutus esse videor. Quod enim oggeris hujus æquationis

$$y + \frac{k^4 d^4 y}{dx^4} = 0$$

integralem mea methodo inventam imaginariam esse futuram, id, si quidem meam methodum attentius inspicere dignaberis, aliter deprehendes. Pervenio namque ad hanc æquationem algebraicam $p^4 + k^4 = 0$, quæ in has duas æquationes duarum dimensionum resolvitur

$$p^2 + kp\sqrt{2} + k^2 = 0 \quad \text{et} \quad p^2 - kp\sqrt{2} + k^2 = 0,$$

unde obtineo hanc æquationem integralem completam

$$y = Ce^{\frac{x}{k\sqrt{2}}} \sin A.\frac{x}{k\sqrt{2}} + De^{\frac{x}{k\sqrt{2}}} \cos A.\frac{x}{k\sqrt{2}}$$
$$+ Ee^{-\frac{x}{k\sqrt{2}}} \sin A.\frac{x}{k\sqrt{2}} + Fe^{-\frac{x}{k\sqrt{2}}} \cos A.\frac{x}{k\sqrt{2}}$$

cujus æquationis quatuor constantes C, D, E et F manifesto testantur hanc æquationem esse integralem completam. Quodsi enim æquatio differentialis quarti ordinis proposita

$$y + \frac{k^4 d^4 y}{dx^4} = 0$$

quater omni extensione integretur necesse est ut quatuor novæ constantes in finalem æquationem integralem ingrediantur. Præcipuum autem, quo hæc mea methodus aliis antecellere videtur, in hoc consistit, quod non opus habeam tot integrationes successive instituere, quot gradus habent differentialia, sed uno quasi actu inveniam æquationem integralem finitam. Simili fere modo possum etiam æquationem integralem completam ac realem invenire, quæ satisfaciat huic æquationi differentiali indefiniti gradus

$$0 = y + \frac{axdy}{dx} + \frac{bx^2 ddy}{dx^2} + \frac{cx^3 d^3 y}{dx^3} + \frac{dx^4 d^4 y}{dx^4} + \text{etc.};$$

posito dx constante.

Des remarques ultérieures de JEAN BERNOULLI[1] donnaient lieu à de nouvelles communications de la part d'EULER sur le même sujet. Ainsi il fait observer dans sa lettre du 20 juin 1740:

Quæ de integratione æquationum differentialium indefiniti gradus mihi rescribis, mirifice mihi placent; methodus quidem, qua uteris, vir excell., in æquatione

$$0 = y + \frac{ady}{dx} + \frac{bddy}{dx^2} + \frac{cd^3y}{dx^3} + \text{etc.}$$

fere congruit cum mea, altera autem quam præbes pro æquatione

$$0 = y + \frac{axdy}{dx} + \frac{bxxddy}{dx^2} + \frac{cx^3d^3y}{dx^3} + \text{etc.}$$

a mea maxime discrepat, mihique compendia nonnulla patefecit, quæ ex mea methodo non tam sponte manarent. Ceterum mea methodus hoc præcipue discrepat, quod semper æquationem realem exclusis imaginariis præbeat: id quod nisi ad quantitates vel exponentiales vel a circuli quadratura pendentes confugere velimus, effici omnino nequit.

Et dans sa lettre du 18 octobre 1740, il ajoute:

Nunquam ego quantum memini dixi methodum tuam integrandi hanc æquationem

$$0 = y + \frac{ady}{dx} + \frac{bddy}{dx^2} + \frac{cd^3y}{dx^3} + \text{etc.}$$

non satis esse generalem: sed tantum dixi eam hoc laborare incommodo, ut sæpissime integrale quantitatibus imaginariis involutum exhibeat. Quotiescunque autem æquationis differentialis realis invenitur æquatio integralis imaginariis inquinata, toties ea in aliam formam illi quidem æquivalentem sed realem transformari potest, atque in hoc solo mea methodus a tua differt, ut mea statim illas expressiones reales pro integrali exhibeat. Quo in negotio miror te, vir celeb., integrale æquationis

$$y + \frac{ed^4y}{dx^4} = 0$$

a me datum a tuo re vera discrepans arbitrari, cum ego tantum logarithmicarum imaginariarum, quas tu invenis, statim earum valores reales per quadraturam circuli expressos exhibeam; eoque magis miror quod tu primus reductionem quadraturæ circuli ad logarithmos imaginarios et vicissim

patefeceris.[4] Categorice itaque, uti postulas, respondeo, me integrale æquationis

$$y + \frac{ed^4 y}{dx^4} = 0$$

a me datum non solum pro vero agnoscere, verum etiam id a tuo logarithmis imaginariis constante specie tantum, non autem ipsa re dissentire. Æque nimirum integralia nostra inter se conveniunt, ac istæ expressiones $e^{x\sqrt{-1}} + e^{-x\sqrt{-1}}$ et $2 \cos A \,.\, x$, etsi specie maxime a se invicem diversæ, existente $le = 1$: utraque enim expressio in seriem mutata eandem dat seriem

$$2\left(1 - \frac{xx}{1\,.\,2} + \frac{x^4}{1\,.\,2\,.\,3\,.\,4} - \frac{x^6}{1\,.\,2\,.\,.\,.\,6} + \text{etc.}\right).$$

Utraque etiam est valor integralis ipsius y ex æquatione

$$ddy + y\,dx^2 = 0;$$

cujus ideo si alter nostrum dicat integrale esse

$$y = e^{+x\sqrt{-1}} + e^{-x\sqrt{-1}}$$

alter vero esse

$$y = 2 \cos A.\, x\,,$$

diversis quidem modis idem dicimus, at posterior expressio magis est intelligibilis, ex eaque facilius pro quovis ipsius x valore proposito conveniens valor ipsius y exhiberi potest. Demonstrare autem possum, quoties in integratione tua methodo instituta perveniatur ad logarithmicas imaginarias, eas semper ita esse comparatas ut illarum binæ conjunctæ sinum vel cosinum cujuspiam arcus, hoc est quantitatem realem repræsentant; atque mea methodo statim valores hos reales loco quantitatum imaginariorum introduco.

Aussi dans une lettre, actuellement perdue, du 16 septembre 1741, Euler s'est occupé de l'intégration des équations différentielles linéaires, comme il résulte d'un passage de la lettre de Jean Bernoulli du 28 octobre 1741.[5]

Il s'ensuit des extraits rapportés ci-dessus qu'Euler avait trouvé sa méthode déjà en 1739, et que la découverte en fut faite presque inopinément (*prorsus inopinato*). Euler relevait aussi expressément, que cette méthode différait essentiellement de celles proposées antérieurement en ce qu'elle donnait immédiatement l'intégrale complète, sans qu'on eût besoin d'intégrations successives.

Il convient de faire observer que, dans sa lettre du 18 octobre 1740, EULER a indiqué la formule[6]

$$e^{x\sqrt{-1}} + e^{-x\sqrt{-1}} = 2 \cos x,$$

mais qu'il n'en ressort pas, s'il avait encore remarqué les formules

$$e^{x\sqrt{-1}} = \cos x + \sqrt{-1} \sin x, \quad e^{-x\sqrt{-1}} = \cos x - \sqrt{-1} \sin x$$

qu'on rencontre pour la première fois dans l'*Introductio in analysin infinitorum.*[7]

Toutes les recherches d'EULER dont je viens de parler, se rapportent exclusivement à des équations différentielles linéaires de la forme

$$\frac{d^n y}{dx^n} + a_1 \frac{d^{n-1} y}{dx^{n-1}} + \ldots + a_n y = 0;$$

le cas où le second membre n'est pas o, mais une fonction de x, n'a été traité par EULER que dans le mémoire *Methodus nova æquationes differentiales altiorum graduum integrandi ulterius promota* publié en 1753 dans le tome III (p. 3—35) des Novi commentarii academiæ scientiarum Petropolitanæ.

[1] Comparez la *Correspondance mathématique* et *physique de quelques célèbres géomètres du XVIIIème siècle, publiée par* P. H. FUSS. Tome II (S:t Pétersbourg 1843), p. 36. La »scheda separata» dont parle JEAN BERNOULLI, n'a pas été publiée par FUSS — sans doute parce qu'il n'y avait pas recours — mais le brouillon de JEAN BERNOULLI est gardée à la Bibliothèque de l'académie des sciences de Stockholm. JEAN BERNOULLI multiplie l'équation proposée par x^p et détermine p de manière que le premier membre en puisse être immédiatement intégré. Il obtient alors une équation du $(n-1)^{\text{ème}}$ ordre semblable à la proposée, et après n opérations successives il parvient à l'intégrale demandée.

[2] Comparez FUSS, l. c. II, p. 28—29.

[3] Comparez FUSS, l. c. II, p. 35—36, 47—48.

[4] EULER fait allusion ici au mémoire de JEAN BERNOULLI: *Solution d'un problème concernant le calcul intégral, avec quelques abregés par rapport à ce calcul* (Histoire de l'académie des sciences de Paris 1702; Mémoires p. 296—305).

[5] FUSS, l. c. II, p. 62.

[6] Un cas particulier de cette formule a été mentionné vers le même temps par EULER dans une lettre adressée à

Goldbach (Fuss, l. c. I, p. 111; comparez R. Reiff, *Geschichte der unendlichen Reihen*, Tübingen 1889, p. 103—105).

[7] Comparez H. Suter, *Geschichte der mathematischen Wissenschaften*, II (Zürich 1875), p. 271—272.

Sur les lettres de Léonard Euler à Jean I Bernoulli.

Par G. Eneström à Stockholm.

Depuis un siècle, la plus grande partie de la correspondance de Jean I Bernoulli, appartient à l'académie des sciences de Stockholm, qui l'avait achetée en 1797 par Jean III Bernoulli.[1] Ce recueil précieux contient aussi quelques copies des lettres de Jean Bernoulli à Euler et 17 lettres (1727—1740) d'Euler à Jean Bernoulli. Celles-là sont déjà publiées, en partie par Fuss,[2] en partié par moi-même,[3] mais celles-ci sont encore inédites, et dans ce qui suit, je me propose de donner un sommaire de ces lettres.

Abstraction faite des deux premières, qui sont assez courtes, les lettres contiennent 3—8 pages in-4°, et le format du papier est en général 23 × 18 cm; l'écriture en est souvent très serrée, de manière que l'impression de ses 75 pages écrites exigerait probablement plus de 80 pages de la Bibliotheca Mathematica. La langue dont s'est servi Euler est le latin, sauf pour ce qui concerne la lettre du 25 mai 1731, laquelle est écrite en allemand. Il y a plusieurs ratures, dont une (dans la lettre du 20 décembre 1738) est faite par Euler lui-même, mais les autres (dans les lettres du 27 août 1737, 10 décembre 1737, 26 avril 1738, 5 mai 1739, 15 septembre 1739, 19 janvier 1740, 20 juin 1740) sont peutêtre de la main de Jean II Bernoulli (fils de Jean I Bernoulli).

Sommaire des lettres d'Euler.

1. *S:t Pétersbourg le 5 novembre 1727.* [1 page.]

Remarques sur les trajectoires réciproques. Difficultés dans la théorie des écoulements de fluides par des orifices de vases. Sur un traité projeté sur l'acoustique. Sur la signification géométrique de l'équation $y = (-1)^x$.

2. *S:t Pétersbourg le 10 décembre 1728.* [$1\frac{1}{4}$ pages.]

Sur l'équation $y = (-1)^x$ et sur les logarithmes des quantités négatives. Sur les équations différentielles

$$yyddy = xdx^2$$

$$ddx = x^n Y dx^{m-n} dy^{2-m} + x^p Y dx^{q-p} dy^{2-q} + \text{etc.}^4$$

et des équations semblables.

3. *S:t Pétersbourg le 18 février 1729.* [3 pages.]
Sur la ligne la plus courte entre deux points d'une surface donnée. Sur les corps conoïdiques, c. à. d. ceux engendrés par une ligne droite qui se meut sur une courbe donnée en passant toujours par un point donné hors du plan de la courbe.

4. *S:t Pétersbourg le 16 mai 1729.* [4 pages.]
Sur les logarithmes des quantités négatives. Sur les équations différentielles de second ordre et en particulier celles de la forme:

$$y^m ddy = x^n dx^p dy^{2-p},$$

$$ddx = Yx^m dx^{1-m} dy^{1+m} + \Upsilon x^n dx^{1-n} dy^{1+n} + \text{etc.}$$

$$ax^m y^n dx^p dy^q ddy + bx^r y^{m+n-r} dx^s dy^{p+q-s} ddy + \text{etc.}$$
$$= cx^t y^{m+n-1-t} dx^v dy^{p+q+1-v} + \text{etc.}^5$$

Sur la ligne la plus courte entre deux points d'une surface donnée. Sur les corps conoïdiques.

5. *S:t Pétersbourg le 21 octobre 1729.* [3 pages.]
Sur les équations différentielles de second ordre et en particulier l'équation

$$ax^m dx^p = y^n dy^{p-2} ddy.$$

Sur les courbes tautochrones et isochrones. Sur la série

1, 1.2, 1.2.3, 1.2.3.4, etc.

et sur le terme de cette série correspondant à l'indice $\frac{1}{2}$.

6. *S:t Pétersbourg le 11 juillet 1730.* [4 pages.]
Sur les équations différentielles de second ordre:

$$xxdy = qydx^2,$$

$$ddy = Yx^m dx^{1-m} dy^{1+m} + \Upsilon x^n dx^{1-n} dy^{1+n} + \text{etc.},$$

$$ax^m y^{-m-1} dx^p dy^{2-p} + bx^n y^{-n-1} dx^q dy^{2-q} + \text{etc.} = ddy.$$

Sur les courbes tautochrones et isochrones. Sur la construction d'une certaine ligne sur une surface donnée, et sur le mouvement d'un corps sur un plan incliné mobile. Sur l'équation différentielle

$$ccdz - zzdz - zxdx = cdx\sqrt{xx + zz - cc}.$$

7. *S:t Pétersbourg le 25 mai 1731.* [4 pages.]
Sur la théorie de la musique.

8. *S:t Pétersbourg le 27 août 1737.* [7 pages.]

Sur la théorie de la lumière et du son. Sur la *Mechanica* d'EULER. Sur la somme de la série

$$1 + \frac{1}{2^{2n}} + \frac{1}{3^{2n}} + \frac{1}{4^{2n}} + \text{etc.}$$

et en particulier sur la somme de cette série pour $n = 1, 3, 4, 5, 6$. Sur la série

$$1 + \frac{1}{(-3)^n} + \frac{1}{(+5)^n} + \frac{1}{(-7)^n} + \frac{1}{(+9)^n} + \frac{1}{(-11)^n} + \text{etc.}$$

Sur l'équation

$$a - t + \tfrac{1}{3} t^3 - \tfrac{1}{5} t^5 + \text{etc.} = 0 .$$

Sur la série

$$\tfrac{1}{3},\ \tfrac{1}{7},\ \tfrac{1}{8},\ \tfrac{1}{15},\ \tfrac{1}{24},\ \tfrac{1}{26},\ \text{etc.}$$

où tous les dénominateurs sont de la forme $a^r - 1$. Sur la série divergente

$$\tfrac{1}{2} + \tfrac{1}{3} + \tfrac{1}{5} + \tfrac{1}{7} + \tfrac{1}{11} + \text{etc.}$$

et sur le produit infini

$$\tfrac{2}{1} \cdot \tfrac{2}{3} \cdot \tfrac{4}{3} \cdot \tfrac{6}{5} \cdot \tfrac{6}{7} \cdot \tfrac{8}{9} \cdot \ \text{etc.}$$

Sur une nouvelle branche de l'analyse infinitésimale appelée par EULER analyse infinitésimale indéterminée (*analysis infinitorum indeterminata*).

9. *S:t Pétersbourg le 10 décembre 1737.* [7 pages.]

Sur la *Mechanica* d'EULER. Sur les séries

$$1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{9} + \frac{1}{16} + \frac{1}{25} + \text{etc.}$$

$$\frac{1}{1.2} + \frac{2}{1.3.4} + \frac{2.4}{1.3.5.6} + \text{etc.}$$

Sur l'analyse infinitésimale indéterminée. Sur les mouvements des corps flottants.

10. *S:t Pétersbourg le 26 avril 1738.* [4 pages.]

Sur la *Mechanica* d'EULER et sur quelques recherches de J. HERMANN. Sur l'analyse infinitésimale indéterminée. Sur les mouvements des corps flottants.

11. *S:t Pétersbourg le 30 juillet 1738.* [8 pages.]

Sur les mouvements des corps dans des orbites mobiles ou immobiles. Sur les tentatives de J. HERMANN de réduire des quadratures à la rectification de courbes algébriques, et

sur l'analyse infinitésimale indéterminée. Sur les mouvements des corps flottants. Sur le feu et sur la marée. Sur les séries

$$1 + \tfrac{1}{4} + \tfrac{1}{9} + \tfrac{1}{16} + \tfrac{1}{25} + \text{etc.}$$

$$1 - \tfrac{1}{2}(1 + \tfrac{1}{3}) + \tfrac{1}{3}(1 + \tfrac{1}{3} + \tfrac{1}{5}) - \tfrac{1}{4}(1 + \tfrac{1}{3} + \tfrac{1}{5} + \tfrac{1}{7}) + \text{etc.}$$

Sur la théorie générale des problèmes isopérimétriques.

12. *S:t Pétersbourg le 20 décembre 1738.* [4 pages.]

Sur la théorie de la musique. Sur les mouvements des corps flottants. Sur la formule générale de la solution de problèmes isopérimétriques. Sur une propriété de la courbe élastique rectangle [= courbe lintéaire].

13. *S:t Pétersbourg le 5 mai 1739.* [6 pages.]

Sur l'hydrodynamique. Sur les formules pour réduction de l'intégrale

$$\int x^m dx\,(a^n - x^n)^k.$$

Sur l'intégration de l'équation différentielle

$$a^3 d^3y = y dx^3.$$

Sur un problème de mécanique dont la résolution exige l'intégration d'une équation différentielle de la forme

$$a^2 dds + s dt^2 = b y dt^2, \quad \text{où} \quad t = \int \frac{dy}{\sqrt{1 - yy}}.$$

14. *S:t Pétersbourg le 15 septembre 1739.* [4 pages.]

Sur la méthode de sommer la série

$$\frac{1}{1 \pm n} + \frac{1}{4 \pm n} + \frac{1}{9 \pm n} + \frac{1}{16 \pm n} + \frac{1}{25 \pm n} + \text{etc.}$$

Sur l'intégration des équations différentielles linéaires à coefficients constants.

15. *S:t Pétersbourg le 19 janvier 1740.* [7 pages.]

Une méthode pour la sommation de la série

$$\frac{1}{1 \pm n} + \frac{1}{4 \pm n} + \frac{1}{9 \pm n} + \frac{1}{16 \pm n} + \text{etc.}$$

Sur l'intégration des équations différentielles linéaires à coefficients constants et de celles de la forme

$$0 = y + \frac{axdy}{dx} + \frac{bx^2 ddy}{dx^2} + \text{etc.}$$

Sur les oscillations des corps flottants.

16. *S:t Pétersbourg le 20 juin 1740.* [4 pages.]
Sur les séries

$$\frac{1}{1+n}+\frac{1}{4+n}+\frac{1}{9+n}+\frac{1}{16+n}+\text{etc.},$$

$$1+\frac{1}{2^n}+\frac{1}{3^n}+\frac{1}{4^n}+\frac{1}{5^n}+\text{etc.},$$

$$1-\frac{1}{2^n}+\frac{1}{3^n}-\frac{1}{4^n}+\frac{1}{5^n}-\text{etc.},$$

$$1\pm\frac{1}{2^2}+\frac{1}{3^3}\pm\frac{1}{4^4}+\frac{1}{5^5}\pm\frac{1}{6^6}+\text{etc.}$$

Valeur approximative de l'expression

$$1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\ldots+\frac{1}{x}$$

et valeur de la constante qui y entre. Sur l'intégration des équations différentielles linéaires à coefficients constants. Sur les oscillations des corps flottants. Sur l'équation différentielle

$$yxxdx^2+addy=0.$$

17. *S:t Pétersbourg le 18 octobre 1740.* [4 pages.]
Sur l'hydrodynamique. Sur la série

$$1-\frac{1}{2^2}+\frac{1}{3^3}-\frac{1}{4^4}+\text{etc.}$$

et sur la valeur approximative de l'expression

$$1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\ldots+\frac{1}{x}$$

trouvée par EULER.

Sur l'intégration des équations différentielles à coefficients constants et en particulier sur l'équation

$$y+e\frac{d^4y}{dx^4}=0.$$

Par les dates des lettres on voit qu'il y a une lacune entre le 25 mai 1731 et le 27 août 1737; il est donc probable qu'EULER a adressé 1731—1737 à JEAN BERNOULLI plusieurs lettres actuellement perdues, et il est certain qu'il a écrit au moins en 1736 une lettre, à laquelle JEAN BERNOULLI répondit le 2 avril 1737. De plus, il résulte des lettres de celui-ci, que la correspondance entre les deux éminents mathé-

maticiens a été continuée quelques années après 1740 et qu'Euler a écrit des lettres au moins le 16 septembre 1741, 26 décembre 1741, juin (?) 1742 et 22 septembre 1742. Malheureusement, il n'est guère à espérer qu'on pourra retrouver à l'avenir ces lettres.

Quant à la partie des lettres d'Euler qui se rapporte à la mécanique et à la physique, je ne l'ai pas examinée de plus près, et, par conséquent, je ne saurai dire si elle contient des renseignements historiques de quelque importance. Le reste traite principalement de la théorie des suites et de l'intégration des équations différentielles; on sait qu'Euler a traité ces matières dans de nombreux mémoires et ouvrages à part, et pour cette raison on ne doit pas attendre de trouver dans ses lettres des théorèmes ni des méthodes inédites. De fait, si l'on compare le sommaire ci-dessus donné avec les mémoires publiés par Euler vers ce même temps dans les *Commentarii* de l'académie des sciences de S:t Pétersbourg, on trouve que les mémoires traitent à peu près de toutes les matières contenues dans les lettres. Mais d'autre part ces lettres ne sont pas sans intérêt au point de vue de l'histoire des mathématiques pures, car elles nous permettent de fixer les dates de quelques-unes des découvertes d'Euler et de modifier ainsi quelques indications données dans les ouvrages d'histoire des mathématiques. Dans la note antérieure (p. 43—50), j'ai déjà démontré qu'Euler avait intégré en 1739 l'équation différentielle linéaire à coefficients constants où le second membre est égal à zéro, bien que sa méthode n'ait été publiée qu'en 1743. A l'occasion je me propose de donner quelques autres renseignements de la même nature, qu'on peut tirer de ses lettres.

[1] Comparez Eneström, *Notice sur la correspondance de Jean I Bernoulli* (Bullett. di bibliogr. d. sc. matem. 12, 1879, 313—314).

[2] *Correspondance mathématique et physique de quelques célèbres géomètres du XVIIIe siècle publiée par* P. H. Fuss. Tome II (S:t Pétersbourg 1843), p. 1—93.

[3] *Trois lettres inédites de Jean I Bernoulli à Léonard Euler publiées par* G. Eneström (Bihang till [svenska] vetenskapsakademiens handlingar 5, 1880).

[4] Il résulte de la lettre du 16 mai 1729 que cette équation a été mal transcrite par Euler.

[5] Dans sa lettre du 11 juillet 1730, Euler indique qu'il avait en vue une autre équation.

Über den angeblichen Ausspruch Galilei's: »Eppur si muove».

Von Gerhard Berthold in Ronsdorf.

In einer Notiz über den vielumstrittenen Wahlspruch hatte ich kürzlich die Vermuthung geäussert,[1] dass der Abbé Irailh (der, soweit bis dahin ermittelt, zuerst den Ausspruch im Jahre 1761 erwähnt hatte) durch mündliche Tradition davon Kenntniss erlangt habe. Weitere eingehende Nachforschungen haben mir jedoch ergeben, dass Irailh seine Nachricht dem kurz zuvor erschienenen Werke eines italienischen Schriftstellers entnommen hat, nämlich der *Italian Library* des Giuseppe Baretti,[2] welche im Jahre 1757 veröffentlicht wurde.

In diesem Cataloge, in welchem die hervorragendsten in italienischer Sprache geschriebenen Werke, nach den einzelnen Disciplinen geordnet, systematisch aufgezählt werden, und theilweise mit Randglossen versehen sind, findet sich in dem Capitel »Filosofi Naturali. Natural Philosophers» Galilei's *Dialogo sopra i due Massimi Sistemi del Mondo Tolemaico e Copernicano* aufgeführt, und folgende Anmerkung hinzugefügt:[3] »This is the celebrated Galileo, who was in the inquisition for six years, and put to the torture, for saying, that the *earth moved*. The moment he was set at liberty, he looked up to the sky and down to the ground, and, stamping with his foot, in a contemplative mood, said, *Eppur si move;* that is, *still it moves,* meaning the earth.»

Hiermit dürfte endgültig die Fundstelle festgelegt sein, auf welche der angebliche Ausspruch Galilei's zurückzuführen ist. Seine Quelle ist in Italien selbst zu suchen, und ist er dem Sagenkreise zuzuweisen, der sich allmälig um die Person Galilei's gebildet hatte. Ein Landsmann Galilei's, Giuseppe Baretti, hat alsdann zuerst den Ausspruch schriftlich fixirt und im Jahre 1757 als der Erste durch den Druck veröffentlicht. Von ihm entnahm alsbald (1761) der Abbé Irailh seine Notiz.[4] Auf Letzterem fusst der Abbé Chaudon, der nicht nur die legendenhafte Ausschmückung gab (1766),[5] sondern auch durch sein in neun Auflagen (von 1766—1810) erschienenes *Dictionnaire historique* bewirkte, dass die Legende in alle Welt verbreitet wurde.

[1] *Eppur si muove.* Zeitschr. für Mathem. **42**, 1897; Hist. Abth. p. 8.

[2] GIUSEPPE BARETTI, geboren am 25. April 1719 zu Turin, ging 1751 nach London, wo er am 5. Mai 1789 gestorben ist.

[3] *The Italian Library. Containing an Account of the Lives and Works of the most valuable Authors of Italy.* London: Printed for A. Millar, in the Strand. MDCCLVII. p. 52.

[4] *Querelles littéraires* etc. A Paris 1761. 12°. t. iii, p. 49: »Au moment, assure-t-on, qu'il fut mis en liberté, le remords le prit. Il baissa les yeux vers la terre, et dit, en la frappant du pied: *Cependant elle remue.* »*E pur si move.*»

[5] *Nouveau Dictionnaire historique-portatif* etc. A Amsterdam 1766, t. II, p. 207: »Au moment qu'il se releva [nach der Abschwörung, welche er knieend geleistet], agité par le remords d'avoir fait un faux serment, les yeux baissés vers la terre, il dit en la frappant du pied: *Cependant elle remue, e pur si move*». — Aus dem Fehlen des »on prétend» in der ersten Auflage von CHAUDON's *Dictionnaire* erklärt sich, dass auch FR. N. STEINACHER (1774) und F. X. DE FELLER (1781) diesen Zusatz nicht bringen. — Offenbar um die Sache plausibler erscheinen zu lassen, schreibt BIOT, Artikel *Galilée* (*Biographie universelle* etc. Paris, Michaud, **16**, 1816, p. 327): »il ne put s'empêcher de dire *à demi-voix,* en frappant du pied la terre: E pur si muove.»

RECENSIONEN. — ANALYSES.

S. A. Christensen. MATEMATIKENS UDVIKLING I DANMARK OG NORGE I DET XVIII. AARHUNDREDE. EN MATEMATISK-HISTORISK UNDERSÖGELSE. Odense 1895. 8°, (3) + 262 p.

Cet ouvrage a pour but de rendre compte des études mathématiques en Danemark et en Norvège au 18e siècle. Il est divisé en deux sections dont la première traite de l'enseignement et la seconde des recherches scientifiques. Dans celle-là, l'auteur mentionne les divers règlements scolaires en vigeur au 18e siècle et les cours préscrits pour les établissements d'instruction moyenne et supérieure ainsi que pour les écoles spéciales. On y trouve aussi plusieurs notices sur les traités des mathématiques élémentaires publiés en Danemark antérieurement à l'an 1700.

La seconde section se rapporte en premier lieu aux résultats littéraires des études mathématiques à l'université de Kjöbenhavn et à l'académie de Sorö; l'auteur y rend compte aussi des mémoires publiés dans les recueils des sociétés savantes, et de quelques autres écrits mathématiques publiés en Danemark an 18e siècle.

Aux pages 249—251 l'auteur résume les faits principaux de l'exposition précédente. Il fait ressortir que la méthode de l'enseignement des mathématiques, peu satisfaisante au commencement du 18e siècle, devenait plus loin meilleure, et que des recherches scientifiques dans le domaine des sciences mathématiques n'ont été faites en Danemark qu'à partir du milieu de ce siècle. Cependant, ces recherches étaient peu nombreuses et elles ne semblent guère avoir contribué au développement des mathématiques. Le seul ouvrage vraiment original, celui de C. WESSEL *Om Directionens analytiske Betegning* (1797), n'a pas été compris par ses contemporains, et il est resté inconnu jusqu'à nos jours. D'autre part, l'enseignement universitaire était restreint aux mathématiques élémentaires, et ce n'est que vers l'an 1800 que des cours de calcul infinitésimal ont été faits à l'université de Kjöbenhavn.

Dans l'ouvrage de M. CHRISTENSEN on trouve quelques renseignements aptes à compléter la *Bibliographische Notiz über das Studium der Geschichte der Mathematik in Dänemark* publiée par lui-même et M. J. L. HEIBERG dans la Bibliotheca Mathematica 1889, p. 75—83. Aux pages 114 et 165 il signale que les règlements de l'académie de Sorö (1747) et de l'université de Kjöbenhavn (1788) imposaient aux professeurs

de commencer leurs cours par un aperçu de l'histoire et de la littérature de la science dont il s'agissait, mais qu'on ignore si cette ordonnance a eu quelque effet. Aux pages 72, 173, 194, 212 il indique les écrits suivants non mentionnés dans la *Bibliographische Notiz.*

H. GRAM. Archytæ Tarentini fragmentum *περὶ τῆς μαθηματικῆς* cum brevi disquisitione chronologica de ætate Archytæ. Hafniæ 1707. 4°.

M. ANCHERSEN. Oratio de mathematicis Danorum, accedit narratio brevis de vita et scriptis P. Horrebowii.

Dänische Bibliothek **8**, 1746, 701—720.

J. J. FRIIS. Introductio in librum Jamblichi tertium de generali mathematum scientia. Disputatio inauguralis. Hafniæ 1790. 4°.

L. H. TOBIESEN. Principia atque historia inventionis calculi differentialis et integralis, nec non methodi fluxionum. Gottingæ 1793. 4°.

M. CHRISTENSEN semble avoir réuni avec beaucoup de soin les matériaux de son ouvrage, et il a analysé consciencieusement les écrits mathématiques publiés en Danemark au 18e siècle. Certes, son exposition aurait mérité encore plus de louanges, s'il lui avait été possible de comparer en détail les ouvrages des mathématiciens danois avec ceux publiés auparavant sur les mêmes sujets par des savants étranges, et de porter ainsi un jugement définitif sur l'originalité des recherches de ses concitoyens.

La transcription des noms de quelques auteurs cités par M. CHRISTENSEN donne lieu à des remarques. RAINER GEMMA-FRISIUS est appelé toujours (p. 4, 7 etc.) »Fris», tandis que PAOLO FRISI est cité (p. 222, 223) sous le nom de »Frisius»; l'auteur J. T. DESAGULIERS est appelé (p. 169, 260) »Desaguilier» et le nom de J. A. SEGNER est transcrit (p. 180, 262) »Seigner». Nous avons noté aussi un certain nombre de fautes de plume ou d'impression, mais nous jugeons inutile de les rapporter ici.

Stockholm. G. ENESTRÖM.

NEUERSCHIENENE SCHRIFTEN. — PUBLICATIONS RÉCENTES.

Bibliotheca Mathematica. Zeitschrift für Geschichte der Mathematik herausgegeben von || journal d'histoire des mathématiques publié par G. ENESTRÖM. Stockholm. 8°.

1897: 1.

Bollettino di storia e bibliografia matematica pubblicato per cura di G. LORIA. (Supplemento al Giornale di matematiche.) Napoli. 4°.
1897: 1 (4 pages).

Historisch-literarische Abtheilung der Zeitschrift für Mathematik und Physik herausgegeben von M. CANTOR. Leipzig. 8°.
42 (1897): 2.

°**Airy, G. B.**, Autobiography. Edited by W. AIRY. London 1896.
8°, 12 + 414 p. + portrait.

°**Ball, W. W. R.**, Mathematical recreations and problems of past and present times. Third edition. London, Macmillan 1896.
8°, 288 p. — [7 sh.]

Berthold, G., David Fabricius und Johann Kepler. Vom neuen Stern. Facsimiledruck mit einem Nachworte. Norderney, Braams 1897.
8°, VI + (1) + 43 p.

Braunmühl, A. von, Beiträge zur Geschichte der Trigonometrie.
Halle, Deutsche Akad. d. Naturf., Abhandl. **71**, 1897, 1—30 + 1 pl.

Braunmühl, A. von, Nassîr Eddîn Tûsi und Regiomontan.
Halle, Deutsche Akad. d. Naturf., Abhandl. **71**, 1897, 31—67 + 2 pl.

Dahlbo, J., Uppränning till matematikens historia i Finland från äldsta tider till stora ofreden. Akademisk afhandling. Nikolaistad 1897.
8°, (4) + 196 p. + 1 pl.

Daublensky von Sterneck, R., Zur Vervollständigung der Ausgaben der Schrift des Jordanus Nemorarius: Tractatus de numeris datis.
Monatshefte für Mathem. **7**, 1896, 165—179 + facsim.

°**Eisenlohr, A.**, Ein altbabylonischer Felderplan, nach Mitteilungen von F. V. SCHEIL herausgegeben und bearbeitet. Leipzig, Hinrichs 1896.
8°, 16 p. — [Analyse:] Zeitschr. für Mathem. **42**, 1897; Hist. Abth. 41. (CANTOR.)

Fontès, M., Bilan des caractères de divisibilité.
Toulouse, Acad. d. sc., Mémoires 5_9, 1893, 459—475. — Notice historique.

Fontès, M., Pierre Forcadel, lecteur du roy ès mathématiques. (Suite.)
Toulouse, Acad. d. sc., Mémoires 7_9, 1895, 316—346.

Gibson, B., La »Géométrie« de Descartes au point de vue de sa méthode.
Revue de métaphysique et de morale (Paris) **4**, 1896, 386—398.

Günther, S., Zur Kalenderkunde.
Zeitschrift für Kulturgeschichte (Weimar) 4_4, 1896, 145—154.

Halsted, G. B., Some salient points in the history of non-euclidean and hyper-spaces.
Mathematical papers of the Chicago Congress 1 (New York 1896), 92—95.

Halsted, G. B., Sylvester.
Science (New York) 5, 1897, 597—604. — Nécrologie.

°**Heinze, M.,** Moritz Wilhelm Drobisch. Gedächtnissrede. Leipzig 1897.
8°, 25 p. — [0·60 Mk.]

Hoffmann, J. C. V., William Shanks und die von ihm berechneten 707 Decimalen der Zahl π, sowie seine sonstige Thätigkeit.
Zeitschr. für mathem. Unterricht 26, 1895, 261—264.

°**Jacobs, H. von,** Das Volk der Sieben-Zähler. Rückschluss aus der Form der »arabischen Ziffern» auf ihre Herkunft. Berlin 1896.
8°, 45 p. — [Analyse:] Zeitschr. für Mathem. 42, 1897; Hist. Abth. 42. (CANTOR.)

Kutta, W. M., Zur Geschichte der Geometrie mit constanter Zirkelöffnung.
Halle, Deutsche Akad. d. Naturf., Abhandl. 71, 1897, 69—101 + 3 pl.

Lampe, E., Karl Weierstrass. Gedächtnissrede gehalten in der Sitzung der physikalischen Gesellschaft zu Berlin am 5. März 1897. Leipzig, Barth 1897.
8°, 24 p.

Lindemann, F., Zur Geschichte der Polyeder und der Zahlzeichen.
München, Akad. d. Wissensch., Sitzungsber. 1896, 625—758 + 9 pl.

Loria, G., Versiera, Visiera e Pseudo-versiera.
Biblioth. Mathem. 1897, 7—12. — Note historique sur quelques courbes.

Maddison, Isabel, Note on the history of the map-coloring problem.
New York, Americ. mathem. soc., Bulletin 3_2, 1897, 257.

POGGENDORFF's Biographisch-literarisches Handwörterbuch zur Geschichte der exacten Wissenschaften, enthaltend Nachweisungen über Lebensverhältnisse und Leistungen von Mathematikern, Astronomen, Physikern, Chemikern, Mineralogen, Geologen, Geographen u. s. w. aller Völker und Zeiten. III. Band (die Jahre 1858 bis 1883 umfassend). Herausgegeben von B. W. FEDDERSEN und A. J. VON OETTINGEN. 2.—9. Lieferung. Leipzig, Barth 1896—1897.
8°, p. 97—846.

Russell, B. A. W., An essay on the foundations of geometry. Cambridge, Clay & Sons 1897.
8°, XVI + 201 p. — [7½ sh.] — Ouvrage en grande partie historique.

°**Schöngut, L.,** Über Kants mathematische Hypothese. Reichenberg 1896.
8°, 52 p. — [1·80 Mk.]

Siacci, F., Carlo Weierstrass.
Napoli, Accad. d. sc. fis. e matem., Rendiconti **3**$_3$, 1897, 63—64.

Steinschneider, M., Die Mathematik bei den Juden.
Biblioth. Mathem. 1897, 13—18.

Tannery, P., Magister Robertus Anglicus in Montepessulano.
Biblioth. Mathem. 1897, 3—6.

Vailati, G., Del concetto di centro di gravità nella statica d' Archimede.
| *Torino,* Accad. d. sc., Atti **32**. 1897. 19 p.

Vaux, C. de, Sur le sens exact du mot »al-djebr».
Biblioth. Mathem. 1897, 1—2.

°**Villicus, F.**, Geschichte der Rechenkunst vom Alterthum bis zum 18. Jahrhundert. Dritte vermehrte Auflage. Wien 1897.
8°, (6) + 114 p. — [3·20 Mk.]

°**Volkmann, P.**, Franz Neumann (1798—1895). Ein Beitrag zur Geschichte deutscher Wissenschaft. Leipzig, Teubner 1896.
8°, VII + 68 p. — [Analyse:] Zeitschr. für Mathem. **42**, 1897; Hist. Abth. 50—51. (Cantor.)

Question 62 [sur le premier emploi du terme »série récurrente»]. — Question 63 [sur un écrit de John Wilkins].
Biblioth. Mathem. 1897, 30—31. (G. Eneström.)

Réponse à la question 40 [sur le mathématicien allemand Bürmann].
Biblioth. Mathem. 1897, 31—32. (M. Cantor.)

Remarque sur la question 60 [sur l'origine du terme: »regula cecis»].
Biblioth. Mathem. 1897, 32. (C. de Vaux.)

°Apollonius of Perga, Treatise on conic sections. Edited in modern notation, with introductions, including an essay on the earlier history of the subject by T. L. Heath. Cambridge 1896. 8°.
Zeitschr. für Mathem. **42**, 1897; Hist. Abth. 43—44. (Cantor.)

Boyer, J., Le mathématicien franc-comtois François-Joseph Servois, d'après des documents inédits. Doubs 1895. 8°.
Zeitschr. für Mathem. **42**, 1897; Hist. Abth. 49—50. (Cantor.)

Cajori, F., A history of elementary mathematics with hints on methods of teaching. New York, Macmillan 1896. 8°.
The school review (Chicago) **5**, 1897, 184—188. (D. E. Smith)

Carli, A. e Favaro, A., Bibliografia Galileiana (1568—1895), raccolta ed illustrata. Roma 1896. 8°.
Zeitschr. für Mathem. **42**, 1897; Hist. Abth. 47. (Cantor.) — Biblioth. Mathem. 1897, 19—24. (G. Eneström.)

GÜNTHER, S., Kepler. — Galilei. Berlin, Hofmann 1896. 8°.
Zeitschr. für Mathem. **42**, 1897; Hist. Abth. 50. (CANTOR.)

TISCHER, E., Die Begründung der Infinitesimalrechnung durch Newton und Leibniz. Leipzig, Hinrichs 1896. 4°.
Zeitschr. für Mathem. **42**, 1897; Hist. Abth. 48—49. (CANTOR.)

WESSEL, C., Essai sur la représentation analytique de la direction. Publié avec préfaces de H. VALENTINER et T. N. THIELE par l'académie royale des sciences et des lettres de Danemark à l'occasion du centenaire de sa présentation à l'académie le 10 mars 1797. Copenhague, Höst 1897. 4°.
Mathesis 7_2, 1897, 104. (P. M.)

ZEUTHEN, H. G., Geschichte der Mathematik im Altertum und Mittelalter. Vorlesungen. Kjöbenhavn, Höst 1896. 8°.
Jornal de sc. mathem. **13**, 1897, 27—28. (G. T.)

[Listes d'ouvrages récemment publiés.]
Biblioth. Mathem. 1897, 27—30. — Zeitschr. für Mathem. **42**, 1897; Hist. Abth. 70—72.

ANFRAGEN. — QUESTIONS

64. Dans plusieurs dictionnaires biographiques on trouve l'indication que le mathématicien GIOVANNI CEVA mourut en 1736 ou en 1737, mais cette indication semble se rapporter au frère TOMASO CEVA. Dans le *Dictionary of political economy* publié sous la direction de M. PALGRAVE, M. M. PANTALEONI a inséré une notice sur GIOVANNI CEVA, où on lit (Second part, London 1892, p. 252): »His death took place during the siege of Mantua in 1734». Quelle est la source de ce renseignement? (G. Eneström.)

Inhalt. — Table des matières.

Quatre numéros par an. Ce numéro est publié le 15 juin 1897.

STOCKHOLM, TRYCKT I CENTRAL-TRYCKERIET, 1897.

BIBLIOTHECA MATHEMATICA

ZEITSCHRIFT FÜR GESCHICHTE DER MATHEMATIK
HERAUSGEGEBEN VON

JOURNAL D'HISTOIRE DES MATHÉMATIQUES
PUBLIÉ PAR

GUSTAF ENESTRÖM.

1897. STOCKHOLM. N° 3.

NEUE FOLGE. 11. NOUVELLE SÉRIE. 11.
Preis des Jahrgangs 4 M.
Prix par an 5 fr.
BERLIN. MAYER & MÜLLER. Prinz Louis-Ferdinandstr. 2.
PARIS. A. HERMANN. Rue de la Sorbonne 8.

Über die neuesten mathematisch-bibliographischen Unternehmungen.

Von G. ENESTRÖM in Stockholm.*

Am Anfange dieses Jahrhunderts waren die bibliographischen Hilfsmittel, welche den Mathematikern zu Gebote standen, verhältnissmässig ziemlich befriedigend. Für Aufsätze in periodischen Schriften und Abhandlungen gelehrter Gesellschaften konnte man das *Repertorium commentationum a societatibus literariis editarum* (tomus VII, 1808) von REUSS zu Rathe ziehen, und ein Verzeichniss der separat herausgegebenen mathematischen Bücher gab MURHARD's *Litteratur der mathematischen Wissenschaften* (I—V, 1797—1805). In der That war die mathematische Litteratur damals wenig umfangreich und leicht zu überblicken, da nur wenige Zeitschriften mathematische Aufsätze enthielten, und die gelehrten Gesellschaften, welche in Betracht kamen, das Dutzend nicht beträchtlich überstiegen.

Im Laufe des Jahrhunderts haben sich nun diese Verhältnisse sehr geändert, und zwar auf eine für die mathematischen Forscher wenig günstige Weise. Nicht als ob keine neuen mathematischen Bibliographien von irgend einem Werth erschienen wären. Im Gegentheil sind deren viele herausgegeben worden, und unter diesen zeugen einige von grossem Fleiss und Gelehrsamkeit. So z. B. haben wir ja POGGENDORFFS *Biographisch-*

* Vortrag gehalten den 10. August 1897 in der 5. Section der ersten internationalen Mathematiker-Versammlung in Zürich.

literarisches Handwörterbuch zur Geschichte der exacten Wissenschaften (1863) und die kürzlich (1896) begonnene Fortsetzung desselben von den Herren Feddersen und Oettingen. Anwendbare Bibliographien sind auch das *Handbuch der mathematischen Literatur* von Rogg (1830), die *Bibliotheca Mathematica* von Sohncke (1854) und die gleichnamige Schrift von Erlecke (1872—1873). Für besondere Länder haben Riccardi (1870—1894), Zebrawski (1873—1886) und Bierens de Haan (1883) vorzügliche Bibliographien geleistet. Wer speciell die neueste Litteratur zu kennen wünscht, findet in dem Jahrbuche über die Fortschritte der Mathematik und für die letzten Jahre auch in der Revue semestrielle des publications mathématiques gute Führer.

Indess ist es nicht zu läugnen, dass die bibliographische Arbeit im Verhältniss zur Entwickelung der mathematischen Produktivität zurückgeblieben ist. Diese Produktivität, wesentlich erleichtert durch zahlreiche Fach-Zeitschriften, von welchen die meisten in den letzten 30 Jahren gegründet worden sind, hat jetzt eine Höhe erreicht, von der man vor 50 Jahren nicht träumen konnte. Die Anzahl der jährlich erscheinenden Bücher, Abhandlungen und Aufsätze mathematischen Inhalts beläuft sich jetzt auf etwa 2,000, und während des letzten Menschenalters sind beinahe 50,000 neue Schriften hinzugekommen.

Mag es auch wahr sein, dass nur ein Theil dieser Masse von wirklichem Werth ist, so darf auf der anderen Seite bemerkt werden, dass schon dieser Theil quantitativ sehr bedeutend ist, und jedenfalls wäre es erwünscht einen bibliographischen Leitfaden zu besitzen, um erfahren zu können, was auf jedem Gebiete der Mathematik geleistet worden ist. Sonst wird es immer öfter eintreffen, dass Sätze oder Methoden für neue ausgegeben werden, welche schon früher von anderen Forschern gefunden worden sind, und auf diese Weise wird manchmal nur aus Unkunde grosse Mühe unnütz aufgewandt. Zwar würde nicht einmal der Zugang zu den vortrefflichsten bibliographischen Führern diesen Übelstand vollständig beseitigen, da ja neue Entdeckungen auch in solchen Schriften niedergelegt werden, welche, sei es aus sprachlichen, sei es aus buchhändlerischen Gründen, fast unzugänglich bleiben, und da es immer Mathematiker geben wird, welche sich nicht die Mühe geben werden, sich nach früheren Untersuchungen genügend in der Litteratur umzusehen. Aber in den meisten Fällen würde doch eine gute mathematische Bibliographie von unschätzbarem Nutzen sein, nicht nur für die Forscher *ex professo*, sondern auch für alle

diejenigen, welche aus irgend einem Grunde die Resultate der wissenschaftlichen Arbeit der letzten Jahrzehnte kennen lernen wollen. In der That hat sich das Bedürfniss einer solchen Bibliographie mehr und mehr erkennbar gemacht, und trotz der grossen entgegenstehenden Schwierigkeiten sind schon Arbeiten zu ihrer Abhülfe in Angriff genommen, und in erster Linie sind zwei mathematisch-bibliographische Unternehmungen zu besprechen. Die eine, das *Répertoire bibliographique des sciences mathématiques,* das von einer internationalen Kommission redigiert wird, hat sogar schon einige Resultate ihrer Wirksamkeit publiciert, die andere wird seit vielen Jahren von dem Herrn Oberbibliothekar G. Valentin in Berlin zur Veröffentlichung vorbereitet. Ich werde mir jetzt erlauben einige Notizen über diese zwei Unternehmungen zu geben.

A) Répertoire bibliographique des sciences mathématiques.

Die Initiative zu dieser Bibliographie ist von der »Société mathématique de France« ergriffen, und der Plan derselben wurde im Anfange des Jahres 1885 entworfen.[1] Die Bibliographie sollte die wissenschaftliche Litteratur des 19. Jahrhunderts verzeichnen, und die Titel sollten streng systematisch nach dem Inhalte geordnet werden. Durch eine Kommission liess die Gesellschaft darum einen sehr detaillirten Entwurf zur Klassificirung ausarbeiten, welcher nach gebührenden Verbesserungen bei einer Versammlung in Paris 1889 festgestellt wurde.[2] Die gesammte Mathematik ist in 23 Klassen eingetheilt worden; jede Klasse hat wieder eine Anzahl Abtheilungen, diese meist wieder Unterabtheilungen, so dass die Anzahl aller etwa 2,000 beträgt; für jede Abtheilung giebt es eine besondere Signatur, die aus Buchstaben und Ziffern zusammengesetzt ist. Die bibliographische Arbeit wird so ausgeführt, dass die Titel auf Karten geschrieben werden, welche mit der betreffenden Signatur versehen sind, und wenn es nöthig ist, werden Übersetzungen oder Erklärungen hinzugefügt. Um diese Arbeit auszuführen, wurde eine Kommission von 17 Personen gewählt; die Anzahl der Mitglieder der Kommission ist später durch Kooptation vermehrt worden.

Um das eingesammelte Material dem gelehrten Publicum schneller zugänglich zu machen, hat die Kommission besondere Massregeln ergriffen. Jenachdem die Mitarbeiter die Titelcopien einsenden, werden diese nach den Signaturen geordnet, und wenn 10 Titel mit derselben Signatur vorhanden sind, werden diese auf einer Karte gedruckt.[3] Wenn 100 solche

Karten fertig sind, werden sie herausgegeben; sie bilden dann eine sogenannte »Série» des *Répertoire*. Vier solcher »Séries» sind jetzt erschienen[1] und der Druck der 5. »Série» ist bald beendet. Ausserdem hat die Kommission im Manuscript noch mehrere tausend Titel bereit. Wenn erst einmal das ganze Material gesammelt ist, hat man die Absicht das *Répertoire* in der Form eines Buches herauszugeben.

Der Plan, welcher auf diese Weise entworfen worden und zum Theil auch zur Ausführung gekommen ist, hat ohne Zweifel viele Verdienste. Die Gewinnung von Mitarbeitern in den verschiedenen Ländern erlaubt, dass die Bibliographie vollständiger werden kann, als wenn sie von einer einzigen Person ausgearbeitet wäre, und durch die allmählige Veröffentlichung derselben auf Karten kann sie früher als sonst den Forschern zugänglich gemacht werden; auch die ausführliche systematische Klassificirung, an welcher viele Specialisten theilgenommen haben, muss als ein entschiedenes Verdienst des Unternehmens hervorgehoben werden. Jedoch zeigt der Plan der Bibliographie leider auch einige Nachtheile. Die vielen Mitarbeiter sind im allgemeinen nicht geübte Bibliographen, es wird ihnen darum zuweilen schwer werden, beim Ausschreiben der Titel die gegebenen Anweisungen genau zu befolgen, und hierdurch entstehen nothwendiger Weise gewisse Inkonsequenzen; auch die Klassificirung dürfte in vielen Fällen von den verschiedenen Mitarbeitern nicht nach einheitlichen Grundsätzen ausgeführt werden können. Die 4 schon herausgegebenen »Séries» zeigen, dass man die Unvollkommenheiten des eingesammelten Materials bei der Drucklegung der Karten nur schwer verbessern kann; Schreib- oder Druck-Fehler kommen auch ziemlich häufig vor.

Da ferner der Druck theils von der Einsendung der Titel abhängig ist, theils erst dann besorgt werden kann, wenn 10 zu einer und derselben Abtheilung gehörende Titel vorhanden sind, so folgt hieraus, dass man gar nicht weiss, wie vollständig die herausgegebenen »Séries» die Litteratur einer gewissen Klasse verzeichnen; es ist ja möglich, dass sogar die wichtigsten Abhandlungen dieser Klasse noch nicht auf den Karten angezeigt sind.

Was die Anwendung der gedruckten Karten betrifft, so muss bemerkt werden, dass diese ziemlich leicht ist, so lange nur wenige »Séries» herausgegeben sind, dass sie aber um so unbequemer wird, je zahlreicher die Karten werden. Nun halte ich es für sehr wahrscheinlich, dass das *Répertoire* zuletzt etwa 100,000 Titel, also ungefähr 10,000 Karten enthalten wird,

und diese Karten würden in einem Bücherschranke eine Länge von ungefähr 2 Metern ausfüllen. Aus dieser Masse von Karten diejenigen herauszusuchen, welche man zu sehen wünscht, wird nicht immer leicht sein, und auch nur das Einordnen der neuen Karten unter die alten wird von den Abonnenten zuletzt nicht ohne Mühe ausgeführt werden. Bei Benutzung der Karten wird ferner ein anderer Umstand nicht selten Beschwerde verursachen; die Abbreviaturen der Titel der periodischen Schriften sind nämlich nicht ganz passend gewählt worden, so dass der Benutzer gezwungen ist, beständig den Schlüssel der Abbreviaturen einzusehen, um nicht irre geführt zu werden.[5] Zuletzt mag noch erwähnt werden, dass, wenn man nach den bisherigen Verhältnissen schliessen darf, die »Séries« des *Répertoire* sehr langsam dem gelehrten Publicum zugänglich werden werden, so dass die letzte »Série« wahrscheinlich erst in 20 Jahren fertig ist. Dann ist aber bereits wieder eine ganze neue Litteratur entstanden, welche das *Répertoire* noch nicht verzeichnet hat.

Die Übelstände, welche hier hervorgehoben worden sind, dürften wenigstens zum Theil vermieden werden können, wenn man sich entschlösse für die vorläufige Veröffentlichung nicht Karten, sondern Lieferungen zu benutzen, deren jede ein für sich abgeschlossenes Ganzes bildete, und den Inhalt einer gewissen Anzahl von Gesellschafts- oder Zeitschriften in systematischer Ordnung verzeichnete. Für die kleineren Länder dürfte es angemessen sein die ganze Litteratur in eine einzige Lieferung zusammenzufügen; ein Gedanke, welcher schon gewissermassen in Bezug auf Italien und Polen zur Ausfürung gelangt ist, und welchen ich auch recht bald für Schweden realisiren zu können hoffe.

B) Die allgemeine mathematische Bibliographie des Herrn G. Valentin.

Um dieselbe Zeit als die »Société mathématique de France« den Plan zum *Répertoire bibliographique des sciences mathématiques* entwarf, entschloss sich Herr VALENTIN eine vollständige Bibliographie der Mathematik von der Erfindung der Buchdruckerkunst bis auf unsere Tage herauszugeben;[6] nur die elementarsten Lehrbücher des 19. Jahrhunderts sollten ausgeschlossen werden. Er begann seine Arbeit schon im Anfange des Jahres 1885 und ist seitdem fast ohne Unterbrechung damit beschäftigt gewesen. Zuerst beabsichtigte er die Litteratur nur bis zum Jahre 1868 zu verzeichnen, erweiterte aber etwas später den Plan, so dass die Bibliographie jetzt auch die letzten 30 Jahre um-

fasst; kritische Besprechungen mathematischer Bücher sind auch darin erwähnt. Um die Titel der separat erschienenen Schriften zu sammeln — Herr Valentin schätzt die Anzahl derselben auf etwa 35,000, wobei er jedoch als eine Einheit ein Buch mit allen Auflagen und Übersetzungen desselben rechnet — hat er theils mehrere der grössten Bibliotheken in Deutschland und im Auslande durchforscht, theils eine grosse Anzahl von Bibliographien und litterarischen Zeitschriften benutzt. Die Titel der in Gesellschafts- und Zeitschriften erschienenen Abhandlungen und Aufsätze hat er aus mehr als 4,000 Publicationen mit mehr als 120,000 Bänden excerpiert; die Anzahl der betreffenden Titel schätzt er auf etwa 90,000, so dass die ganze Bibliographie ungefähr 125,000 Titel enthalten würde, deren er schon mehr als 100,000 gesammelt hat, und mit den noch übrigen hofft er vor Ende dieses Jahres fertig zu sein. Dann braucht er etwa 3 Jahre für die Redaction seiner Sammlungen und noch ungefähr 4 Jahre für den Druck, so dass die ganze Arbeit voraussichtlich um das Jahr 1904 fertig sein wird. Die Titel sollen theils alphabetisch nach den Verfassernamen, theils systematisch nach dem Inhalte geordnet werden, und Herr Valentin berechnet, dass die Bibliographie 4 Bände à 50 Bogen Lexicon-Octav doppelspaltig umfassen wird.

Die zwei soeben genannten Unternehmungen beziehen sich nur auf die schon vorhandene Litteratur. Zwar stellt der Plan des *Répertoire* Supplemente in Aussicht, deren jedes zehn Jahre umfassen soll; wenn aber das *Répertoire* selbst erst in 20 Jahren fertig ist, so können die jetzt lebenden Forscher kaum hoffen von den Supplementen irgend einen Nutzen zu haben. Die zwei schon früher erwähnten Publikationen: Jahrbuch über die Fortschritte der Mathematik und Revue semestrielle des publications mathématiques sind ja sehr werthvoll, enthalten aber auch Referate, und können darum nicht so frühzeitig erscheinen als zu wünschen wäre; das Jahrbuch ist übrigens für rein bibliographische Zwecke etwas unhandlich, und die Revue umfasst nicht separat herausgegebene Schriften. Daher ist es wünschenswerth, für die künftige Litteratur ein neues bibliographisches Hilfsmittel zu bekommen. In der That ist ein solches wirklich in Aussicht gestellt durch den bibliographischen Kongress, der auf Veranstaltung der »Royal Society» im vorigen Jahre in London abgehalten wurde. Dieser Kongress beschloss nämlich eine bibliographische Arbeit vorzubereiten, welche alle vom Jahre 1900 ab erscheinenden wissen-

schaftlichen Schriften verzeichnen sollte.[1] Diese Bibliographie soll in erster Linie systematisch nach dem Inhalte der Schriften geordnet werden. Die Titelcopien sollen von Mitarbeitern in den verschiedenen Ländern verfertigt und darnach in London auf Karten gedruckt werden; vermuthlich hat man die Absicht jeder solchen Karte eine besondere Signatur zu geben, damit es den Abonnenten möglich sein wird die Karten unmittelbar zu ordnen. Zuletzt sollen sämmtliche Titel in einem Kataloge gedruckt werden, geordnet sowohl nach dem Inhalte, als auch nach dem Namen des Verfassers.

Da noch Nichts gethan ist um die Beschlüsse des Kongresses auszuführen, ist es kaum möglich den Werth derselben zu beurtheilen, es scheint mir aber als ob deren Realisirung sich nicht allzu leicht wird vollziehen lassen. Zuerst wird es ohne Zweifel sehr schwierig werden in jedem Lande interessirte, sachkundige und ständige Mitarbeiter zu finden; nicht viel leichter ist es, ein passendes System für die Klassificirung aufzustellen und bei der bibliographischen Arbeit diese Klassificirung richtig zu benutzen. Für die Abonnenten wird es mühsam sein, die von Zeit zu Zeit erscheinenden Karten unter die alten einzuordnen. Bemerkt sei auch, dass die Karten einen beträchtlichen Raum in den Bücherschänken fordern werden; für die Mathematik wird jährlich eine Länge von etwa 30 bis 40 Centimetern, also in 10 Jahren etwa 3 bis 4 Meter in Anspruch genommen werden. Viel besser wäre es darum, meiner Meinung nach, statt Karten gewöhnliche Jahresbibliographien herauszugeben, geordnet nach den Verfassernamen und mit einem systematischen Register versehen, aber daran scheint man bisher gar nicht gedacht zu haben. Freilich zeigen auch die Verhandlungen des Kongresses, dass man den Plan des Unternehmens noch nicht näher präcisirt hat.

Ich fürchte also, dass man von den Beschlüssen des Kongresses wenig Gewinn für die mathematische Bibliographie erwarten darf, und jedenfalls würde es sehr gut sein, wenn man eine besondere mathematische Jahresbibliographie bekommen könnte. Diese würde am leichtesten hergestellt werden, wenn sie alphabetisch nach den Verfassernamen geordnet wäre und dazu ein systematisches Register enthielte, also ganz wie die gewöhnlichen Buchhändlerkataloge. Jede solche Jahresbibliographie würde etwa 200 Octavseiten umfassen und sollte vor dem Ausgang des folgenden Jahres erscheinen; je 10 Jahresbibliographien sollten später zu einem systematischen Kataloge bearbeitet werden.

Aus dem, was ich hier angeführt habe, geht hervor, dass wir hoffen können, in wenigen Jahren ein soweit möglich vollständiges Verzeichniss der mathematischen Litteratur bis zum Jahre 1897 zu bekommen, dass aber noch Nichts gethan ist um diese Bibliographie auf die, meiner Ansicht nach, passendste Weise, nämlich durch Jahreskataloge, unmittelbar fortzusetzen. Die hauptsächlichen Schwierigkeiten dabei sind natürlich theils das nöthige Geld herbeizuschaffen, theils einen Redacteur zu finden. Ob der erste internationale Mathematiker-Kongress etwas dazu beitragen kann und will, weiss ich nicht; vielleicht wäre es möglich durch eine Besprechung innerhalb dieser Section etwas hierüber zu erfahren. Selbst habe ich keinen Antrag in dieser Hinsicht zu stellen, sondern beabsichtige nur die Aufmerksamkeit auf eine, meines Erachtens wichtige, Frage zu lenken.

[1] Siehe Eneström, *Sur les bibliographies des sciences mathématiques.* Biblioth. Mathem. 1890, S. 39—41.

[2] Herausgegeben unter dem Titel: *Index du répertoire bibliographique des sciences mathématiques publié par la commission permanente du répertoire* (Paris 1893, XIV + 80 S. 8:o).

[3] Ausnahmweise enthalten einige Karten nur 9 Titel, wenn einige derselben sehr lang sind.

[4] Vgl. Biblioth. Mathem. 1895, S. 29, 1896, S. 118.

[5] Vgl. Eneström, Biblioth. Mathem. 1895, S. 29.

[6] Siehe Eneström, *Sur les bibliographies des sciences mathématiques.* Biblioth. Mathem. 1890, S. 39.

[7] Siehe *Report of the proceedings at the international conference on a catalogue of scientific literature, hold in London July 14—17, 1896* (London 1896, 8:o).

Die Mathematik bei den Juden.

Von MORITZ STEINSCHNEIDER in Berlin.*

40. Das Pariser ms. 1031[10] enthält eine, im J. 1311 verfasste, anonyme astrologische Abhandlung; der, von DUKES (im Lit.-bl. d. Orient XI, 341) angegebene Titel פעול השפע (»Wirkung des Einflusses»?) steht vielleicht in der jüngeren Überschrift, welche als Verfasser ABRAHAM IBN ESRA nennt (wegen des im Codex unter 6 vorangehenden Stückes?), der aber mehrmals citirt wird; vielleicht ist jener angebliche sonderbare Titel deshalb im Catalog, so wie die Angabe bei DUKES unbeachtet geblieben? Der unbekannte Verfasser will die Grundlehren der jüdischen Religion mit der Theorie des Gestirneinflusses in Übereinstimmung bringen, indem er von letzterem die »rationelle Seele», also auch die Willensfreiheit ausschliesst. Im XIV. Jahrh. hat die, von IBN ESRA ausgehende astrologische vorgebliche »Wissenschaft» in der Theologie der Juden eine bedeutende Stellung sich zu verschaffen vermocht.

Im Jahre 1313 wurde eine kurze hebräische Anleitung zur Kalenderberechnung nach den Principien der *karaitischen* Lehrer verfasst, welche die sachliche Überschrift trägt: *Cheschbon Ibbur Chodsche ha-Schana* (Berechnung der Intercalation der Monate des Jahres, — oder mit geringen Varianten). WOLF (*Bibl. Hebr.* IV, 1077 ff.) hat diese Abhandlung aus Cod. Leydensis 60 abgedruckt und für einen Bestandteil der in jenem ms. vorangehenden karaitischen »Institutio» (*Tikkun*) gehalten; sie findet sich aber auch anonym und teilweise correcter in ms. Leyden 25[4]; in dem Petersburger ms. Firkowitz 716 wird als Verfasser ELIA HA-DAJJAN angegeben, über dessen zweifelhafte Persönlichkeit auf die weitläufige Erörterung in der Hebr. Bibliogr. (XX. 1880, S. 71—91) verwiesen werden muss, wo auch zuerst die Identität dieses und des hier noch zu besprechenden ms. mit denen in Leyden nachgewiesen ist. Im Catalog der von S. PINSKER hinterlassenen mss., — welche jetzt dem Institut »Bet ha Midrasch» in Wien angehören, — ist unter

* In der Biblioth. Mathem. 1896 S. 80 habe ich Folgendes aus Versehen nicht angegeben: 1160—80 lebte in Toledo ABRAHAM BEN DAÛD (s. § 21), welcher nach ISAK ISRAELI (IV, 18 f. 35) »ein geachtetes, wichtiges» Werk über Astronomie verfasst hat, wovon nirgends sonst die Rede ist.

N. 2[5] (S. 7) eine ähnlich überschriebene Abhandlung von dem anderweitig bekannten Karäer ISRAEL HA-MAARABI verzeichnet; der nachträglich mitgeteilte Anfang aus einem anderen alten ms. bietet die Überschrift und den Anfang des Petersburger ms., so dass die Identität der Abhandlung unzweifelhaft erscheint; jedoch findet sich hier das Jahr 1323, für 1313, ob vom Copisten geändert? ISRAEL MAARABI BEN SAMUEL scheint der wirkliche Verf. des Stückes, das vielleicht nur ein Kapitel seines »Buches der Gebote» bildete und ohne Namen des Verf. excerpirt, dann auch mit falschem Namen versehen wurde.

Eine andere Sammlung von chronologischen und kalendarischen Regeln weist ebenfalls dasselbe Jahr *1313* auf. Ich fand dieselbe vor ungefähr 30 Jahren in einem ms. des Baron DAVID VON GÜNZBURG, welches dieser, wenn ich mich recht entsinne, dem Dr. H. GROSS geliehen hatte. Dieses ms. enthält eigentlich den 2. bisher unedirten Teil des Ritualwerkes *Orchot Chajjim* von AHRON HA-KOHEN,[1] in Majorca kurz nach dem Tode des ASCHER BEN JECHIEL (1327) aus verschiedenen Werken compilirt. Ich glaube aber nicht, dass die Kalenderregeln einen Bestandteil jenes Werkes bilden, wie es in der That in einem anderen, von S. D. LUZZATTO beschriebenen ms., welches unter den mss. HALBERSTAM's in Ramsgate sich befindet, und in einem dritten ms., welches jetzt in Warschau zur Herausgabe copirt wird, nicht vorkommt.[2]

Eine detaillirte Beschreibung der fraglichen Abhandlung würde für diesen Ort nicht passen, ich beschränke mich daher auf einige dieselbe charakterisirenden Angaben.

§ 85 fol. 254[c] finden sich unter der Überschrift: »Ibbur» zunächst exegetische Bemerkungen; f. 255, 255[b] ist davon die Rede, dass die Gelehrten sich vertieft haben »das Geheimnis der Punkte des Ascendens durch das Kupfergerät (Astrolab) zu finden». Fol. 256[b] scheint mit der Überschrift »Pforte der Novilunien» mit den Worten: »Da die erste Zahl 7 ist», die eigentliche Abhandlung zu beginnen, die auch auf fol. 256[c] und 257 Tabellen enthält. F. 258[d] liest man: »Heute am Neumond Ijjar des Jahres 5073 sind 58 Cyklen,[3] 8 Jahre und 4 Monate vollendet, denn im Nisan des Jahres 65 (= 5065) begann der 59:te Cyklus und am Neumonde Schebat des Jahres 73 begann das 9. Jahr desselben. Dasselbe Datum findet sich auch sonst; f. 267 giebt Tabellen für Cyklus 268 (= 5073 ff.); f. 274 heisst es: »Jetzt im Jahre 5074 verspätete sich der Quatember des Monates Nisan des 268. Cyklus nach der Berechnung des SAMUEL im Verhältnis zur Rechnung des ADA um

8 Tage 17 Stunden und 333 Theile (1080stel); ferner fol. 287: das Jahr 5073 ist das neunzehnte des 267sten Cyklus und das dritte Jahr des christlichen Cyklus; fol. 293: Im Jahre 5069 begann dieser Cyklus, das Jahr 5073 ist das fünfte Jahr desselben. Das J. 5073/4 (1313/4 n. Chr.) ist auch sonst kurz angegeben. In Bezug auf den Inhalt hebe ich ausser den bekannten und meist edirten Stücken hervor: fol. 266[b] ist von 61 Verszeilen des Rabbi »Isak« die Rede, das ist ISAK B. ARAHAM im ms. München 394. Fol. 267 werden Memorialverse des verstorbenen DAVID DE VILLEFORT (Dep. Lozère) mitgeteilt;[4] fol. 280[d] ist allerlei Abergläubisches mitgeteilt; fol. 283[a] wird PTOLEMÄUS citirt, wahrscheinlich aus dem *Quadripartitum*, oder dem *Centiloquium*; fol. 283[b] wird die Berechnung citirt, welche »ARISTOTELES dem ALEXANDER schickte«, die bekannte Rechnung der streitenden Heere aus dem *Secretum secretorum*; fol. 284[b] findet sich eine vollständige Schlussformel des Buches; dennoch folgt darauf noch allerlei, unter Anderem über den *christlichen* Kalender aus ABRAHAM IBN ESRA. Man sieht hieraus, welcher Literatur der anonyme Verfasser seine, damals unentbehrliche Ausstattung der Kalenderschriften zu entnehmen sich veranlasst sah.[5]

Ob die Kalendertabellen über die Jahre 1313—1337 in einem ms. des Prof. D. KAUFMANN in Budapest[6] mit der eben besprochenen Compilation irgendwie zusammenhängen, muss ich dahingestellt sein lassen.

41. Ich habe im vorigen § einige wenig bekannte chronologische oder kalendarische Schriften zusammengefasst, weil sie demselben Jahre angehören. Wenn auf diesem engeren Gebiete eigentlich kaum etwas Originales, oder auch nur Eigentümliches noch zu schaffen war, so bietet uns das erste und zweite Jahrzehnt dieses Jahrhunderts in maestro CALO das Bild eines Mannes, der den Juden, insbesondere den des Arabischen Unkundigen, eine Anzahl von Werken und Abhandlungen der Griechen und Araber durch hebräische Übersetzungen und eine, leider bis auf ein anonymes Fragment wahrscheinlich verloren gegangene Compilation zugänglich machte, hiermit den Kreis der fremden Quellen abschloss, welchen JAKOB BEN MACHIR (PROPHATIUS, § 36) so weit geöffnet, und mit einer eigenen Erfindung erweitert hatte. Es bedurfte einer geraumen Pause, deren Dauer noch nicht angegeben werden kann, ehe durch die Bearbeitung der christlichen Mathematiker des Mittelalters, meistens in hebräischen Übersetzungen aus dem Lateinischen, der Gesichtskreis neuerdings merklich erweitert wurde. Auf JAKOB

BEN MACHIR und KALONYMOS werden wir also hauptsächlich geführt, wenn wir einigen, allerdings wenigen, älteren hebräischen Schriften begegnen, welche sich als Übersetzungen kennzeichnen, aber keinen Namen eines Übersetzers kundgeben.

Die Übersetzungen des KALONYMOS haben zu ihrer Zeit die Juden sachlich belehrt; die Kenntnis der Quelle dieser Belehrungen war gewiss nur äusserst Wenigen eine erwünschte oder nicht zu verachtende Nebengabe. Ich bin nicht competent, darüber zu urteilen, in wieweit die zu besprechenden Schriften des KALONYMOS noch heute sachliche Beachtung verdienen; sicher ist es, dass gerade seine Übertragungen unsere bisherige Kenntnis der arabischen Literatur bereichert haben, was ich im Einzelnen hervorheben werde.

Über den *Platz*, welchen ich diesem bedeutenden Schriftsteller hier angewiesen habe, wird sich Näheres ergeben.

42. KALONYMOS BEN (Sohn des) KALONYMOS, auch »maestro CALO» genannt, in Arles um 1286 geboren, muss frühzeitig eine umfassende Bildung genossen haben, obwohl er nach dem Tode seines Vaters geboren, und daher den Vornamen desselben erhalten zu haben scheint, was anderenfalls nicht Sitte war. Von seinen persönlichen Erlebnissen ist nicht viel bekannt, auch wohl nichts Bedeutendes vorgekommen, als dass er spätestens im J. 1306, also höchstens 20 Jahre alt, in der Provence als Übersetzer auftrat, im Dienste ROBERT's von Anjou arbeitete, vor 1321 eine kurze Zeit in Rom sich die Achtung und Freundschaft der dortigen Autoritäten erwarb, unter Anderen des genialen IMMANUEL BEN SALOMO (*Manoello,* Freund DANTE's), von dessen genialem Humor auch ihm ein Anteil zugefallen war; eine launige Parodie (nicht »Persiflage») des *Talmuds,* als Faschingscherz, welchen man im 16. Jahrh. zu veröffentlichen wagte, wurde von rigorosen Juden aufgekauft und bei Seite geschafft. Eine, mit beissender Satyre durchtränkte Moralisation (»Der Probirstein») ist durch eine deutsche Übersetzung von M. MEISEL (mit einer Biographie von M. KAYSERLING) zugänglich. Dieses Schriftchen verfasste KALONYMOS 1322 auf einer Reise in Catalonien; im Jahre 1328 übersetzte er die *Destructio destructionis* des AVERROES auf Befehl ROBERT'S von Anjou, und mit diesem 42. Lebensjahre schwindet die letzte Spur des begabten und fleissigen Schriftstellers, der im Laufe von einer Woche (1316) die 1. Abhandlung der sogen. »Lauteren Brüder», über den Streit zwischen Mensch und Tier, aus dem Arabischen ins Hebräische übertrug, wovon eine deutsche Nachahmung in Reimen mit weitläufigen Anmerkungen von

Julius Landsberger, Darmstadt 1882, erschien. Wenn wir noch hinzufügen, dass Kalonymos auf dem Gebiete der Philosophie und Medicin an Übersetzungen noch mehr leistete, als auf dem der Mathematik, dann ist hier die für unsere Leser berechnete allgemeine Charakteristik des Autors erledigt, welcher in neuerer Zeit mehrmals Gegenstand ausführlicher Artikel geworden ist.[7]

Nach dem bisher befolgten Plan der gegenwärtigen Skizze beschränke ich mich auf eine kurze Aufzählung der hebräischen Übersetzungen des Kalonymos auf unserem Gebiete nach der alphabetischen Reihenfolge der Autoren (zuerst der anonymen), füge schliesslich eine kurze Notiz an über die noch nicht ausreichend erkennbare eigene Abhandlung oder Compilation. Die genauere Angabe von Monat und Tag der Beendigung habe ich immer hinzugefügt, wo mehrere Schriften im Laufe desselben Jahres beendigt wurden.

1. *Anonymus*, Abhandlung über die 5 Körper, welche im XIV. Traktat des Euklid (Hypsikles) erwähnt werden, mit Rücksicht auf die Theorie des Apollonius und den Commentar des Simplicius zu Euklid, übersetzt in Arles, beendet 2. Februar 1309, also die erste datirte (s. unten n. 4), erst kürzlich bekannt gewordene Übersetzung des Kalonymos auf unserem Gebiete. Der anonyme Autor dieser, nach dem von Neubauer (p. 80) mitgeteilten Anfang zu schliessen, selbständigen Abhandlung bezeichnet Simplicius als Redacteur oder Corrector (?, wörtlich Zurechtmacher, Verbesserer u. dergl.) des Buches des Apollonius, dessen Citate er von seiner eigenen Auseinandersetzung unterscheiden will. Am Schlusse stellt er noch eine ergänzende Abhandlung in Aussicht, welche beweisen soll, dass im Globus nur diese 5 Körper möglich sind.

Das einzige bekannte ms. der Bodleiana (Hebr. d. 4, fol. 181), sehr incorrect, enthält eine Ergänzung zur Übersetzung, worin Figur 30 und 31 gefehlt hatte. Kalonymos Todros fand nämlich ein betreffendes Blatt von der Hand des Miles (Samuel b. Jehuda) Marsili, datirt 1335, welches die Lücke enthielt. Neubauer versteht die ungeschickt ausgedrückte Notiz so, dass Miles (auf den wir bald des Näheren zurückkommen) das fehlende Stück *übersetzt* habe, was auch wahrscheinlich ist.

Auf dem hier erwähnten, bis dahin unbeachteten Simplicius habe ich bereits in einer Miscelle (Biblioth. Mathem. 1893, S. 7 vgl. daselbst S. 67) aufmerksam gemacht, so wie auf den Commentar des Neirizi (nicht Nirizi, oder gar Narizi) und die

obige hebräische Übersetzung, welche ich in meinem Werke: *Die hebräischen Übersetzungen* u. s. w. noch nicht erwähnen konnte.

2. »Buch (!) der Fragen über Geometrie», eine sehr verdächtige Überschrift, da es sich nur um 12 Probleme handelt, und das betreffende Wort für Probleme weder gebräuchlich, noch überhaupt hebräisch ist; das 1. Problem lautet: »Wir wollen erläutern, wie man eine Linie in zwei Teile teilt, so dass das Product des Ganzen und des einen Teils zum Quadrat des anderen Teiles ein gegebenes sei» (also etwa $(a + b) \times a : b^2 = 3 : 2$). Das letzte Problem giebt NEUBAUER nicht vollständig an. Die geometrischen Figuren fehlen. Die Übersetzung, am 1. Juni 1311 beendet, findet sich in dem oben genannten ms. Bodl. Hebr. d. 4, f. 142. NEUBAUER meint, das Original scheine verloren gegangen. Sollte das ms. nur ein Fragment, oder Excerpt, oder ein Supplement sein? Dieses Stück wurde mir erst nach Vollendung meines oben erwähnten Werkes bekannt.

3. AFLA'H (DJABIR IBN), über die *Figura sector* des MENELAUS, findet sich ohne Namen des Übersetzers im Bodl. ms. URI 433 (NEUBAUER 2008[2]) und in dem oben erwähnten ms. Hebr. d. 4, neben anderen Übersetzungen des KALONYMOS; ich habe daher (*Hebr. Übersetz.* S. 545) die Vermutung ausgesprochen, dass JAKOB B. MACHIR oder KALONYMOS der Übersetzer sei, und glaube jetzt dem letzteren den Vorzug geben zu müssen, obwohl NEUBAUER diese Vermutung unbeachtet lies.

4. ARCHIMEDES, über Kugel und Cylinder, nach dem Arabischen von COSTA BEN LUCA von KALONYMOS zweimal übersetzt; die zweite Übersetzung enthalten 2 mss. der Bodl. (NEUBAUER 2007 und hebr. d. 4, f. 108 (NEUBAUER p. 437 [445], wo lies: *Hebr. Übersetz.* p. 502, anstatt 402). NEUBAUER vermutet, dass die 2. Überzetzung in das Jahr 1311 falle. Ich habe aber (ERSCH und GRUBER, *Encyclopädie*, S. 173 n. 16) auf einen anderen ähnlichen Fall hingewiesen; die »medicinischen Principien» des IBN RIDHWAN hat KALONYMOS in zweiter Übersetzung am 10. October 1307 vollendet, nachdem die erste im französischen Exil der Juden (1306) verloren gegangen war. Wenn die Veranlassung zu einer wiederholten Übersetzung dieselbe war, wie es wahrscheinlich ist, so hat KALONYMOS *spätestens im J. 1306 sich auch den mathematischen* Schriften zugewendet.

5. ARCHIMEDES, *de mensura circuli*, wahrscheinlich nach THABIT's arabischer Übersetzung, dürfte von KALONYMOS übersetzt sein. Der hebräische Titel »Buch des ARCHIMEDES über

den Flächeninhalt des Kreises» steht im ms. selbst f. 412 und lässt keinen Zweifel darüber zu; NEUBAUER (p. 459 n. 10) hat meine Angaben (*Hebr. Übersetz.* p. 113) übersehen und nimmt an, dass die betreffende Abhandlung f. 385 beginne, am Anfang und Ende defect sei.

6. HEITHAM (IBN, vulgo ALHAZEN), aus dem Commentare zu den Einleitungen (*Mu'sadirât*) des EUKLID, zu Buch X, beendet am 9. September 1314, ms. Berlin n. 204[3] (mein *Verzeichnis* Abth. 2 S. 56, wo über die abweichende Übersetzung des MOSES IBN TIBBON).[6] Dieses Stück war bisher ganz unbekannt.

7—9. AL-KINDI, *drei* kleine Abhandlungen (grösstenteils in denselben mss. zu finden): a) über Nativitäten, b) über Feuchtigkeit und Regen, c) über den Einfluss der »höheren Individuen» (Himmelskörper) auf den Regen; a) und c) sind den 21. Elul (3. Sept.) 1314 datirt. Die arabischen Originale sind bisher nicht nachgewiesen, eine lateinische Übersetzung von b) und 2 Capp. von c) steht hinter der hebräischen weit zurück, ermangelt auch einer interessanten, bis dahin unbekannten Stelle über die Einführung der 28. Mondstation (*Naxatra*), welche ich im J. 1864 mitgeteilt habe. Näheres in: *Hebr. Übersetz.* S. 503—5, nicht ausgenutzt bei NEUBAUER p. 431 n. XVI, XVII, p. 439 n. XXVII.

10. NIKOMACHOS von Gerasa, Arithmetik, in einer Paraphrase des ABU SULEIMAN, RABI'U BEN JA'HJA, Bischofs von Elvira, übersetzt von KALONYMOS im Alter von 30 Jahren (1317). Zu den von mir (*Hebr. Übersetz.* S. 517) aufgezählten mss. kommt noch Bodl. Hebr. d. 5 (NEUBAUER p. 436 n. XXIII).

11. PTOLEMAEUS, *Centiloquium*, als Text mit dem Commentar des ABU DJA'AFAR AHMED BEN IBRAHIM (welcher in der gedruckten latein. Übersetzung fälschlich dem »Ali Heben Rodan» [d. i. ALI IBN RIDHWAN] beigelegt wird), beendet 2. Sept. 1314. Mss. sind nicht sehr selten (*Hebr. Übersetz.* S. 529; NEUBAUER S. 85).

12. PTOLEMAEUS, *Hypothesen*, welches Buch der Pariser Catalog n. 1028 in dem hebräischen, aus dem arabischen stammenden Titel nicht erkannte; NEUBAUER p. 437 n. XXIV übersetzt ihn ungenau. Das Datum ist nur »8. Nisan», vielleicht 1317 zu ergänzen (*Hebr. Übersetz.* S. 538).

13. SA'ADUN (ABU), bisher *unbekannt*, wie seine Abhandlung über das Dreieck, dessen Übersetzung KALONYMOS am 20. Mai 1311 beendete, ms. Bodl. Hebr. d. 4 f. 152[b]. Den Anfang (Dreieck im Kreise) giebt NEUBAUER p. 427 n. V.

14. Sam'h (ibn), im ms. »Samma'h«, wahrscheinlich abu'l-Kasim As'bag (gest. 1035), Traktat über Cylinder und Kegel, vielleicht Abschnitt einer Schrift von grösserem Umfange, beendet 5 Jan. 1312, nur in ms. Bodl. bei Uri 433 (Neub. 2008[5]); *Hebr. Übersetz.* S. 584, wonach Neubauer p. 428 n. VIII teilweise zu ergänzen ist.

15. Thabit ben Korra (oder Kurra), über die *Figura sector* des Menelaus, beendet 9. Kislew 72 (also 20. Nov. 1311), wie Neubauer p. 427 VII meine Angabe »74« (also 11. Nov. 1311, auch in: *Hebr. Übersetz.* S. 589) berichtigt.

Thabit hatte die Figur, die man noch jetzt den »Menelaus« nennt, in 18 Fälle aufgelöst, und spätere arabische Mathematiker übten ihre Kritik daran, wie z. B. der oben erwähnte ibn Afla'h (s. *Hebr. Übersetz.* S. 546, 589, vgl. die Notiz in dem oben erwähnten hebr. ms. Berlin 204[7]). Zu den letzten arabischen Mathematikern, von denen eine originelle Behandlung dieses Themas bekannt ist (*Hebr. Übersetz.* S. 590), gehört der bekannte Perser Na'sir al-Din Tusi (gest. 1274), dessen eigene arabische Übersetzung aus dem Persischen edirt ist (1891).[9]

Wir schliessen mit einer Notiz über

16. »*Buch der Könige*«. Ein Buch dieses Titels von Kalonymos erwähnt ein provençalischer Gelehrter des XIV. Jahrh. und ich glaube, ein Fragment desselben in dem anonymen ms. München 290 f. 49—62 aufgefunden zu haben, welches auf Befehl eines Königs (Robert von Anjou?, s. oben, S. 76) verfasst ist. Aus der eingehenden Schilderung des Fragments und den Argumenten für die Identificirung, die ich in Geiger's Jüd. Zeitschr. **8**, 1870, S. 118, gegeben habe, genügt hier die Angabe, dass nur der 1. Teil des Werkes, mit Ausnahme des 1. Blattes, vorliege, worin zuerst die Eigenschaften der Grundzahlen 1—10 mit Rücksicht auf Zahl und natürliche Eigenschaften gewisser Wesen auseinandergesetzt werden, dann die Eigentümlichkeiten oder Verhältnisse der abstracten Zahlen in aphoristischer Weise ohne Deduction, »nicht in der Methode von Euklid VII—IX«, ohne Beispiele und ohne Anwendung der Geometrie. Unter And. ist von den »befreundeten Zahlen« die Rede, einem Lieblingsthema einiger arabischen Arithmetiker und Mystiker. Kalonymos bemerkt ausdrücklich, dass Einiges von ihm selbst erfunden (oder aufgefunden) sei.

[1] Er wird auf dem Titel des gedruckten 1. Teils Ahron »aus Lunel« genannt, aus Confusion mit Ahron b. Meschullam

(XIII. Jahrh.), s. *Catal. Bodl.* p. 1689, 2533. — Über unsern AHRON s. ZUNZ, *Die Ritus*, S. 31; H. GROSS, *Ahron Hakohen* u. s. w., Monatschrift, XVIII, 1869, S. 133 ff.; NEUBAUER in *Hist. Litt. de la France* (t. XXXI, 1893), in der auch besonders paginirten Abteilung: *Les Écrivains Juifs Français du XIVe siècle* (ich citire die fortlaufende Pagination) p. 462; H. GROSS, *Gallia Judaica* (französ.), Paris 1897, p. 201, cf. p. 290.

[2] Mitteilung des Dr. S. POZNANSKI vom August 1897. — Andere mss. sind nicht bekannt; die Ziffer 5 bei GROSS (Monatschrift, S. 141) ist Druckfehler für 2.

[3] Von welchen Cyklen hier die Rede sei, die etwa aus 90 (?) Jahren bestehen sollten, weiss ich nicht. $58 \times 90 = 5220$ (Chr. 1460)! 5064 geteilt durch 58 giebt $87^{18}/_{58}$. Die Zahl der jüdischen (METON'schen) Cyklen (zu 19 Jahren) ist richtig 268. — Über den Cyklus von 84 Jahren (3×28 Sonnen- $= 4 \times 21$ Mondjahren) s. meine Nachweisungen bei S. SACHS, *ha-Jona*, Berlin 1851 S. 27, vgl. WOLF, *Bibl. Hebr.* III, p. 871; S. D. LUZZATTO, Brief vom 19. Elul 1832 an S. SACHS, den ich unter den gedruckten, Teil VIII S. 1153 vermisse.

[4] Nachdem das Datum 1313 sichergestellt ist, bietet die Identifikation mit DAVID »de Villaforte» (1284—1300 in Pamiers, nach SAIGE) bei GROSS, *Gallia*, p. 201, keinerlei Schwierigkeit.

[5] Vgl. meine Artikel: *Der jüdische Kalender*, im Jahrbuch zur Belehrung u. s. w., herausgegeben von M. BRANN als Beigabe zum *Volks- und Hauskalender*, Breslau, Jahrg. XLIII, XLIV, 1895 S. 127, 1896 S. 38.

[6] Jewish Quarterly Review III, 562.

[7] Seit 1836 erschienen Artikel von L. ZUNZ, M. KAYSERLING, H. GROSS (s. auch desselben *Gallia Jud.*, Paris 1897, p. 84), M. STEINSCHNEIDER (in ERSCH u. GRUBER, Sect. II, Bd. 32 S. 169 ff.; dazu: *Hebr. Übersetz.* Index S. 1059), AD. NEUBAUER, *Hist. Litt. de la France*, t. **31**, p. 423 ff. — In der hier folgenden Aufzählung der Schriften genügte eine Hinweisung auf die beiden letztgenannten, wo das Nähere über die vorangehenden Schriften zu finden ist, das also nicht wiederholt zu werden braucht.

[8] In der hebr. Überschrift: טספרי, lies מספרו.

[9] Hiernach ist teilweise zu ergänzen die mir durch Freundlichkeit des Herrn Verf. zugegangene interessante Abhandlung:

Nassir Eddin Tusi und Regiomontan von A. VON BRAUNMÜHL, Halle 1897, p. 6 des Sonderabdr. aus Nova Acta, Abhandl. der Kaiserl. Deutschen Akad. der Naturforscher Bd. LXXI n. 2.

Einige Beiträge zur Geschichte der arabischen Mathematiker und Astronomen.

Von H. SUTER in Zürich.

Bei meinen Studien über westarabische Mathematiker, über deren Leben und Schriften ich nächstens eine Arbeit veröffentlichen werde, bin ich auf einige Persönlichkeiten gestossen, die vielleicht mit solchen, die in den bisherigen Forschungen aufgetreten, aber noch nicht sicher gestellt sind, identisch sein könnten; ich finde mich veranlasst, die kurzen Notizen, die mir über dieselben nach den Quellen zu Gebote stehen, hier schon zu veröffentlichen.

1. Der von Herrn STEINSCHNEIDER im Bullett. di bibliogr. d. sc. matem. **10** (1877) S. 313—314 erwähnte Commentator des *Talchîss*[1] des IBN EL-BENNÂ, »Hawarî», ist 'ABDEL-'AZÎZ BEN 'ALI BEN DÂÛD EL-HUWÂRÎ[2] (nicht Hawârî), der vor 761 gelebt hat. Sein Commentar ist im Escurial noch in zwei Exemplaren vorhanden (N:o 948, 2° und 949); der letztere Codex enthält eine Widmung des Wezirs ABÛ MUHAMMED IBN OMAD(?) an den Fürsten von Granada, ABÛ NASZR ISMA'ÎL[3], vom Jahre 761 (1359—1360) datiert. (Vergl. CASIRI I, 380—381 und HÂDSCHI CHALFA II, 400.)

2. GERARD von Cremona hat ein arabisches astronomisches Werk übersetzt, betitelt: *Liber tabularum iahen cum regulis suis*[4]. Man hat über den Namen *Jahen* schon verschiedene Conjecturen aufgestellt: LECLERC liest »Jaberi» und vermuthet hierin DSCHÂBIR BEN AFLAH. Dieser *Jahen* ist meiner Ansicht nach höchst wahrscheinlich JÛSUF BEN'OMAR EL-DSCHUHANÎ (oder DSCHUHAINÎ),[5] ABÛ'OMAR, aus Toledo, bekannt unter den Namen IBN ABÎ TALLA (CASIRI hat TALTHA), der sehr gelehrt in Erbteilung, Litteratur und Astronomie war. Er starb im Jahre 435 (1043—1044) nach IBN BASCHKUWÂL (*es-Szila* I, 615). Er soll nach CASIRI (II, 148) wirklich astronomische Tafeln verfasst haben; IBN BASCHKUWÂL, der allerdings selten die Schriften der von ihm besprochenen Gelehrten anführt, weiss nichts von solchen, woher CASIRI dieses hat, weiss ich nicht.

3. Der Kâdhî ABÛ'ABDALLÂH MUHAMMED BEN MUADS EL-DJAJJÂNÎ, den Herr STEINSCHNEIDER als Commentator des 5. Buches des EUKLIDES nennt[6] und auch (s. Anmerkg. 5) als Verfasser der oben genannten Tafeln des *Jahen* betrachtet, ist

wahrscheinlich identisch mit MUHAMMED BEN JÛSUF BEN AHMED BEN MU'ÂDH EL-DSCHUHANÎ, ABÛ'ABDALLÂH, aus Cordova, Korânkenner und sehr bewandert in Sprachkenntniss, Erbteilung und Rechenkunst. Er studierte hauptsächlich unter ABÛ'ABDALLÂH BEN ABÎ ZAMÂNÎN und ABÛ'L-KÂSIM'ABDERRAHMÂN BEN'ABDALLAH BEN CHÂLID, wohnte zuletzt in Kairo während 5 Jahren, von Anfang 403 (1012) bis Ende 407 (1017). Er wurde geboren im Jahre 379 (989). Der von CASIRI (I, 382) als Verfasser einer Schrift über die Auffindung der Oberfläche der Kugelsegmente (Escurial N:o 955) genannte (ABÛ) 'ABDALLÂH MUHAMMED BEN MOAD *Cordubensis* ist wahrscheinlich derselbe Autor. (IBN BASCHKUWÂL, *es-Szila,* I, 480.)

4. Herr STEINSCHNEIDER hat seiner Zeit nachgewiesen, dass der sogenannte »kleine Sattel», den IBN CHALDÛN in seinen Prolegomena erwähnt und von welchem der *Talchîsz* des IBN EL-BENNÂ eine Bearbeitung (Auszug) sein soll, einer falschen Lesart jener Stelle des IBN CHALDÛN entsprungen sei, dass nämlich »kitâb el-haszâr es-szaghîr» zu übersetzen sei: »das kleine Buch des HASZÂR» und nicht: »der kleine Sattel»; in einem hebräischen Ms. des Vatican (N:o 396) befindet sich nämlich nach Herrn STEINSCHNEIDER ein arithmetisches Werk eines IBN EL-HASZÂR,[7] über dessen Persönlichkeit weiter nichts bekannt ist. Ich vermuthe nun, dieser IBN EL-HASZÂR, oder nach IBN CHALDÛN nur EL-HASZÂR, könnte identisch sein mit einem Autor, der in einem Gothaer Fragment der Chronik des 'ARÎB BEN SA'D, das DOZY in seine Ausgabe des IBN 'ADHÂRÎ[8] eingeflochten hat, vorkommt, wo es heisst: »Im Jahre 308 (920—921) starb IBRÂHÎM BEN JÛNIS, bekannt unter dem Namen IBN EL-HASSÂB, Freigelassener des MÛSÂ BEN NASZÎR; er hatte auch den Beinahmen »HÂRITH der Rechenkunst»;[9] er gehörte zum Gerichtshof von Kairowân und auch zu den Richtern der Stadt Rakâda».[10] — Nun ist zu bemerken, dass im Arabischen *b* am Ende leicht mit *r* verwechselt werden kann, weniger leicht allerdings *s* mit *sz,* dennoch scheint es mir wahrscheinlich, dass hier eine Identität vorliegen könnte.

5. GERARD von Cremona hat eine Schrift übersetzt,[11] betitelt: *Liber in quo terrarum corporumque continentur mensurationes Abhabuchri* (Abû Bekr) *qui dicebatur Heus* (oder *Deus*[12]). Dieses *Heus* oder *Deus* ist bis jetzt noch nicht erklärt. Nun traf ich in meinen Studien auf einen ABÛ BEKR IBN ABÎ DAUS (eigentlicher Name: MUHAMMED BEN AGHLAB) aus Murcia, bewandert in Sprachwissenschaft und Litteratur, gestorben in Marokko 511 (1117—1118). Er wird allerdings nicht als bewandert in

mathematischen Disciplinen genannt, noch weniger wird ihm eine mathematische Schrift zugeschrieben, aber er wird immerhin als Schüler eines in mathematischen Dingen bewanderten MUHAMMED BEN 'ISÂ BEN MA'JÛN EZ-ZAHRÎ ABÛ 'ABDALLÂH bezeichnet, so dass doch die Möglichkeit vorhanden wäre, dass dieses der *Deus* oder *Heus* des GERARD von Cremona sein könnte. (IBN EL-ABBÂR, Ergänzung zum Buche *es-Szila* des IBN BASCHKUWÂL, I. Bd., 140 und 147.)

6. Man möge mir zum Schlusse noch gestatten, eine Stelle aus einem Schriftsteller anzuführen, die nicht gerade das Gebiet der mathematischen Wissenschaften direkt berührt, aber doch unser Interesse in Anspruch nehmen darf. Man weiss, dass die Araber auch in den mechanischen Künsten Hervorragendes geleistet haben, ich erinnere nur an die Wasseruhr, die HÂRÛN ER-RASCHÎD KARL dem Grossen zum Geschenk gemacht hat, und an die noch berühmtere des 'ABDERRAHMÂN[13] zu Toledo; dass sie aber auch Versuche mit Flugmaschinen gemacht haben, ist vielleicht bis jetzt noch Wenigen bekannt. EL-MAKKARÎ[14] erzählt von einem ABÛ 'L-KÂSIM 'ABBÂS BEN FIRNÂS, dem Weisen Andalusiens, dessen Lebenszeit in die zweite Hälfte des 9. Jahrh. fällt, dass dieser auf geistreiche Weise herausgebracht habe, wie er seinen Körper zum Fliegen bringen könnte; er bekleidete sich mit Federn und verfertigte sich zwei Flügel, mit Hilfe deren er in der Luft eine grosse Strecke weit flog; im Hinuntersteigen aber war er nicht so geschickt und erlitt eine Schädigung; er wusste nämlich nicht, dass der Vogel einfach auf seinen Schwanz hinunterfällt (d. h. mit dem Schwanz zuerst den Boden berührt?) und hatte sich desshalb keinen Schwanz gemacht. — Von ihm wird weiter noch erzählt, dass er der erste war, der in Spanien Glas aus Steinen zu machen verstand, dass er ein Instrument für die Zeitmessung in der Musik erfunden habe, und dass er eine Himmelskugel construirt habe, welche den Beobachter die Bewegung der Gestirne, ja sogar die Wolken und Blitze sehen und den Donner hören liess.

[1] Ich gebe das arabische *Sâd* durch *sz* wieder, um die den Druck erschwerenden diakritischen Punkte zu vermeiden.

[2] El-Huwâra ist nach DOZY (Geographie des EDRÎSÎ) der Name eines Berberstammes.

[3] Es ist dies der nur zwei Jahre (760—761) regierende Naszride ISMA'ÎL II.

[4] Vergl. WÜSTENFELD, *Die Übersetzungen arabischer Werke ins Lateinische seit dem XI. Jahrh.*, S. 66.

[5] Nicht ABÛ MUAD EL-DSCHAJJÂNÎ (d. h. von Iaën), wie Hr. STEINSCHNEIDER in Zeitschr. für Mathem. **11**, 1866, S. 237 angiebt. DSCHUHANÎ ist nach IBN CHALLIKÂN (Text der Bulaker Ausgabe I, 146, Übersetzg. v. MAC GUCKIN DE SLANE I, 422) entweder abgeleitet von Dschuhaina, einem Dorfe bei Mosul, oder von einem arabischen Stamme Dschuhaina.

[6] Zeitschr. d. d. morgenländ. Gesellsch. **50**, S. 16.; der Commentar ist noch in Algier (N:o 1446, 2°) vorhanden.

[7] Vergl. *Extrait d'une lettre de Mr.* STEINSCHNEIDER im Bullett. di bibliogr. d. sc. matem. **10** (1877), 313—314.

[8] IBN'ADHÂRÎ oder 'IDHÂRÎ, *Histoire de l'Afrique et de l'Espagne*, Leyde 1848—1851, 1 Bd., S. 189.

[9] Hierzu bemerkt DOZY: »Quia scilicet inter arithmeticos eandem celebritatem nactus erat atque EL-HÂRITH IBN OBÂD inter antiquos heroës.» Worauf sich diese Erklärung DOZY's stützt, weiss ich nicht.

[10] Rakâda war ein Flecken bei Kairowân.

[11] WÜSTENFELD, l. c. S. 79.

[12] Vergl. LIBRI, *Histoire des sciences mathém. en Italie*, I, 299.

[13] Vergl. WITTSTEIN, *Über die Wasseruhr und das Astrolabium des Arzachel* in Zeitschr. für Mathem. **39**, 1884; Hist. Abth. S. 41 ff.

[14] Nafh et-tîb etc., über die Geschichte und Litteratur der spanischen Araber, Ausgabe von Kairo, II, 231.

RECENSIONEN. — ANALYSES.

Revue semestrielle des publications mathématiques rédigée sous les auspices de la société mathématique d'Amsterdam. Tables des matières contenues dans les cinq volumes 1893—1897 suivies d'une table générale par noms d'auteurs. Amsterdam 1897. In-8°, (3) + 84 p.

La Revue semestrielle des publications mathématiques a commencé de paraître en 1893, et dans la Biblioth. Mathem. 1893, p. 25—27 nous avons rendu compte de la première livraison de ce recueil; actuellement cinq volumes (= dix livraisons) en ont été publiés, et la rédaction vient d'éditer une table générale de ces cinq volumes.

La table est divisée en quatre sections, savoir: 1) Table des recueils analysés; 2) Table méthodique des matières traitées dans les ouvrages, mémoires ou notes analysés; 3) Table alphabétique des mathématiciens sur lesquels la consultation de la Revue peut fournir des renseignements biographiques; 4) Liste alphabétique des auteurs.

Dans la première section (p. 1—10) les recueils sont classés en ordre alphabétique des pays où il paraissent, et à côté du titre de chaque recueil on trouve des renvois à toutes les pages de la Revue où il en est rendu compte. Les titres des publications de sociétés savantes ne sont pas donnés *in extenso*, mais ils sont abrégés à peu près comme nous l'avons fait nous-même dans la Biblioth. Mathem. à partir de 1884; ainsi p. ex. le titre: »Proceedings of the philosophical society of Cambridge» a été abrégé en: »Cambridge, Phil. Soc., Proc.». Il va sans dire que nous approuvons parfaitement ce procédé, et nous sommes bien aise que la rédaction de la Revue n'ait pas introduit dans la Table générale les abréviations de la Commission internationale du Répertoire bibliographique des sciences mathématiques (cf. Biblioth. Mathem. 1895, p. 29). D'autre part, nous nous permettons de faire observer que les abréviations ne sont pas toujours formées d'après les mêmes principes; ainsi p. ex. les quatre titres:

1) Bulletin de l'académie des sciences, des lettres et des beaux arts de Belgique;
2) Svenska vetenskapsakademiens handlingar [c. à. d. mémoires de l'académie suédoise des sciences];
3) Sitzungsberichte der Naturforscher-Gesellschaft bei der Universität Jurjew (Dorpat);

4) Vierteljahrsschrift der Naturforschenden Gesellschaft in Zürich,

ont été abrégés respectivement en:

1) Académie de Belgique, Bulletin;
2) Stockholm, Akad., Handlingar;
3) Jurjew (Dorpat), Nat. Ges., Sitzungsber.;
4) Zürich, Vierteljahrsschrift.

Mais si l'on met le mot »Stockholm» au commencement de l'abréviation 2), il nous semble qu'il faille mettre aussi le mot »Bruxelles» au commencement de l'abréviation 1), et si l'on ajoute »Nat. Ges.» après »Jurjew (Dorpat)», on doit sans doute ajouter »Nat. Ges.» aussi après »Zürich». — Les titres des journaux proprement dits sont en général reproduits sans changements, et c'est probablement par erreur que la rédaction de la revue, en signalant le »Jornal de sciencias mathematicas e astronomicas» et les »Prace matematyczno-fizyczne», a mis respectivement »Porto» et »Varsovie» avant leurs titres, bien que des indications correspondantes n'aient pas été admises pour les autres journaux.

La seconde section (p. 11—44) est la plus importante; elle est basée sur le système de classification adopté par la Commission internationale du Répertoire bibliographique des sciences mathématiques, et son étude est, à plus d'un titre, instructive; comme l'a fait observer le directeur de la Revue dans le *Prospectus* de la Table générale, elle permet de juger, par un coup d'oeil, de l'activité déployée pendant les cinq dernières années dans les diverses branches des mathématiques. A notre avis, cette Table aurait été encore plus utile, s'il avait été possible d'ajouter à la suite de chaque renvoi le nom de l'*auteur* de l'écrit dont il s'agit. Mais il faut avouer que cette modification de la Table générale aurait exigé environ 40 pages de plus.

La troisième section (p. 45—48) joue un rôle tout à fait secondaire; néanmoins elle est d'un certain intérêt, en particulier pour les étudiants de l'histoire des mathématiques. Nous prenons la liberté de faire remarquer que ZARKALI (p. 48) est identique à ARZACHEL (p. 45), et que sans doute le mathématicien C. ADAMS (p. 45) est le même que l'astronome J. C. ADAMS. A la page 45 il faut rayer le nom P. B. CARRARA, parce que la note dont il s'agit ne contient qu'une simple analyse d'un ouvrage paru en 1893, et mettre R. DEDEKIND au lieu de E. DEDEKIND. A la page 46 il vaut mieux placer HENRICUS GRAMMATEUS sous le nom GRAMMATEUS, ou bien le

mettre à la page 47 sous le nom SCHREIBER. A la page 47, le mathématicien anglais-français SACROBOSCO est appelé J. VON SACROBOSCO.

La quatrième section (p. 49—84), qui contient plus de 2,000 noms d'auteurs, semble être rédigée avec beaucoup de soin; très rarement deux auteurs homonymes sont réunis par erreur sous un nom (p. ex. p. 52, BORTOLOTTI, où le renvoi à IV **1**, 114 se rapporte à M[lle] EMMA BORTOLOTTI, et p. 75, PREDELLA, où le renvoi à V **1**, 102 se rapporte à M[lle] LIA PREDELLA). D'autre part il est probable que quelques auteurs français sont cités deux fois (p. ex. p. 60, où M. GENTY est probablement identique à E. GENTY), et par une faute de transcription dans la livraison I : 2, les écrits de M. J. PEROTT sont répartis (p. 74) sur lui-même et »J. Perrot«. A la page 75 on trouve l'intéressante indication que le nom du jeune mathématicien qui s'est masqué, on ignore pour quelle raison, sous le pseudonyme »M[me] V[e] Prime«, est A. MINEUR.

Par la Table générale dont nous venons de rendre compte, l'utilité de la Revue semestrielle des publications mathématiques a été considérablement augmentée, car évidemment il a été très penible d'être contraint à parcourir dix tables différentes avant de trouver, dans les livraisons parues, les indications dont on a eu besoin. D'un autre côté, nous ne croyons guère qu'une véritable bibliographie des mathématiques 1893—1897 soit inutile, même après la publication de la Table générale de la Revue. En effet, malgré les efforts de la rédaction, il s'est montré impossible d'avoir des analyses de tous les recueils contenant des écrits mathématiques, et les ouvrages publiés séparément y sont signalés seulement s'il en a été rendu compte dans quelqu'un des recueils analysés; mais les livres analysés sont toujours relativement peu nombreux. De plus, à cause des trois nombres (volume, livraison, page) contenus dans chaque renvoi, il fait perdre beaucoup de temps, si, à l'aide de la Table générale, on veut retrouver tous les écrits parus 1893—1897 et se rapportant à une certaine branche des mathématiques dans laquelle l'activité a été un peu considérable.

Avant de terminer, il convient de mentionner que l'exécution typographique de la Table est très soignée, et que nous n'y avons trouvé qu'un assez petit nombre de fautes d'impression.

Stockholm. G. ENESTRÖM.

NEUERSCHIENENE SCHRIFTEN. — PUBLICATIONS RÉCENTES.

Bibliotheca Mathematica. Zeitschrift für Geschichte der Mathematik herausgegeben von || journal d'histoire des mathématiques publié par G. Eneström. Stockholm. 8°.
1897: 2. — [Analyse des cahiers 1896: 4 et 1897: 1:] Revue catholique des revues **5**, 1897, 247—248. (J. Boyer.)

Bollettino di storia e bibliografia matematica pubblicato per cura di G. Loria. (Supplemento al Giornale di matematiche.) Napoli. 4°.
1897: 2—3.

Historisch-literarische Abtheilung der Zeitschrift für Mathematik und Physik herausgegeben von M. Cantor. Leipzig. 8°.
42 (1897): 3.

Aubry, V., Essai historique sur la théorie des équations.
Journ. de mathém. spéciales **20**, 1896, 222—224, 254—259; **21**, 1897, 17—20, 61—62.

Aubry, V., Notice historique sur la géométrie de la mesure.
Journ. de mathém. élémentaires **20**, 1896, 173—176, 201—204, 227—231, 248—251, 271—277; **21**, 1897, 18—22, 38—40, 62—65.

August Zillmer.
Deutsche Mathematiker-Vereinigung, Jahresber. **4** (1894—1895), 1897, 23—24.

Berthold, G., Über den angeblichen Ausspruch Galilei's: »Eppur si muove».
Biblioth. Mathem. 1897, 57—58.

Birkenmajer, L., Misura universale di Tito Livio Burattini. Podlug wydania Wilenskiego z roku 1675. Krakow 1897. 4°, (2) + V + 32 p. + 4 pl.

Boyer, J., Une mathématicienne russe. Sophie Kowalevsky.
Revue catholique des revues **5**, 1897, 18—29.

Christensen, S. A., Caspar Wessel og de komplekse Tals Teori. En matematisk-historisk Note.
Inbydelsesskrift til eksamen ved Odense kathedralskole 1897 (Odense 1897), p. 3—34.

Curtze, M., Practica Geometriæ. Ein anonymer Tractat aus dem Ende des zwölften Jahrhunderts.
Monatshefte für Mathem. **8**, 1897, 193—224.

Dickstein, S., Karol Weierstrass (1815—1897).
Wiadmosci matematyczne (Warszawa) **1**, 1897, 53—58.

Eneström, G., Sur la découverte de l'intégrale complète des équations différentielles linéaires à coefficients constants.
Biblioth. Mathem. 1897, 43—50.

Eneström, G., Sur les lettres de Léonard Euler à Jean I Bernoulli.
Biblioth. Mathem. 1897, 51—56.

Eneström, G., Sur la méthode de Johan de Witt (1671) pour le calcul de rentes viagères.
Archief voor de verzekeringswetenschap (Haag) **3**, 1897, 62—68.

Franklin, F., James Joseph Sylvester. Address delivered at a memorial meeting at the Johns Hopkins university, May 2, 1897.
New York, Americ. mathem. soc., 3_2, 1897, 299—309.

Graf, J. H., Niklaus Blauner, der erste Professor der Mathematik an der bernischen Akademie.
| Sammlung bernischer Biographien (Bern 1897). 23 p.

Hagen, J. G., Über ein neues Verzeichniss der Werke von Leonard Euler.
Deutsche Mathematiker-Vereinigung, Jahresber. **5** (1896), 1897, 82—83.

Klein, F., Riemann und seine Bedeutung für die Entwickelung der modernen Mathematik.
Deutsche Mathematiker-Vereinigung, Jahresber. **4** (1894—1895), 1897, 71—87. — Cf. Biblioth. Mathem. 1895, p. 117.

Klein, F., Ernst Ritter. †.
Deutsche Mathematiker-Vereinigung, Jahresber. **4** (1894—1895), 1897, 52—54.

Kohn, G., Emil Weyr. †.
Deutsche Mathematiker-Vereinigung, Jahresber. **4** (1894—1895), 1897, 24—33. — Cf. Biblioth. Mathem. 1896, p. 29.

Lampe, E., Nachruf für Julius Worpitzky.
Deutsche Mathematiker-Vereinigung, Jahresber. **4** (1894—1895), 1897, 47—51.

Lampe, E., Arthur Cayley und James Joseph Sylvester. Nachruf.
| Naturwissensch. Rundschau (Braunschweig) **12**, 1897. 16 p.

Lang, A., Arnold Meyer.
Deutsche Mathematiker-Vereinigung, Jahresbericht **5** (1896), 1897, 18—20. — Nécrologie.

Loria, G., Versiera, Visiera e Pseudo-versiera. (Aggiunte.)
Biblioth. Mathem. 1897, 33—34.

Loria, G., Di alcuni nuovi documenti relativi a J. Steiner.
Bollett. di storia matem. **1**, 1897, 1—2. 5—6, 9—11.

M[ansion], P., Sur Wolfgang et Jean Bolyai.
Mathesis 7_2, 1897, 194—195.

Meyer, Fr., Rapporto sullo stato presente della teoria degli invarianti. Traduzione dal tedesco di G. Vivanti.
Giornale di matem. **33**, 1895, 260—319; **34**, 1896, 290—353.

Meyer, Fr., Carl Prediger.
Deutsche Mathematiker-Vereinigung, Jahresber. **4** (1894—1895), 1897, 51—52.

°**Obenrauch, F. J.**, Geschichte der darstellenden und projectiven Geometrie, mit besonderer Berücksichtigung ihrer Begründung in Frankreich und Deutschland und ihrer wissenschaftlichen Pflege in Oesterreich. Brunn 1897.
8°, 6 + 442 p. + 2 pl. — [9 Mk.]

POGGENDORFF's Biographisch-literarisches Handwörterbuch zur Geschichte der exacten Wissenschaften, enthaltend Nachweisungen über Lebensverhältnisse und Leistungen von Mathematikern, Astronomen, Physikern, Chemikern, Mineralogen, Geologen, Geographen u. s. w. aller Völker und Zeiten. III. Band (die Jahre 1858 bis 1883 umfassend). Herausgegeben von B. W. FEDDERSEN und A. J. VON OETTINGEN. 10.—11. Lieferung. Leipzig, Barth 1897.
8°, p. 849—1056.

ПОКРОВСКІЙ, П. М., Карлъ Вейерштрассъ.
Vjesnik elem. matem. **22**, 1897, 62—66. — POKROVSKIJ, P. M., Karl Weierstrass.

Revue semestrielle des publications mathématiques rédigée sous les auspices de la société mathématique d'Amsterdam. Table des matières contenues dans les cinq volumes 1893—1897, suivies d'une table générale par noms d'auteurs. Amsterdam 1897.
8°, (3) + 84 p. — [5 fr.]

Reye, Th. und **Brill, A.**, Wilhelm Stahl.
Deutsche Mathematiker-Vereinigung, Jahresber. **4** (1894—1895), 1897, 36—45.

Rudio, F., Erinnerung an Moritz Abraham Stern.
Deutsche Mathematiker-Vereinigung, Jahresber. **4** (1894—1895), 1897, 34—36. — Cf. Biblioth. Mathem. 1894, p. 94.

Schmidt, Fr., Mittheilungen über Johann Bolyai.
Deutsche Mathematiker-Vereinigung, Jahresber. **4** (1894—1895), 1897, 107—109.

СЛЕШИНСКІЙ, И., Некрологъ Вейерштрасса.
Vjesnik elem. matem. **22**, 1897, 59—62. — SLECHINSKIJ, I., Notice biographique sur Weierstrass.

Stäckel, P. und **Engel, F.**, Gauss, die beiden Bolyai und die nicht euklidische Geometrie.
Mathem. Ann. **49**, 1897, 149—206.

Steinschneider, M., Die Mathematik bei den Juden.
Biblioth. Mathem. 1897, 35—42.

Sturm, A., Das delische Problem. (Schluss.) Linz 1897.
8°, (2) p. + p. 99—140.

Tesch, J. W., Waar is Simon Stevin gestorven?
Amsterdam, Wisk. Genootsch., Nieuw Archief 3_2, 1897, 95. — L'auteur fait ressortir que STEVIN est mort probablement à Haag et non pas à Leiden.

ТИХОМАНДРИЦКІЙ, М., Рѣчь въ память К. Вейерштрасса. Харьковъ 1897.

8°, 24 p. + portrait. — TICHOMANDRITZKY, M., Discours prononcé en mémoire de K. Weierstrass.

Ussing, J. L., Betragtninger over Vitruvii de architectura libri decem med særligt Hensyn til den Tid, paa hvilken dette Skrift kan være forfattet.

Kjöbenhavn, Vidensk. selsk., Skrifter (Hist.-fil. Afd.) 4_4, 1896, 93—160.

Vailati, G., Il principio dei lavori virtuali da Aristotele a Erone d'Alessandria.

Torino, Accad. d. sc., Atti **32**, 1897. 25 p.

Wangerin, A., F. E. Neumann.

Deutsche Mathematiker-Vereinigung, Jahresber. **4** (1894—1895), 1897, 54—68.

Wassiljef, A., Lobatschefskij's Ansichten über die Theorie der Parallellinien vor dem Jahre 1826.

Deutsche Mathematiker-Vereinigung, Jahresber. **4** (1894—1895), 1897, 88—90.

Wickevoort Crommelin, H. S. M. van, De Witt en Hudde aan't werk.

Wekelijksche Mededeeling [de la société générale néerlandaise d'assurances sur la vie à Amsterdam] N° 794, 1897. 8 p. — Sur les recherches de Johan de Witt relatives à la théorie des rentes viagères.

Wilhelm Ligowski. †.

Deutsche Mathematiker-Vereinigung, Jahresber. **4** (1894—1895), 1897, 46.

Question 64 [sur l'année de la mort de GIOVANNI CEVA].

Biblioth. Mathem. 1897, 64. (G. ENESTRÖM.)

Jahrbuch über die Fortschritte der Mathematik. Herausgegeben von E. LAMPE. Band 26 (1895). Berlin, Reimer 1897.

8°. — Les pages 1—69 contiennent un compte rendu des ouvrages d'histoire des mathématiques parus en 1895.

CAJORI, F., A history of mathematics. New York, Macmillan 1894. 8°.

Bullet. d. sc. mathém. 21_2, 1897, 119—120. (P. TANNERY.)

CARLI, A. e FAVARO, A., Bibliografia Galileiana (1568—1895), raccolta ed illustrata. Roma 1896. 8°.

Wiadomosci matematyczne **1**, 1897, 123.

CHRISTENSEN, S. A., Matematikens Udvikling i Danmark og Norge i det 18. Aarhundrede. Odense 1895. 8°.

Biblioth. Mathem. 1897, 59—60. (G. ENESTRÖM.)

FAVARO, A., Per la edizione nazionale delle opere di Galileo Galilei sotto gli auspicii di S. M. il re d'Italia. Indice cronologico del Carteggio Galileiano. Firenze 1896. 4°.

Wiadomosci matematyczne **1**, 1897, 123—124.

FAVARO, A., Vent' anni di studi Galileiani. Roma 1896. 8°.
Bollett. di storia matem. 1, 1897, 11—12. (G. LORIA.)

GRAF, J. H., Ludwig Schläfli (1814—1895). Zum Andenken an die Errichtung des Grabmonumentes Schläfli's und die Beisetzung der sterblichen Reste J. Steiner's. Bern 1896. 8°.
Zeitschr. für Mathem. 42, 1897; Hist. Abth. 51—52. (CANTOR.)

GÜNTHER, S., Jakob Ziegler, ein bayerischer Geograph und Mathematiker. Ansbach 1896. 8°.
Zeitschr. für Mathem. 42, 1897; Hist. Abth. 47. (CANTOR.)

HAGEN, J. G., Index operum Leonardi Euleri. Berlin, Dames 1896. 8°.
Bullet. d. sc. mathém. 21_2, 1897, 169—170.

LORIA, G., Il passato ed il presente delle principali teorie geometriche. Seconda edizione accresciuta ed interamente rifatta. Torino, Clausen 1896. 8°.
Zeitschr. für Mathem. 42, 1897; Hist. Abth. 54—55. (CANTOR.) — Jornal de sc. mathem. 13, 1897, 26—27. (G. T.) — Wiadomosci matematyczne 1, 1897, 119—120. (S. D.) — Bullet. d. sc. mathém. 21_2, 1897, 170—172.

MANSION, P., Notice sur les travaux mathématiques de Eugène-Charles Catalan. Bruxelles 1896. 8°.
Zeitschr. für Mathem. 42, 1897; Hist. Abth. 52. (CANTOR.)

MÜLLER, C. F., Henricus Grammateus und sein Algorismus de integris. Zwickau, Thost 1896. 4°.
Zeitschr. für Mathem. 42, 1897; Hist. Abth. 46—47. (CANTOR.)

REBIÈRE, A., Les femmes dans la science. Notes recueillies. Deuxième édition très augmentée et ornée de portraits et d'autographes. Paris, Nony 1897. 8°.
Biblioth. Mathem. 1897, 25—27. (G. ENESTRÖM.) — Bullet. d. sc. mathém. 21_2, 1897, 177—178. (C. BOURLET.)

RUSKA, J., Das quadrivium aus Severus bar Sakkû's Buch der Dialoge. Inaugural-Dissertation. Leipzig 1896. 8°.
Zeitschr. für Mathem. 42, 1897; Hist. Abth. 42—43. (CANTOR.)

SERENUS ANTINOENSIS, Opuscula. Edidit et latine interpretatus est J. L. HEIBERG. Leipzig, Teubner 1896. 8°.
Zeitschr. für Mathem. 42, 1897; Hist. Abth. 44. (CANTOR.)

STÄCKEL, P. und ENGEL, F., Die Theorie der Parallellinien von Euklid bis auf Gauss. Eine Urkundensammlung zur Vorgeschichte der Nicht-Euklidischen Geometrie. Leipzig 1895. 8°.
Bullet. d. sc. mathém. 20_2, 1896, 279—281. (J. HADAMARD.) — Göttingische gelehrte Anzeigen 1896, 617—623.

VAILATI, G., Sull' importanza delle ricerche relative alla storia delle scienze. Prolusione a un corso sulla storia della meccanica (letta il giorno 4 dicembre 1896 nell' università di Torino). Torino 1897. 8°.
Wiadomosci matematyczne 1, 1897, 120—123. (S. D.)

Mathematisches Abhandlungsregister. 1896. Erste Hälfte: 1. Januar bis 30. Juni.
Zeitschr. für Mathem. **42**, 1897; Hist. Abth. 95—112.

[Listes d'ouvrages récemment publiés.]
Biblioth. Mathem. 1897, 60—64. — Zeitschr. für Mathem. **42**, 1897; Hist. Abth. 91—94.

ANFRAGEN. — QUESTIONS

65. Dans ses *Etudes sur Zarkali*, M. STEINSCHNEIDER a donné (Bullett. di bibliogr. d. sc. matem. **20**, 1887, p. 1—36, 585—591) de nombreux renseignements bibliographiques sur un ouvrage inédit de ZARKALI dont la traduction latine, probablement de la main de GHERARDO CREMONESE, porte ordinairement le titre: *Canones in tabulas toletanas*, et il a signalé non moins de 57 manuscrits de cette traduction. D'après M. A. VON BRAUNMÜHL (voir le mémoire *Nassir Eddin Tusi und Regiomontan;* Abhandl. der deutschen Akad. der Naturf. [Halle] **71**, 1897, p. 38), cet ouvrage doit avoir exercé une grande influence au moyen âge non seulement sur l'étude de l'astronomie, mais aussi sur celle de la trigonométrie.

On demande une exposition des principaux théorèmes trigonométriques indiqués par ZARKALI dans l'ouvrage cité.

(G. Eneström.)

Réponse à la question 18. Dans un mémoire récemment publié: *Practica geometriæ. Ein anonymer Tractat aus dem Ende des zwölften Jahrhunderts* (Monatshefte für Mathem. **8**, 1897, p. 194), M. CURTZE a fait observer que le mot *teca* pour o a été employé déjà par SACROBOSCO, et que, d'après PETRUS DE DACIA, ce mot a été introduit parce que zéro ressemble au stigmate circulaire, appelé *teca*, qu'on imprimait parfois aux fronts des brigands et des voleurs.

(G. Eneström.)

Remarque sur la question 63. Le »British Museum» possède des exemplaires des deux écrits de JOHN WILKINS publiés en 1638 et 1640. Le premier écrit a pour titre: »*The discovery of a world in the moone or, A discourse tending to prove that 'tis probable there may be another habitable world in that*

planet. London. Printed by E. G. for Michael Sparke and Edward Forrest 1638». Sur la couverture de cet exemplaire on trouve la suivante remarque manuscrite: »This is the first edition of this curious little work of Bishop WILKINS, and is very uncommon».

Le second écrit a un feuillet de titre gravé et deux feuillets de titre ordinaires. Sur le premier de ces derniers feuillets on lit: *The first book. The discovery of a new world or, A discourse tending to prove, that 'tis probable there may be another habitable world in the moone. With a discourse concerning the possibility of a passage thither. The third impression. Corrected and enlarged.* London. Printed by John Norton for John Maynard 1640», et sur le second: »*A discourse concerning a new planet, tending to prove, that 'tis probable our earth is one of the planets. The second booke, now first published.* London. Printed by R. H. for John Maynard 1640.»

Par ces indications on peut conclure que, antérieurement à l'année 1684, il y a eu une seule édition du *Discourse concerning a new planet* mais trois éditions de la *Discovery of a new world*, dont la première a paru en 1638 et la troisième en 1640. Il ne reste donc qu'à apprendre quand la seconde édition en a été publiée, et si l'écrit *Copernicus defended* (1660) est un ouvrage essentiellement différent des autres.

(G. Eneström.)

Inhalt. — Table des matières.

Quatre numéros par an. Ce numéro est publié le 15 octobre 1897.

STOCKHOLM, TRYCKT I CENTRAL-TRYCKERIET, 1897.

BIBLIOTHECA MATHEMATICA

ZEITSCHRIFT FÜR GESCHICHTE DER MATHEMATIK

JOURNAL D'HISTOIRE DES MATHÉMATIQUES

HERAUSGEGEBEN VON / PUBLIÉ PAR

GUSTAF ENESTRÖM.

1897.

NEUE FOLGE 11. / NOUVELLE SÉRIE 11.

STOCKHOLM
G. ENESTRÖM.
BRAHEGATAN 43.

BERLIN
MAYER & MÜLLER.
PRINZ LOUIS-FERDINANDSTR. 2.

PARIS
A. HERMANN.
RUE DE LA SORBONNE 8.

CENTRAL-TRYCKERIET, STOCKHOLM, 1897.

Inhalt. — Table des matières.



BIBLIOTHECA MATHEMATICA

ZEITSCHRIFT FÜR GESCHICHTE DER MATHEMATIK | JOURNAL D'HISTOIRE DES MATHÉMATIQUES

HERAUSGEGEBEN VON | PUBLIÉ PAR

GUSTAF ENESTRÖM.

1897. STOCKHOLM. N° 4.

NEUE FOLGE. 11. | NOUVELLE SÉRIE. 11.

BERLIN. MAYER & MÜLLER. Prinz Louis-Ferdinandstr. 2.

Preis des Jahrgangs 4 M. Prix par an 5 fr.

PARIS. A. HERMANN. Rue de la Sorbonne 8.

Sur les neuf »limites» mentionnés dans l'»Algorismus» de Sacrobosco.

Par G. Eneström à Stockholm.

Dans le traité de géométrie qui, à tort ou à raison, est attribué à Boëtius, l'auteur rapporte que les anciens avaient divisé les nombres entiers en trois classes, savoir *digiti* (les neuf premiers nombres), *articuli* (nombres divisibles par 10) et *compositi* (tous les autres nombres). Cette divison, qui paraît assez naturelle si l'on se rappelle le système de numération grec, pouvait être aussi en quelque sorte justifiée aux temps où l'on se servait de l'*abacus* romain,[1] mais évidemment elle est ailleurs peu satisfaisante. En effet, la première classe comprend seulement 9 nombres, tandis que tous les autres nombres sont réunis, sans raisons suffisantes, dans les deux classes restantes, dont la troisième est beaucoup plus nombreuse que la seconde.[2] Néanmoins, la division fut conservée dans la plupart des traités d'arithmétique du moyen âge, mais pour suppléer un peu à ses défauts, on distinguait des *articuli* de différents ordres, qu'on appelait parfois *limites* ou *differentiae;* au premier ordre appartenaient les nombres 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90, au second ordre les nombres 100, 200, 300, 400, 500, 600, 700, 800, 900, etc. Sans doute cette division supplémentaire, signalée p. ex. par Alkuin,[3] Jordanus Nemorarius,[4] Ocreatus[5] et l'auteur du Codex Salamitanus,[6] marque un progrès, mais, d'autre part, elle n'améliorait que peu les inégalités de la division primitive,

parce qu'elle se rapportait seulement aux *articuli* et non pas aux *compositi*. Cette observation faite, on pouvait procéder sur deux voies différentes; en effet, on pouvait rejeter tout à fait la division originale ou bien essayer de répartir les *compositi*. La première voie, à notre avis la plus naturelle, a été choisie par Leonardo Pisano,[7] la seconde par Sacrobosco, dans un passage de son *Algorismus*. Comme ce passage est en partie assez obscur, nous commençerons par le reproduire textuellement.[8]

> Cum igitur ultra summam numerorum solidorum in arte praesenti non fiat processus, tantum novem limites numerorum distinguuntur Est enim limes numerorum eiusdem naturae extremis contentorum terminis continua ordinatio, unde primus limes est novem digitorum continua progressio; secundus vero novem articulorum principalium; tertius centenariorum; quartus millenariorum. Tres [limites] etiam resultant in compositis per digitorum appositionem super quemcumque trium praedictorum, et si alter alteri praeponatur. Sed per finalis termini replicationem supra se semel per modum quadratorum aut bis per modum solidorum quocumque alio praecedente resultat penultimus limes et ultimus.

Il s'en suit que Sacrobosco distingue neuf groupes de nombres, qu'il appelle *limites*. Les quatre premiers ne nous offrent rien de nouveau; en effet, le premier *limes* est identique aux *digiti*, et les trois suivants embrassent respectivement les dizaines, les centaines et les milliers. Quant aux autres, ils sont probablement l'invention de Sacrobosco, mais malheureusement ses mots sont énigmatiques, et il nous aurait été presque impossible de les interpréter si nous n'avions pas eu recours au commentaire sur l'*Algorismus*, écrit en 1291 par Petrus de Dacia et publié il y a peu de temps par M. Curtze. Voici ce que Petrus de Dacia dit par rapport aux groupes 5, 6 et 7 de la division de Sacrobosco.[9]

> *Quintus limes*. Verbi gratia: apponantur digiti omnes, qui sunt in primo limite, super denarios, qui sunt in secundo limite, et fiet quintus limes, ut 11, 12, 13, 14, usque ad 19; vel 21, 22, 23, usque ad 29; vel 31, 32, etc. et sic usque ad 39. Et sic apponendo omnes digitos super 10, et super 20, et super 30 usque ad 90 fit iste limes quintus, ita quod maior numerus in hoc limite est 99. *Sextus limes*. Apponantur ergo omnes digiti super omnes centenarios qui sunt in tertio limite, et fiet sextus limes. Verbi gratia: 101, 102, 103, usque ad 109; vel 201, 202, 203, usque ad 209; et sic apponendo omnes digitos super omnes centenarios, scilicet

super 100, super 200, super 300, [et ita] usque ad 900 fit iste limes sextus, ita quod maior numerus in hoc limite est 909. *Septimus limes.* Apponantur igitur omnes digiti super omnes millenarios, qui sunt in quarto limite, et fiet limes septimus. Verbi gratia: 1001, 1002, 1003, et sic usque ad 1009; vel sic 2001, 2002, 2003, usque ad 2009; et sic apponendo omnes digitos super omnes millenarios, scilicet super 1000, 2000, 3000, usque ad 9000 fit iste limes septimus, ita quod maior numerus in hoc limite est 9009. Sed addit auctor, quod est, si alter alteri praeponatur, resultabit aliquis de his tribus limitibus. Verbi gratia: 110, 111, 112, 113, usque ad 119; vel 120, 121, 122, 123, usque ad 129; vel 130, 131, 132, 133, usque ad 139; praeponendo sic aliquem de denariis cum omnibus digitis ante centum; et eodem modo praeponendo eosdem ante ducenta vel trecenta etc.; [et] consimiliter praeponendo centenarium ante millenarios cum omnibus digitis, ut 1101, 1102, 1103, vel 2101, 2102; et consimiliter etiam praeponendo denarios cum omnibus digitis ante millenarios [et centenarios, ut 1111, 1112, vel 2111, 2112, vel 1211, 1212 etc.], quilibet istorum ad aliquem trium aliorum limitum reducitur, ita quod, si digiti praeponantur denariis, [ad quintum reducuntur, si digiti praeponantur denariis] praecedente centenariorum aliquo ad sextum reducuntur, sed si digiti praeponantur centenariis millenariorum quocumque praecedente, ad septimum limitem reducuntur. Ita credo auctorem esse intelligendum.

En examinant les mots de Sacrobosco, on est tenté de supposer que les groupes 5, 6 et 7 contiennent respectivement les nombres représentés par

$$n_1 + 10\,n_2\,,\quad n_1 + 10^2 n_3\,,\quad n_1 + 10^3 n_4\,;$$

où n_1, n_2, n_3, n_4 prennent successivement les valeurs $1, 2, 3, \ldots, 9$, et Petrus de Dacia lui-même commence par cette interprétation. Mais en ce cas on a fait abstraction des mots: »et si alter alteri praeponatur», et pour les expliquer, Petrus de Dacia suppose les groupes 5, 6 et 7 formés respectivement par les nombres contenus dans les expressions

$$n_1 + 10\,n_2\,,\quad n_1 + 10\,m_2 + 10^2 n_3\,,\quad n_1 + 10\,m_2 + 10^2 m_3 + 10^3 n_4\,,$$

où n_1, n_2, n_3, n_4 peuvent avoir toutes les valeurs $1, 2, 3, \ldots, 9$ et m_2, m_3 toutes les valeurs $0, 1, 2, \ldots, 9$. Du reste, on voit que Petrus de Dacia hésite sur le vrai sens des mots de Sacrobosco, car il ajoute à la fin: »ita *credo* auctorem esse intelligendum.»

Si Sacrobosco s'est exprimé un peu obscurément pour ce qui concerne les groupes 5, 6 et 7 de sa division des nombres, la question devient encore plus compliquée quand il s'agit des groupes 8 et 9. Heureusement, le passage suivant du commentaire de Petrus de Dacia nous prête ici bonne assistance.[10]

Limes octavus. Auctor vult dicere, quod limes octavus fit, cum supra millenariorum aliquem millenarius replicatur. Verbi gratia: mille millesies, duo milia millesies, tria milia millesies, quatuor milia millesies, et sic usque ad novem milia millesies, vel millesies novem milia; et fit idem limes praeponendo isti replicationi quemcumque de aliis limitibus, scilicet dicendo: millesies centies decies mille, millesies centies decies duo milia, millesies centies decies tria milia et sic usque ad millesies centies decies novem milia; vel millesies ducenties vicesies mille, vel duo milia, vel tria milia. Sicque eundo et replicando semper millenarium semel super quemcumque millenariorum quocumque praecedente fit ille octavus limes. *Nonus limes.* Nonus vero limes fit fere modo consimili. Non enim differt nisi quia in hoc nono limite fit replicatio millenarii bis super quemcumque millenarium, etiam quocumque praecedente. Verbi gratia: millesies mille milia vel millesies mille millesies, quod idem est, vel millesies duo milia millesies, millesies tria milia millesies, vel millesies decem milia millesies, vel millesies XX milia millesies, vel millesies XXX milia millesies, vel millesies centum milia millesies, vel millesies ducenta milia millesies, vel millesies trecenta milia millesies, vel millesies centum et decem milia millesies, millesies ducenta et XX milia millesies etc. Hoc modo intelligi debet limes iste nonus.

Par ce passage on trouve que les groupes 8 et 9 embrassent les nombres représentés par les expressions

$$10^3 m_4 + 10^4 m_5 + 10^5 m_6 + 10^6 n_7 ,\ 10^6 m_7 + 10^7 m_8 + 10^8 m_9 + 10^9 n_{10}$$

où n_7, n_{10} peuvent avoir toutes les valeurs $1, 2, 3, \ldots, 9$ et $m_4, m_5, m_6, m_7, m_8, m_9$ toutes les valeurs $0, 1, 2, \ldots, 9$.

Il faut très peu d'attention pour découvrir que la division de Sacrobosco est, à plus d'un égard, défectueuse. D'après sa définition, un *limes* doit être une suite *continue* (»continua ordinatio») de nombres dont les termes extrêmes sont de la même nature, mais il est évident que cette définition n'est pas valable pour les groupes 5, 6 et 7; sans quoi ces groupes embrasseraient aussi les nombres des groupes 2, 3 et 4. D'un autre côté, la division n'embrasse pas les nombres compris entre

9,999 et 1,000,000, entre 1,000,000 et 1,001,000, etc., et aucun nombre plus grand que 9,999,000,000. Les deux premiers faits semblent avoir échappé à l'attention de PETRUS DE DACIA;[11] quant au dernier, il donne l'explication suivante:[12]

Tot debent esse limites, quot in numeris possibile est fieri progressus continua apprehensione ymaginatione stantis. Sed novem limitum processu eundo usque ad replicationem millenarii supra quemcumque bis stat apprehensio ymaginationis, et non ultra [it], sicut patet in numeris iam explicatis ad nonum limitem adductis, ymmo vix ymaginatio apprehendat illud: ergo etc. Vel sic ostendit, quod completiva et ultima dimensionum est dimensio trina; et ideo cum numerus solidus dimensione triplici mensuretur, ultra ipsum etiam non convenit transcendere. Ideo concludere possumus, quod, cum limes nonus est in genere numerorum solidorum, tantum novem erunt limites et non plures.

En résumé, cette argumentation assez faible contient: A) qu'il est presque impossible de s'imaginer des nombres plus grands que 9,999,000,000; B) que l'arithmétique n'a pas affaire à des nombres au delà des nombres cubiques et que, pour cette raison, il est inutile de traiter des nombres plus grands que le cube de 1000 multiplié par un *digitus*.

Il résulte de ce que nous venons de rapporter que, si l'interprétation de PETRUS DE DACIA est exacte — et nous n'avons aucune raison d'en révoquer en doute la justesse — SACROBOSCO a échoué en essayant de perfectionner la division des nombres indiquée dans la géométrie de BOËTIUS. A ce point de vue, sa tentative a donc été sans valeur, mais, d'autre part, elle nous semble avoir un certain intérêt pour l'histoire des mathématiques. Elle mériterait sans doute encore plus d'attention, si l'on pouvait constater qu'elle a été le point de départ d'autres essais de classification des nombres entiers.[13]

[1] Cf. CANTOR, *Mathematische Beiträge zum Kulturleben der Völker* (Halle 1863), p. 209: »Wollte man also diese Definitionen noch etwas anders aussprechen, so könnte man sagen: eine Fingerzahl ist eine solche, welche durch irgend einen Apex auf der Einerkolumne dargestellt wird; eine Gelenkzahl drückt man aus, indem man einen Apex auf eine der folgenden Kolumnen von der der Zehner an legt; nicht zusammengesetzt oder einfach ist jede Zahl, deren Darstellung auf dem Rechenbrette nur einen Apex erfordert, in welcher Kolumne es auch sei; die zusammengesetzte Zahl

endlich wird durch mehr als einen Apex bezeichnet werden müssen.» Nous nous permettons de faire observer en passant que cette remarque n'est pas parfaitement juste, car, d'après la géométrie de Boëtius, 110 est un *articulus,* bien qu'il soit impossible de l'exprimer sur l'*abacus* par un seul *apex.*

[2] Pierre de la Ramée appelle cette division »puerilis et sine ullo fructu» (cf. Treutlein, *Das Rechnen im 16. Jahrhundert;* Abhandl. zur Gesch. der Mathem. **1**, 1877, p. 37).

[3] Cf. Cantor, *Vorlesungen über Geschichte der Mathematik* **1** (Zweite Auflage), p. 790.

[4] Cf. Cantor, l. c. **2** (Leipzig 1892), p. 58.

[5] Cf. *Prologus H. Ocreati in Helceph ad Adelhardum Baiotensem magistrum suum, publié par* Ch. Henry. Abhandl. zur Gesch. der Mathem. **3**, 1880, p. 132—133.

[6] Cf. Cantor, *Über einen Codex des Klosters Salem.* Zeitschr. für Mathem. **10**, 1865, p. 2.

[7] Cf. *Il liber abbaci di Leonardo Pisano pubblicato da* B. Boncompagni (Roma 1857), p. 2.

[8] M. Curtze, *Petri Philomeni de Dacia in Algorismum vulgarem Johannis de Sacrobosco commentarius. Una cum Algorismo ipso* (Hauniæ 1897), p. 15.

[9] Curtze, l. c. p. 77—78.

[10] Curtze, l. c. p. 78—79.

[11] Cf. Curtze, l. c. p. 79.

[12] Curtze, l. c. p. 79.

[13] D'après M. Curtze (l. c. p. XVII) un manuscrit du commencement du 14[e] siècle: *Notabile de novem limitibus* contient essentiellement la division des nombres indiquée par Sacrobosco et expliquée par Petrus de Dacia.

Die Mathematik bei den Juden.

Von MORITZ STEINSCHNEIDER in Berlin.*

43. Ohne uns allzuängstlich an die Zeitfolge zu halten, lassen wir hier auf den Übersetzer KALONYMOS LEVI BEN GERSON, den philosophischen Commentator des AVERROES, folgen, der zugleich als selbständiger Mathematiker, wahrscheinlich der bedeutendste unter den Juden des Mittelalters, noch der Würdigung eines Fachmannes bedarf, während seine Persönlichkeit, so weit sie hervorgetreten ist, und die Nachrichten über seine handschriftlich erhaltenen Arbeiten durch MUNK, STEINSCHNEIDER und NEUBAUER ziemlich erschöpfend behandelt sind.[1]

LEVI, Sohn des GERSCHOM (daher *Gersonides*), in nichthebräischen Schriften maestro LEON DE BAGNOLS (Balnaolis, geb. 1288, gest. 1344) in der Provence (Avignon und Orange), gehört zu den seltenen, eben so umfassenden als selbständigen und genialen Denkern und Schriftstellern, in welchen der blinde Autoritätsglaube so leicht den Ketzer herausfindet. Er war schwerlich ein bedeutend beschäftigter Arzt, aber in allen profanen Disciplinen heimisch, insbesondere in der damals vorherrschenden arabischen Auffassung des ARISTOTELES, welche man nach ihrem bedeutendsten Vertreter »Averroismus» nannte, den aber LEVI mit rücksichtslosen Glossen begleitete, die ihm wiederum Vorwürfe von Seiten der Schulanhänger und Nachbeter zuzog, zu denen unter Anderen sein bald zu erwähnender Zeitgenosse SAMUEL MARSILI gehörte.

LEVI commentirte auch den grössten Teil der Bibel, und behandelte die Methodologie des Talmuds. Da wir es hier nur mit seinen mathematischen Schriften zu thun haben, und selbst diese hier nur kurz angegeben werden können, so empfiehlt sich die Reihenfolge meines Artikels in ERSCH und GRUBER's *Encyklopädie*, worin sie als n. 12—19 zusammengestellt sind, mit einer Hinweisung auf die betreffende Stelle bei NEUBAUER (»Nb.») durch Seitenzahl und römische Ziffer.

44. 1) (Nb. p. 603 n. VIII) Erläuterungen zu den Einleitungen[2] der Bücher I, III, IV, V in EUKLID's Elementen, Ms. Jews Coll. in London 138[4] und des Barons David v. Günzburg in Petersburg n. 340.

---

* Oben S. 79 n. 13 lies SAADÂN, s. *Hebr. Übers.* S. XXIX, wo die nachträglichen Mitteilungen NEUBAUERS.

2) Geometrische Begründung eines Postulats in EUKLID über 2 Linien, die einander schneiden müssen, ms. München 36[24]. NEUBAUER (l. c. p. 604) bezeichnet diese Abhandlung als ein »Fragment» eines Buches »Composition über die Wissenschaft der Algebra»; allein diese allgemeine Bezeichnung ist kein eigentlicher Titel. Die noch allgemeinere Bezeichnung bei JOSEF DEL MEDIGO berechtigt noch weniger dazu, die obigen 2 Schriften zusammenzufassen, obwohl ein Zusammenhang derselben nicht unmöglich ist.

3) *Maase Choscheb* (nach Exod. 26, 1 aber hier im Sinne von: Werk des Rechners; Nb. p. 603 n. VII), theoretische und practische Rechenkunst, erstere gegründet auf EUKLID VII—IX, verf. im April 1321 im Alter von 33 Jahren.[3] Handschriften finden sich in München 36 und 68, beide lückenhaft, Vat. 379 defect, Paris 1029[6], Parma, De Rossi 836 und 1166, Petersburg, Baron D. v. Günzburg 130[2] (früher Katzenellenbogen in Wilna?), Wien 112 (GOLDENTHAL S. 60).

4) (Nb. 642 n. XXXVIII) »*De numeris harmonicis*», wovon lateinische Mss. in Basel F. II, 33, Paris 8378 A, im J. 1343, verfasst auf Veranlassung des PHILIPP von Vitry (1351—61 Bischof von Maux), der LEVI aufforderte, den Nachweis zu liefern, dass ausser den Zahlen 2, 3, 4, 8, 9 es nicht zwei aufeinander folgende geben könne, die aus den Factoren 2, 3 zusammengesetzt seien. LEVI verfasste wahrscheinlich ein hebräisches Original, welches ein Anonymus ins Lateinische übersetzte. NEUBAUER spricht LEVI die Fähigkeit ab, lateinisch zu schreiben, weil er sonst seine Abhandlung über das von ihm erfundene Instrument sicherlich in dieser Sprache abgefasst hätte. Diese Abhandlung ist als Teil eines hebräischen Werkes auf uns gekommen, vielleicht vorher zunächst für seine Glaubensgenossen verfasst. Eine weitere Discussion über solche Eventualitäten wäre unfruchtbar.

5) *Luchot* (Tabellen, insbesondere astronomische, Nb. p. 615 n. XXXVI), über Sonnen- und Mondstellungen, mit der Radix 1320, also nicht viel später verfasst in Orange (»Ysop»), 9 Stunden, 46 Minuten vom äussersten Osten entfernt. Nach der Vorrede[4] hat LEVI seine Berechnung auf Verlangen »vieler und ehrwürdiger Männer unter den Grossen der Christen» verfasst. Wenn diese Tafeln wirklich identisch sind mit den in seinem grossen Werke (unten n. 7) gegebenen, so hat er sie wohl bei Abfassung des letzteren mit aufgenommen. Sie finden sich allein in den Mss. München 314, Vatican 391,[5] Almanzi, jetzt Brit. Mus. Add. 26,900 (bei MARGOLIOUTH, List, p. 514).

Eine erklärende Notiz darüber schrieb schon im J. 1342 SAMUEL BEN MEIR, Copist des mathematischen Ms. Paris 1028, am Ende des Codex. MOSES FARISSOL (oder FERUSSOL) BOTAREL sah sich veranlasst (1465), eine vollständige Erläuterung jener Tafeln in kurzen 12 Kapiteln zu geben, welche sich in der Bodleiana und in Tunis finden. NEUBAUER übergeht diese Schrift auffälliger Weise nicht bloss im Artikel über LEVI, sondern auch in der Notiz über MOSES F. BOTAREL (l. c. p. 780), von welchem mehr an seinem Platze; hier sei nur mein Abdruck der Vorrede etc. erwähnt.[6] Hingegen notirt NEUBAUER eine *anonyme* Erläuterung der Tafeln in ms. D. von Günzburg 365; sollte sie nicht die des BOTAREL sein?

6) (vgl. NEUBAUER p. 619) *Ben arbaïm lebina* (»dem Vierzigjährigen kommt die Einsicht«,[7] ein Spruch im Talmud); unter diesem Titel wird eine astronomische Schrift LEVI's von ABRAHAM SACUT citirt und irrtümlich letzterem beigelegt. Wenn hier auf das Lebensalter des Verf. angespielt, also das Datum 1328 ist, so könnte die hier folgende Nummer gemeint sein.

7) LEVI verfasste (bis Jan. 1329) ein grösseres religionsphilosophisches Werk, betitelt »Kriege Gottes« — ein späterer Gegner nennt das Buch wegen der geringen Orthodoxie: »Kriege gegen Gott« —. Der 2. Teil des V. Tractats, welcher die Astronomie selbständiger behandelt, als es die naturphilosophische Grundlage der Methaphysik erfordert, bildet »ein Werk für sich« nach dem Ausdruck des Verf., oder des Copisten oder des Herausgebers (1560—»1500« in ERSCH und GRUBER S. 300 n. 21 ist Druckfehler), welcher diesen Teil in seiner Vorlage nicht fand oder wegliess. Jetzt kennt man 4 vollständige Mss. des Originals in Paris (724, 725), Turin 10 (bei B. PEYRON n. 21) und Neapel III F. 9 (nur bis Kap. 95), aber auch 3 Mss. einer vollständigen lateinischen Übersetzung eines Anonymus, im Vatican 3098 und 3380, in Mailand, Ambros. D. 327. NEUBAUER (l. c. p. 278 ff. und p. 286 ff.) teilt das Vorwort und das sich anschliessende Register der 136 Kapitel mit, woraus sich Umfang und Bedeutung des Werkes, welches unter Anderen auch KEPLER's Aufmerksamkeit auf sich zog, ergiebt. Hervorzuheben ist die Kritik des ptolemäischen und antiptolemäischen Systems des ALPETRAGIUS.[8] Eine nähere Untersuchung und Würdigung wird Sache eines Fachmannes sein. Hier sei nur noch ein Bestandteil dieses Werkes hervorgehoben, dessen Bedeutung für die Geschichte der *Entdeckung Amerika*'s zuerst in der Bibliotheca Mathematica zur Sprache kam.

LEVI erfand ein Instrument, welches er *Megalle Amukot* nannte, und worüber er 2 Gedichte verfasste; das eine, überschrieben »über den Stab» ist, ohne Kenntnis des Ursprunges und Zusammenhangs, 1853 edirt. Über seine Erfindung hat er, vielleicht vor der Redaction des Gesammtwerkes, worin er davon handelt, eine besondere Abhandlung verfasst; ich identificirte damit eine von jenem abweichende Recension in 3 Teilen von 2, 7 und 20 Kapiteln in der bisherigen Gemeindebibliothek in Mantua[9] n. 10 unter dem Titel *Chug ha-schamajim* (Himmelskreis, nach Hiob 22, 14).[10] Eine lateinische Übersetzung jener Abhandlung mit dem übersetzten ursprünglichen Titel widmete PETRUS DE ALEXANDRIA[11] im Jahre 1342, also bei Lebzeiten des Verf., Papst CLEMENS dem VI; diese: *De instrumento secretorum revelatore* enthalten ms. Paris 7293 (ohne Namen des Übersetzers), aus der Bibliothek des Papstes stammend, und Wien 5277[5].[12] — Eine andere, auch vom hebr. Original abweichende, lateinische Recension in 17 Kapp., die ebenfalls a. 1342 im I. Jahre des CLEMENS übersetzt sein soll, in ms. München 8089, führt den Titel *Baculus Jacobi,* und Prof. S. GÜNTHER (Biblioth. Mathem. 1890 S. 75) erweist daraus, dass REGIOMONTANUS diese Übersetzung gekannt habe; die Kenntnis des *Baculus Jacobi* soll durch BEHAIM aus Nürnberg nach Portugal gebracht sein. Ich habe (Biblioth. Mathem. 1890 p. 107) gefragt, ob diese Übersetzung eine zweite sei, und ob der *Baculus* nicht direct aus Avignon in der pyrenäischen Halbinsel bekannt geworden, wie schon GÜNTHER (S. 78) andeutet; ich habe ferner den Titel (resp. Namen) *Baculus Jacobi* dem lateinischen Bearbeiter vindicirt. Ich vermute nunmehr, da man die Abhandlung schwerlich im J. 1342 zweimal lateinisch übersetzte, dass die zweite Recension nicht ohne Benützung der ersten angefertigt worden, aber den Namen *Baculus Jacobi* erfunden habe; eine Anspielung auf letzteren in einem der erwähnten Gedichte hebt NEUBAUER (p. 623) hervor.

Der Jahresbericht der geographischen Gesellschaft in München 1894—1895 enthält (S. 93—174) eine Abhandlung: *Der Jakobstab,* von A. SCHÜCK in Hamburg. Der Verfasser, ein practischer Seemann, der aber seine Sachkunde auch auf historische Fragen anwendet,[13] referirt (S. 103 ff.) über die oben erwähnten Mitteilungen, und spricht (S. 105) von einem, ihm noch nicht näher bekannten Vortrag des Prof. GÜNTHER über den Jakobstab in der Versammlung deutscher Naturforscher in Lübeck (1895), der mir noch heute unbekannt, wenn er überhaupt gedruckt ist. S. 128 ff. bespricht er das seltsame

Schicksal der Erfindung Levi's mit Benutzung verschiedener Quellen, unter Anderen einer neuen Schrift von M. Kayserling.[14] Man sieht aus Obigem, dass es sich um ein noch nicht erledigtes Problem in der Literaturgeschichte handelt.

Neubauer (p. 608 n. XXIII) führt als besondere Nummer auf: *Dillugim* »über die 7 Constellationen«(?), ohne diesen sonderbaren Titel zu übersetzen oder zu erklären. In der That ist hier nicht von einem Titel, am allerwenigsten von einer so benannten Schrift unseres Levi die Rede. Am Ende eines Stückes in Ms. 1563[8] der Universitätsbibliotek in Cambridge liest man: »Bis hieher die Weglassungen (*Dilluge*) dieses Buches in dem Abschnitt Astronomie (*Techuna*), welches Levi b. Gerschom, Verfasser von *Batte ha-Nefesch* etc., verfasst hat.« Neubauer hat richtig die Confusion von homonymen Autoren erkannt; eigentlich müsste es heissen: »Levi b. Abraham, Verf. von *Liwjat Chen*«, das ist die Encyklopädie des Levi b. Abraham, welche die Auszüge aus ibn Esra's Astrologie enthält.[15] Es fragt sich, ob diese Nachträge zu einem, in demselben Ms. vorangehenden Stücke gehören. Auf dieselben folgt ein astrologisches, mit dem Namen Levi b. Gerson anfangendes Stück, vielleicht ein Excerpt aus der Astronomie oder einer anderen der bekannten Schriften.

8) (Nb. p. 642 n. XXXIX, vgl. 590) *Prognosticon magistri* Leonis *Hebræi de conjunctione Saturni et Jovis* [auch des Mars] a. d. 1345. Da der Verf. am Mittag 20. April 1344 starb, beendete sein Bruder Salomo diese astrologische Abhandlung — die Conjunction galt bald darauf (1348) als Ursache des sogenannten schwarzen Todes — welche frater Petrus de Alexandria, ord. fratr. Heremitarum sancti Augustini, wörtlich übersetzte. Letzterer ist bereits oben (S. 106) als Übersetzer der Abhandlung über das Instrument (1342) erwähnt; vielleicht übersetzte er auch diese Abhandlung für den Papst, der bekanntlich in Avignon residirte (gest. 1352) und wohl auch hier seine gerühmte Wissbegierde, zugleich eine abergläubische Neugier, befriedigte?

Aus den obigen gedrängten Notizen ergiebt sich wohl die Rechtfertigung des Umfanges derselben an dieser Stelle. Levi's Ansehen schon bei Lebzeiten entspricht dem Nachruhm, für welchen hier kein Platz ist.

45. Neben dem hervorragenden Bilde Levi's erscheinen mehrere seiner Zeitgenossen als Staffage.

Im Jahre 1322 übersetzte Salomo Kohen ibn Pater aus Burgos für Jakob ibn Meir, einen talmudischen Gelehrten, die

Astronomie des IBN HEITHAM (vulgo ALHAZEN) ins Hebräische, nachdem dasselbe Werk bereits im J. 1271 durch JAKOB BEN MACHIR übersetzt worden war. SALOMO's Übersetzung wird diesem JAKOB, mit dem irrigen Datum 1275, beigelegt in ms. Paris 1035; andere Mss. sind: Paris 1031[5], Wien 177; Ms. Dubno 42 qu., später Heidenheim 10 (wo jetzt?), nennt den Übersetzer irrtümlich »SIMON aus Bagdad»; s. *Hebr. Übersetz.* S. 560 und meine *Notice sur un ouvrage astron. inédit d'ibn Heitham* (Bullett. di bibliogr. d. sc. matem. **14** [1881], p. 721—740; **16** [1883], p. 505—513).

Ein Kalender für die Jahre 5083—5206 (1323—1446) von einem mir sonst unbekannten JOSEF BEN EFRAIM, vom Copisten zuerst nur bis 1351 geschrieben, enthält Ms. Paris 391[2].

Ms. München 91 enthält eine Erläuterung des I. Tractats von EUKLID's Elementen von dem »vollkommenen Philosophen ABBA MARI». H. GROSS vermutet die Identität dieses Autors mit dem 1324 in Südfrankreich lebenden ABBA-MARI BEN ELIGEDOR, vulgo Sen (= Senhor) ASTRUC DE NOVES (s. *Gallia Judaica* p. 390) und NEUBAUER in seinem Artikel über diesen Autor (*Hist. Litt.* etc. p. 552) bemerkt, dass ABBA-MARI sich in der That mit Mathematik beschäftigt habe (vgl. auch *Hebr. Übersetz.* S. 508); er war in Salon der Lehrer des hier folgenden SAMUEL in Astronomie.

46. Wir lassen hier wiederum einen Übersetzer aus dem Arabischen folgen, dessen Thätigkeit sich allerdings vorzugsweise und vielleicht zuerst auf philosophische Schriften, insbesondere auf AVERROES erstreckte. SAMUEL BEN JEHUDA aus Marseille,[16] vulgo MILES[17] BONGODAS (BONGUDAS) MARSILLI de Barbevaire (= Blauburt, nach GROSS), geb. 1294, zu 18 Jahren Schüler des ABBA-MARI (§ 45), lebte in verschiedenen Orten der Provence und Nordspaniens, war Arzt, aber hauptsächlich Übersetzer aus dem Arabischen ins Hebräische und Commentator. Uns interessiren folgende Schriften:

1) DJABIR IBN AFLA'H (ABU MUHAMMED DJABIR), Astronomie (Compendium des *Almagest*), beendet im 42. Lebensjahre 17. Dec. 1335, nur in Paris in 4 Mss. (1014, 1024, 1025, 1036) vorhanden, woraus NEUBAUER (p. 560, 563) den hebräischen Text der Nachschrift und das Wesentliche daraus französisch mitteilt. Ich entnehme dieser erst jetzt zugänglichen Quelle nur Folgendes.

SAMUEL wollte eigentlich das Compendium des *Almagest* von AVERROES übersetzen, welches alle anderen Schriften überflüssig mache; allein es war nur in einer seltenen hebräischen Übersetzung, welche man dem NATAN HA-MEATI beilege (s. dagegen

oben § 28 S. 110) und für schlecht halte, vorhanden, das Original nicht zugänglich. Im Alter von 30 Jahren wendete sich SAMUEL dem, schon in der Jugend studirten Grundwerk, dem *Almagest* des PTOLEMÄUS zu, wobei ihn sein jüngerer, aber »in jeder Wissenschaft perfecter» Bruder DAVID (EN BONDAVI) unterstützte; aber seine Commentation der ersten III Tractate wurde, als er, 35 Jahr alt, in Tarascon lebte, durch dauernde Leiden (oder Misslichkeiten, Verfolgungen?) unterbrochen. Es ergab sich ihm damals, dass das Beste im erwähnten Werke des AVERROES dem IBN AFLA'H angehöre. Die Brüder wanderten deshalb nach Trinquetailles (Vorort von Arles), wo sie ein correctes arabisches Original von der Schrift des IBN AFLA'H fanden und bei Brod und Wasser (?) in einem Lehrhause in 2 Tagen ungefähr $^1/_4$ copirten. In Aix fand SAMUEL ein Autograph der hebräischen Übersetzung des JAKOB BEN MACHIR (oben § 36), in welcher er viele Fehler so wie einige Lücken[18] bemerkte, aber auch das früher benutzte Ms. des arabischen Originals. Die Vergleichung, Berichtigung und Ergänzung jener Übersetzung kostete ihn grössere Mühe als eine ganze neue Übersetzung gekostet hätte. Er hörte auch, dass MOSES IBN TIBBON eine Übersetzung dieses Buches angefertigt habe, konnte sie aber nicht auftreiben.

2) In Aix ergänzte er (1335) die 30. und 31. Figur im Texte (?) des HYPSIKLES zu der Übersetzung einer Abhandlung eines Anonymus von KALONYMOS, die wir oben (§ 42, 1 S. 77) besprochen haben. Ich referire hier nach NEUBAUER p. 560 n. V mit dem nötigen Vorbehalt.

3) IBN MU'ADS, ABU ABD ALLAH MUHAMMED über die totale Sonnenfinsternis am Ende des J. 471 H. (3. Juli 1079), Ms. Par. 1036, und wahrscheinlich die in demselben Ms. folgende Abhandlung desselben Verfassers über die Morgenröte. Über den arabischen Verfasser übergeht NEUBAUER p. 566 meine Nachweisungen in *Hebr. Übersetz.* S. 575. Wenn Herr SUTER dieselben in Erwägung zu ziehen Gelegenheit findet, so wird er wichtige Bedenken gegen seine Vermutungen über DJUHEINI und DJAJJANI (= aus Jaen) finden (Biblioth. Mathem. 1897, p. 83 n. 2, 3), auf die ich nicht abschweifen kann, aber anderswo zurückkomme.

4) ZARKALI, über die Bewegung der Fixsterne, in Ms. Paris 1036; die von mir (*Hebr. Übersetz.* S. 593) verlangten Specialitäten blieben bei NEUBAUER (p. 567) unbeachtet.

5) Kurzen Commentar über PTOLEMÄUS, *Almagest*, Tr. I—III (vgl. oben unter 1), 3. Juli 1331 in Tarascon beendet, enthält

Ms. Vatican 398 (*Hebr. Übersetz.* S. 524, wonach NEUBAUER p. 560 n. VI zu ergänzen ist).

SAMUEL bietet uns ein, allerdings nicht sehr seltenes Beispiel von Hingebung und Ausdauer.

Hier mögen noch zwei kurze Notizen Platz finden.

Ms. Vatican 387[8], enthält nach ASSEMANI's Catal. eine Anordnung von Tafeln (Kalender) für das Jahr MCCCXXVI »der Geburt unseres Messias», von einem Neophyten (copirt?); die hebr. Jahrzahl ist aber 1356; ist das ein Druckfehler?

Ms. Paris 1102[4] enthält astronomische Tafeln für den Meridian von Novara in arabischer Sprache v. J. 1—1521 nach Chr., im J. 1327 geschrieben? Dasselbe Ms. enthält Schriften von arabischen Autoren (*Hebr. Übersetz.* S. 543, 573, 584).

[1] MUNK im *Dictionnaire des sciences philosophiques* und in seinen *Mélanges de philosophie* etc. (teilweise deutsch von B. BEER, mit Anmerk. 1852); STEINSCHNEIDER in ERSCH und GRUBER, Sect. II S. 295—300 und Nachtrag im Magazin f. d. Wiss. d. Judenth. 16, 1889, S. 137—45, *Hebr. Übersetz.*, Index S. 1060; A. NEUBAUER (redigirt von RENAN) in *Hist. Litt. de la France* t. 31 (vgl. oben S. 81) p. 585; wo LEVI's Schriften chronologisch geordnet sind. Über den Ort Bagnols, in Frankreich, nicht in Spanien (wie noch bei GÜNTHER und SCHÜCK, ll. citandis), s. H. GROSS, *Gallia Jud.* (1897) p. 94, wo die Bezeichnung »Sefaradi» in ms. 364 in zu enge geographische Bedeutung gepresst wird; sie bezeichnet nach der späteren Dichotomie die sogen. »portugiesischen» Juden im Gegensatz zu den deutschen (und französischen).

[2] Im Sinne des arabischen *Mu'sadarât* (Anfänge; Definitionen etc.); s. *Hebr. Übersetz.* S. 509 und *Euklid bei den Arabern* S. 93, gegen KLAMROTH; anderswo mehr.

[3] Ms. Günzburg hat Monat Elul (Aug.—Sept.) 1322. Die Überschrift *Mispar* (Zahl, Rechnung) in einigen Mss. ist wiederum nur eine allgemeine Bezeichnung des Schriftenkreises des Werkes.

[4] Kürzlich von mir edirt in der von BRAJNIN herausg. hebräischen Zeitschrift Mimisrach Umimaarab, Berlin 1897.

[5] Dieses Ms. (woraus ich Durchzeichnungen dem verstorbenen Fürsten B. BONCOMPAGNI verdanke) übergeht NEUBAUER; er bemerkt nur, dass Vat. 299[8] nicht von LEVI sei. Ich er-

kannte darin schon längst ein astronomisches Compendium (XIV. Jahrh.?); s. Hebr. Bibliogr. IX, 163 und *Verz. der Handschr. in Berlin*, S. 92.

[6] Mimisrach etc. (s. oben Anm. 4) S. 47.

[7] *Bina* wird schon im XIII. Jahrh. mit Rücksicht auf I. B. Chron. 12, 32, insbesondere auf Astronomie angewendet.

[8] Kap. 40 ff. und sonst, z. B. Kap. 83 gegen PTOLEMÄUS über Entfernung von Sonne und Mond. ALPETRAGIUS (BITRODJI) nennt er den Urheber (oder Verf.) der neuen Astronomie, wie schon vor ihm JEHUDA B. SALOMO (§ 29). Ob demnach LEVI zu den Vorläufern des KOPERNICUS (bei SCHIAPARELLI) zu zählen ist?

[9] Dieselbe ist kürzlich von einem Buchhändler in Venedig nach dem Catalog von M. Mortara der k. Bibliothek in Berlin zum Kauf angetragen worden.

[10] Unrichtig bei NEUBAUER (RENAN?) p. 621: »chap. 2, 7, 20 de l'ouvrage *total*».

[11] Ob Alexandrien (in Ägypten), wie NEUBAUER (p. 623) und SCHÜCK (l. citando p. 103) annehmen?? Vergl. unten n. 8.

[12] Die Worte: »*Opus trigonometricum* de sinibus chordis et arcubus» im Catalog von LAMBECIUS, welche nicht im Ms. stehen, hat nach NEUBAUER LAMBECIUS hinzugesetzt?

[13] Zum Beispiel: *Hat Europa den Kompass über Arabien, oder hat ihn Arabien von Europa erhalten? Literarisch sachliche Studie.* Im Ausland 1892 N. 8—11; *Die Kompass-Sage in Europa* (Flavio Gioja) etc.; daselbst n. 35, 39.

[14] *Chr. Columbus und der Antheil der Juden an den spanischen und portugiesischen Entdeckungen.* Nach zum Teil ungedruckten Quellen, Berlin 1894 (164 S.). Was hier, S. 40 ff., und bei SCHÜCK, S. 120 ff., über ABRAHAM ZAKUT vorgebracht wird, soll später, wenn ich zu letzterem komme, teilweise berichtigt werden; hier sei nur bemerkt, dass ABRAHAM Nichts mit »Bukrat» (KAYSERLING S. 42) zu schaffen hat. — Der *Baculus Jacobi* ist nicht das Instrument des TUSI, s. Biblioth. Mathem. 1896 S. 13.

[15] S. oben § 33 S. 15. — Über die zweifelhaften Noten zu IBN ESRA's astrologischen Schriften von »maestro LEON» in Ms. Paris 1048 s. *Verz. der Handschr. in Berlin* 2. Abth. (1897) S. 140 A. 1, wo die Stelle bei NEUBAUER unter LEVI nachzutragen ist.

[16] Über ihn s. *Hebr. Übersetz.*, Register S. 1065; NEUBAUER (RENAN) *Hist. Litt.* XXXI, 553 ff., insbes. p. 560—567; H. GROSS, *Gallia Jud.* p. 379.

[17] Neubauer, p. 553, glaubt, zur Erklärung dieser Namens form den europäischen Namen *Miles*, oder gar *Milon* heranziehen zu müssen, welcher höchstens nebenbei mitgewirkt haben konnte; es genügte aber der Namen Samuel, wie Zunz annimmt (*Ges. Schriften* III, 189, vgl. II, 64), da man in verschiedenen Ländern dafür *Muel, Morel, Maurel* etc. findet; siehe *Catal. Bodl.* p. 2475, Hebr. Bibliogr. XX, 16.

[18] Für »et d'autres constellations», p. 561 z. 5 v. u., hat das Original: und die körperliche (solide) »Kugel».

Mathematisch-historische Vorlesungen und Seminarübungen an der technischen Hochschule zu München.

Von A. von Braunmühl in München.

Bei dem internationalen Mathematiker-Kongress, der im August d. J. in Zürich tagte, hatte sich eine eigene Sektion für Geschichte und Bibliographie konstituirt. Es war meine Absicht, in dieser Sektion über die Versuche zu referiren, welche ich seit 5 Jahren an der Münchener technischen Hochschule gemacht habe, um den Lehramtskandidaten der Mathematik Interesse an dem Studium der Geschichte ihrer Wissenschaft einzuflössen. Da ich aber leider noch im letzten Augenblick verhindert wurde, dem Kongresse beizuwohnen, so will ich auf die Aufforderung des Herausgebers dieser Zeitschrift hin, im Folgenden ein kurzes Referat hierüber geben, welches sich an jene Mitteilung anschliessen möge, die ich im Jahrgange 1895 der Biblioth. Mathem. (p. 89—90) über meine ersten beiden Vorlesungen in diesem Gebiete machte.

Dass es überhaupt möglich ist, an der technischen Hochschule zu München Vorlesungen über Geschichte der Mathematik zu halten, hat seinen Grund darin, dass die Kandidaten für das Lehramt entweder ihre Studien ganz an unserer Anstalt vollenden können, oder wenn sie an der Universität immatrikulirt sind, als Hospitanten an unserer Hochschule nach eigener Wahl Vorlesungen hören. Im Übrigen finden sich auch stets strebsame Techniker, die mit Interesse mathematische Spezialvorträge besuchen.

Nachdem ich in den Wintersemestern 1893/94 und 1894/95 die schon früher besprochenen Vorlesungen über allgemeine Geschichte der Mathematik gehalten hatte, kündigte ich für den darauf folgenden Winter eine einstündige Spezialvorlesung über Geschichte der Trigonometrie an. Hierzu wurde ich hauptsächlich durch die Bemerkung veranlasst, dass die Trigonometrie in den vorhandenen geschichtlichen Compendien teils ziemlich stiefmütterlich behandelt ist, teils manche Unrichtigkeiten und Ungenauigkeiten aufweist, was darin seinen Grund hat, dass man den astronomischen Werken, der fast einzigen Quelle für diese Wissenschaft, bisher zu wenig Beachtung schenkte. Es erwuchs mir daher einerseits die Aufgabe, jene Vorlesung fast

ganz aus den Quellen herauszuarbeiten, andererseits musste ich mich aber gerade deswegen auf eine Darstellung der Geschichte der Trigonometrie von den ältesten Zeiten bis zu ihrer Wiedererweckung durch Regiomontan beschränken, da sonst eine, nach meiner Ansicht allein Nutzen bringende detaillirte Auseinandersetzung ganz unmöglich gewesen wäre. Die Vorlesung, die mich zur Abfassung eines grösseren Werkes über Geschichte der Trigonometrie veranlasste, das ich in nicht zu langer Zeit zum Abschluss zu bringen hoffe, war in folgender Weise geordnet. I. Abschnitt: Spuren der Trigonometrie bei Ägyptern und Babyloniern. II. Abschnitt: Die Trigonometrie bei den Griechen und zwar (1) Spuren in der ältesten Litteratur, (2) Die graphische Methode der Griechen (vgl. hierzu meine inzwischen erschienenen *Beiträge zur Geschichte der Trigonometrie.* Acta der Leopold. Akademie 1897), (3) Die Herstellung der Sehnentafeln, (4) die Sehnenmethode. III. Abschnitt: Die Inder. (1) Die Sinustabellen und der Sinus versus, (2) Die Trigonometrie der Inder (vgl. die citirten *Beiträge*). IV. Abschnitt: Die Ost-Araber und Perser. (1) Übergang der griechischen und indischen Trigonometrie in die Hände der Araber im 8. Jahrhundert, (2) Tâbit ben Kurrah und die Regel der vier Grössen (vgl. hierüber meine Abhandlung *Nassîr Eddîn Tûsi und Regiomontan.* Acta der Leopold. Akademie 1897), (3) Al-Battâni und sein Buch über die Bewegung der Sterne, (4) Die Reform der Trigonometrie durch Abûl-Wafâ und seine Zeitgenossen, (5) Ibn Yûnos und die Hakimitischen Tafeln, (6) Nassîr Eddîn Tûsi und sein Werk über das Viereck (vgl. die oben angeführte Abhandlung), (7) Ulûg Beg und die Lösung der Dreitheilungsgleichung. V. Abschnitt: Die West-Araber. (1) Al-Zarkâli und Dschâbir ibn Aflah, (2) Abûl Hassan Ali von Marokko. VI. Abschnitt: Das christliche Mittelalter. (1) Cassiodorius, Boethius, die Übersetzer, (2) Pflege der Wissenschaften unter Friedrich II von Hohenstaufen und Alfons X von Castilien; Leonardo Pisano; Die *Libros del Saber,* (3) Die Nachrichten über Trigonometrie im 14. Jahrhundert, (4) Georg von Peurbach. VII. Abschnitt: Das Zeitalter der Renaissance, Joh. Regiomontanus als Wiedererwecker der Trigonometrie.

Ausser dieser Vorlesung führte ich mein schon im Winter 1894 begonnenes mathematisch-historisches Seminar weiter fort. Dasselbe setzt sich aus sehr verschiedenen Elementen zusammen, nämlich teils aus solchen Herren, die ihre mathematischen Studien bereits durch die Examina abgeschlossen haben, wie einige

Lehrer an hiesigen Mittelschulen und Assistenten unserer Hochschule — diese bilden natürlich den wertvollsten Kern desselben —, teils aus Studirenden der Mathematik verschiedener Semester, denen sich sogar einige Techniker zugesellten. Um den hierdurch bedingten verschiedenartigen Anforderungen zu genügen, verfahre ich in folgender Weise. Bei Beginn des Semesters lege ich eine Reihe von Thematen aus verschiedenen Gebieten der Geschichte vor, aus denen dann die Theilnehmer nach Neigung und Kenntnissen auswählen können. Indem ich ihnen bei Aufsuchung der nötigen Litteratur an die Hand gehe, lasse ich jedem mehrere Wochen Zeit, um sich gründlich einzuarbeiten, worauf sie dann in einem oder mehreren Vorträgen über ihre Studien referiren müssen. An jeden Vortrag schliesst sich eine Kritik und eventuel eine Discussion an, an welcher sich alle Seminarmitglieder beteiligen können. Ausserdem verlange ich ein kurzes schriftliches Referat über jeden Vortrag, in welchem namentlich die benützte Litteratur genau angegeben werden muss. Verschiedene dieser Vorträge haben schon zu grösseren Arbeiten Veranlassung gegeben, die teilweise an die Öffentlichkeit gelangt sind: so die Arbeit des Herrn Kutta *Über die Geometrie mit einer Zirkelöffnung*, die *Beiträge zur Geschichte der Dezimalbrüche* des Herrn Dr. End und endlich eine umfangreichere Abhandlung des Herrn Chrzaszczewski über die Bedeutung und die Arbeiten Desargues' in der projektivischen Geometrie, die demnächst im Archiv der Mathematik und Physik erscheinen wird.

Füllen die Vorträge der Studirenden nicht das ganze Semester aus, so ergänze ich die Lücken, indem ich selbst über meine eigenen Studien referire.

RECENSIONEN. — ANALYSES.

J. Dahlbo. Uppränning till matematikens historia i Finland från äldsta tider till stora ofreden. Nikolaistad 1897. In-8°, (4) + 196 p. + 1 pl.

Cet écrit contient un aperçu des études mathématiques en Finlande jusque vers le commencement du 18e siècle. Avant la fondation de l'université d'Åbo (en 1640) ces études embrassaient presque exclusivement les règles les plus élémentaires de l'arithmétique et de la géométrie pratique, ainsi que le comput ecclésiastique. A l'université d'Åbo, on professait au 17e siècle l'arithmétique, la géométrie élémentaire, la trigonométrie et un peu de l'algèbre; quant à la théorie des sections coniques et d'autres courbes, elle ne paraît pas avoir été professée avant 1713. Les écrits publiés par les professeurs et les étudiants ne font guère preuve de connaissances mathématiques plus étendues; dans une thèse publiée en 1690 on trouve une exposition de la théorie de l'intérêt composé, mais cette exposition est essentiellement tirée d'une note de Leibniz dans les Acta eruditorum 1683. L'auteur le plus fécond était S. Kexlerus (1602—1669), qui, dans ses nombreux traités élémentaires, marche sur les pas de Ramus et de Pitiscus.

Dans les thèses, on trouve parfois de véritables anachronismes scientifiques. Ainsi p. ex. la division des nombres entiers en *digiti, articuli* et *compositi,* mentionnée pour la première fois dans la géométrie de Boëtius, est reproduite dans un écrit de l'année 1673, et l'assertion que l'unité n'est pas un nombre, mais seulement le principe des nombres (dont l'origine remonte à Aristoteles, Nikomachos et Theon Smyrnæus), est répétée encore dans une thèse de l'année 1705.

M. Dahlbo s'est évidemment donné bien de la peine pour réunir les matériaux dont il a eu besoin, et il a fait des essais louables pour retrouver les sources utilisées dans les écrits des mathématiciens finlandais. Malheureusement, il ne possède encore ni assez de connaissance de l'histoire des mathématiques, ni assez de pénétration pour avoir pu se bien acquitter de sa tâche. Néanmoins, s'il considère son ouvrage comme un avant-projet, il en tirera grand profit quand il aura acquéri un jour les qualifications nécessaires pour donner une exposition scientifique de l'histoire des études mathématiques en Finlande.

La lecture de l'écrit de M. Dahlbo est troublée par un nombre excessivement grand de fautes d'impression.

Stockholm. G. Eneström.

NEUERSCHIENENE SCHRIFTEN. — PUBLICATIONS RÉCENTES.

Bibliotheca Mathematica. Zeitschrift für Geschichte der Mathematik herausgegeben von || journal d'histoire des mathématiques publié par G. Eneström. Stockholm. 8°.

1897: 3. — [Analyse des cahiers 1897: 2—3:] Revue catholique des revues **5**, 1897, 777. (J. Boyer.)

Bollettino di storia e bibliografia matematica pubblicato per cura di G. Loria. (Supplemento al Giornale di matematiche.) Napoli. 4°.

1897: 4.

Historisch-literarische Abtheilung der Zeitschrift für Mathematik und Physik herausgegeben von M. Cantor. Leipzig. 8°.

42 (1897): 4.

°**Ball, W. W. R.**, Récréations et problèmes mathématiques des temps passés et présents. Ouvrage traduit sur la troisième édition anglaise par J. Fitz-Patrick. Paris 1897.

8°. — [9 fr.]

Beman, W. W., A chapter in the history of mathematics.

| American association for the advancement of science, Proceedings **46**, 1897. 20 p. — Note historique sur la représentation géométrique des quantités imaginaires.

Besthorn, R. O. et **Heiberg, J. L.**, Codex Leidensis 399, 1. Euclidis Elementa ex interpretatione Al-Hadschdschadschii cum commentariis Al-Narizii. Arabice et latine ediderunt notisque instruxerunt. I: 2. Hauniæ, Gyldendal 1897.

8°, (4) p. + p. 89—191.

Birkenmajer, L., Wiadomosc o postepie prac krakowskiej komisyi akademickiej, zajmujacej sie wydaniem dziel, biografii i bibliografii Mikolaja Kopernika.

Wiadomosci matematyczne **1**, 1897, 178—182. — Notice sur les travaux de la commission de l'académie de Cracovie chargée de l'édition des oeuvres, de la bibliographie et de la biographie de Copernicus.

Boyer, J., Une astronome allemande. Caroline Lucrèce Herschel.

Revue catholique des revues **5**, 1897, 577—583.

Brocard, H., Notes de bibliographie des courbes géométriques. Bar-le-Duc 1897.

8°, (22) + 296 + XXX p. — Autographié.

°**Brückner, J. M.**, Geschichtliche Bemerkungen zur Aufzählung der Vielflache. Zwickau 1897.

4°, 19 p. + 7 pl.

Curtze, M., Quadrat- und Kubikwurzeln bei den Griechen nach Heron's neu aufgefundenen *Μετρικά*.

Zeitschr. für Mathem. **42**, 1897; Hist. Abth. 113—120.

Curtze, M., Petri Philomeni de Dacia in Algorismum vulgarem Johannis de Sacrobosco commentarius. Una cum Algorismo ipso editit et præfatus est. Sumtibus Societatis regiæ scientiarum danicæ. Hauniæ, Höst 1897.
8°, XIX + 92 p.

D[ickstein], S., Pierwszy miedzynarodowy kongres matematykow. Wiadomosci matematyczne **1**, 1897, 183—192. — Le premier congrès international des mathématiciens.

Dickstein, S., Jacób Jósef Sylvester. Wiadomosci matematyczne **1**, 1897, 175—177. — Notice biographique, avec portrait.

Eneström, G., Über die neuesten mathematisch-bibliographischen Unternehmungen.
Biblioth. Mathem. 1897, 65—72. — [Traduction polonaise par S. Dickstein:] Wiadomosci matematyczne **1**, 1897, 192—198. — [Résumé en russe, par A. Wasilieff:] *Kazan*, Fiz.-matem. obchtch., Isvjestia $\mathbf{7}_2$, 1897, 100—102.

ЭРМИТЪ, О Вейерштрассѣ.
Kazan, Fiz.-matem. obchtch., Isvjestia $\mathbf{7}_2$, 1897, II : 85—88. — Hermite, Ch., Notice sur Weierstrass, traduite du français (cf. Biblioth. Mathem. 1897, p. 28).

Euklids Elementer I—II. Oversat af Thyra Eibe. Med en Indledning af H. G. Zeuthen. Köbenhavn, Hegel 1897.
8°, XI + 94 p. — Traduction littérale sur le texte grec de l'édition de J. L. Heiberg.

Graf, J. H., Der Mathematiker Jakob Steiner von Utzenstorf. Ein Lebensbild und zugleich eine Würdigung seiner Leistungen. Bern, Wyss 1897.
8°, (3) + 54 p. + portrait et facsimile. — [1½ fr.]

Günther, P., Les recherches de Gauss dans la théorie des fonctions elliptiques. Traduit par L. Laugel.
Journ. de mathém. $\mathbf{3}_5$, 1897, 95—112.

Heath, T. L., The works of Archimedes edited in modern notation with introductory chapters. Cambridge, Clay & Sons 1897.
8°, CLXXXVI + (2) + 326 p. — [15 sh.]

J. J. Sylvester (1814—1897).
Mathesis $\mathbf{7}_2$, 1897, 245—246.

Ocagne, M. d', Karl Weierstrass.
Revue des questions scientifiques 1897, 484—507.

Poggendorff's Biographisch-literarisches Handwörterbuch zur Geschichte der exacten Wissenschaften, enthaltend Nachweisungen über Lebensverhältnisse und Leistungen von Mathematikern, Astronomen, Physikern, Chemikern, Mineralogen, Geologen, Geographen u. s. w. aller Völker und Zeiten. III. Band (die Jahre 1858 bis 1883 umfassend). Heraus-

gegeben von B. W. Feddersen und A. J. von Oettingen. 12.—13. Lieferung. Leipzig, Barth 1897.

8°, p. 1057—1248. — [Compte rendu:] Viadomosci matematyczne **1**, 1897, 210.

°**Rebière, A.**, Mathématiques et mathématiciens. Pensées et curiosités. Troisième édition. Paris, Nony 1897.

8°, 566 p. — [5 fr.]

Riccardi, P., Alcune lettere di Lagrange, di Laplace e di Lacroix dirette al matematico Pietro Paoli e sette lettere del Paoli al prof. Paolo Ruffini.

Modena, Accad. d. sc., Memorie $\mathbf{1}_2$, 1897, 105—129.

Riccardi, P., Contributo degl' Italiani alla storia delle scienze matematiche pure ed applicate. Saggio bibliografico.

Bologna, Accad. d. sc. dell' Istituto, Memorie $\mathbf{6}_5$, 1897, 755—775.

Stäckel, P. und **Engel F.**, Gauss, les deux Bolyai et la géométrie non euclidienne. Traduit de L. Laugel.

Bullet. d. sc. mathém. $\mathbf{21}_2$, 1897, 206—228. — Cf. Biblioth. Mathem. 1897, p. 92.

Steinschneider, M., Die Mathematik bei den Juden.

Biblioth. Mathem. 1897, 73—82.

Steinschneider, M., Debarim allikim.

Mimisrach Umimaarab (Berlin) 1897, Appendice, p. 40—49. — Extraits des écrits hébreux astronomiques inédits de Levi ben Gerson, Isak al-'Hadib, Farissol. Moses Botarel tirés des Mss. à München et à Oxford, avec de brèves remarques en hébreu.

Suter, H., Einige Beiträge zur Geschichte der arabischen Mathematiker und Astronomen.

Biblioth. Mathem. 1897, 83—86.

Suter, H., Bemerkungen zu Herrn Steinschneiders Abhandlung: »Die arabischen Übersetzungen aus dem Griechischen«. Zweiter Abschnitt: Mathematik.

Leipzig, Deutsche morgenl. Gesellsch., Zeitschr. **51**, 1897, 426—431.

Tannery, P., Le traité du quadrant de maître Robert Anglès (Montpellier, XIIIe siècle). Texte latin et ancienne traduction grecque.

| Notices et extraits des manuscrits de la bibliothèque nationale **35**: 2, 1897. (4) + 80 p.

В[АСИЛЬЕВЪ], А., Первый международный математическій конгрессъ въ Цюрихѣ.

Kazan, Fiz.-matem. obchtch., Isvjestia $\mathbf{7}_2$, 1897, II: 97—104. — Wasilieff, A., Le premier congrès international des mathématiciens à Zürich.

В[АСИЛЬЕВЪ], А., Д. Д. Сильвестръ.

Kazan, Fiz.-matem. obchtch., Isvjestia $\mathbf{7}_2$, 1897, II: 89—91. — Wasilieff, A., Notice sur J. J. Sylvester.

Wertheim, G., Die Schlussaufgabe in Diophants Schrift über Polygonalzahlen.

Zeitschr. für Mathem. **42**, 1897; Hist. Abth. 121—126.

Wertheim, G., Emanuel Porto's Porto astronomico.
Monatsschrift für Geschichte und Wissenschaft des Judenthums **41**, 1897, 616—622. — Le mathématicien juif Emanuel Porto vivait à Padova dans la première moitié du 17e siècle.

Question 65 [sur les recherches trigonométriques de Zarkali].
Biblioth. Mathem. 1897, 95. (G. Eneström.)

Réponse à la question 18 [sur l'origine du terme *teca* pour o].
Biblioth. Mathem. 1897, 95. (G. Eneström.)

Remarque sur la question 63 [sur un écrit de J. Wilkins].
Biblioth. Mathem. 1897, 95—96. (G. Eneström.)

Birkenmajer, L., Misura universale di Tito Livio Burattini. Podlug wydania Wilenskiego z roku 1675. Krakow 1897. 4°.
Wiadmosci matematyczne **1**, 1897, 199—201. (S. D.)

Rebière, A., Les femmes dans la science. Notes recueillies. Deuxième édition très augmentée et ornée de portraits et d'autographes. Paris, Nony 1897. 8°.
Mathesis 7_2, 1897, 238.

Revue semestrielle des publications mathématiques rédigée sous les auspices de la société mathématique d'Amsterdam. Tables des matières contenues dans les cinq volumes 1893—1897, suivies d'une table générale par noms d'auteurs. Amsterdam 1897. 8°.
Biblioth. Mathem. 1897, 87—89. (G. Eneström.)

Russell, B. A. W., An essay on the foundations of geometry. Cambridge, Clay & Sons 1897. 8°.
Science (New York) 6_2, 1897, 487—491. (G. B. Halsted.)

[Listes d'ouvrages récemment publiés.]
Biblioth. Mathem. 1897, 90—95. — Zeitschr. für Mathem. **42**. 1897; Hist. Abth. 141—144.

ANFRAGEN. — QUESTIONS.

66. Le savant arabe Al-Kindi (mort en 873) a composé un écrit »Sur les lignes et la multiplication avec le nombre des grains», et H. Weissenborn (*Zur Geschichte der Einführung der jetzigen Ziffern in Europa durch Gerbert*, Berlin 1892, p. 8), a supposé que cet écrit se rapporte à l'usage de l'*abacus*. D'autre part M. Cantor (*Vorlesungen über Geschichte der Mathematik* **1** [Zweite Auflage], p. 675) a fait observer que cette supposition est sans doute trop hardie. On demande une explication probable du titre de l'écrit cité d'Al-Kindi.

(G. Eneström.)

Index.

